文章编号: 1000-3851(2003)06-0087-05

纤维束张紧力缠绕复合材料飞轮的预应力简化分析

秦 勇[1], 夏源明[1], 毛天祥[2]
(1. 中国科学技术大学 力学与机械工程系, 中国科学院中国科学技术大学材料力学行为和设计重点实验室, 合肥 230027;
2. 中国科学院 力学研究所, 北京 100080)

摘 要: 在纤维束缠绕时施加张紧力, 使得固化成型后的飞轮内部形成一定的预加径向压应力, 这是提高飞轮径向强度的有效方法之一。基于过盈配合的思想建立了计算张紧力缠绕导致的复合材料飞轮内部预应力和变形的简化模型和方法。通过算例分析发现: 等张力缠绕产生的环向应力在半径方向上先减小后增大, 径向压应力不断变小; 变张力缠绕过程中, 张紧力由小逐渐变大时, 飞轮的径向压应力增大, 径向强度提高; 飞轮设计中仅仅依靠张紧力缠绕是不够的, 还必须和固化成型后的厚壁筒之间的过盈套装一起来设计合理的径向预加压应力。

关键词: 复合材料飞轮; 张紧力; 缠绕; 过盈配合; 径向强度
中图分类号: TB331.0 **文献标识码:** A

SIMPLIFIED INITIAL STRESS ANALYSIS OF COMPOSITE FLYWHEEL IN TENSION WINDING

QIN Yong[1], XIA Yuanming[1], MAO Tianxiang[2]
(1. Dept. of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China,
Key Laboratory of Mechanical Behavior and Design of Materials, USTC, ASC, Hefei 230027, China;
2. Institute of Mechanics, Academy of Science of China, Beijing 100080, China)

Abstract: The method of tension winding of fiber bundle is an effective way to improve the radial strength of flywheels. An approach of calculating the initial stress and deformation in tension winding according to misfit is advanced. The results show that the hoop stress decreases firstly and then increases while the radial compression stress decreases all the while in the qually winding tension. While in changed winding tension which is enhanced from lower to higher levels, the radial compression stress can be increased. It is not sufficient to use tension winding only in flywheel design. The tension winding and process of pressfit should be used together to design the rational initial radial compression stress.

Key words: composite flywheel; tension winding; misfit; radial strength

利用高速旋转的飞轮进行能量存储是一种新型无污染的绿色能源技术。近十余年来, 随着新型高强度纤维材料、电磁悬浮轴承和电力电子等一系列关键技术的突破, 复合材料飞轮储能系统的优越性逐渐显示出来, 与钢质飞轮相比, 它具有储能密度高、重量轻、寿命长等优势。

纤维束缠绕的飞轮是各向异性的, 虽然环向具有很高的强度, 其总体强度还受径向强度的制约, 通常情况下其径向强度(即单向复合材料的横向强度)往往很低, 因此提高飞轮的径向强度成为飞轮设计制造中的关键问题之一[1]。文献[2]表明利用多环过盈装配是提高复合材料飞轮径向强度的一个有效途

收稿日期: 2002-08-17; 收修改稿日期: 2002-12-02
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10172085)
通讯作者: 夏源明, 教授, 主要从事冲击动力学、复合材料力学研究 E-mail: ymxia@ustc.edu.cn

径;而在纤维束缠绕时施加张紧力是提高飞轮径向强度的另一有效途径。缠绕时施加张紧力提高飞轮的径向强度的实质是使固化成型后的飞轮内部形成一定的径向压应力;其关键是建立纤维束张紧力与缠绕后复合材料飞轮的预应力场之间的定量关系。Springer[3]等把纤维束张紧力缠绕以及固化时的热化学和力学行为联系起来,将连续纤维束张紧力缠绕简化为多层复合材料薄壁圆筒外压叠加的计算模型,但是该模型在计算外压叠加的时候,仅考虑了已被缠绕的内层和芯轴的变形,而没有考虑正在缠绕的最外层的变形。Gutowski[4]等利用上述外压叠加的计算模型,分析讨论了纤维束变形及其对圆柱复合材料结构的缠绕和固化过程的影响。

本文作者试图提出一种基于过盈配合[2]来计算张紧力与飞轮预应力定量关系的简化模型和方法,并以此为基础,研究飞轮的总体预应力。尽管实际的力学问题是三维的,且相当复杂;为突出解决问题的物理思想,避免复杂的数学计算,为后续的三维分析提供简明的物理图象,故本文的张紧力与预应力分析是在平面应力状态假设下进行的,称之为简化分析。

1　基于过盈配合的预加张紧力缠绕的简化模型

复合材料飞轮是由多层浸胶(树脂)的连续纤维束缠绕在芯轴上固化而成的(图 1 和图 2);芯轴可以是飞轮主轴,也可以不是飞轮主轴。当芯轴即为主轴时形成实心飞轮,当芯轴不是主轴时,可通过不同的结构以形成空心飞轮;本文中为简单起见,仅考虑实心飞轮。当第一层纤维缠绕在芯轴上时,形成复合材料薄环并与芯轴一起形成复合芯轴,且由于张紧力的存在,引起复合材料薄环与芯轴的相互作用,这种作用等价于薄环与芯轴的过盈配合引起的相互作用;以此类推,当最外面的纤维束缠绕在复合芯轴上时,形成最外层的复合材料薄环,同样由于最外层纤维张紧力的存在,引起最外层环与已有预应力的复合芯轴的相互作用,这种作用等价于最外层环与复合芯轴过盈配合引起的相互作用;故可以用多层过盈配合的思想来计算纤维束张紧力与飞轮预应力的关系。为此,本文中提出了一个基于过盈配合的计算纤维束张紧力与飞轮预应力的简化模型和方法,该模型包含以下基本假设:

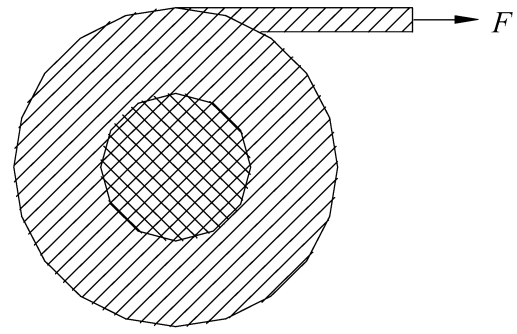

图 1　复合材料飞轮张紧力缠绕

Fig. 1　Sketch of tension winding of the composite flywheel

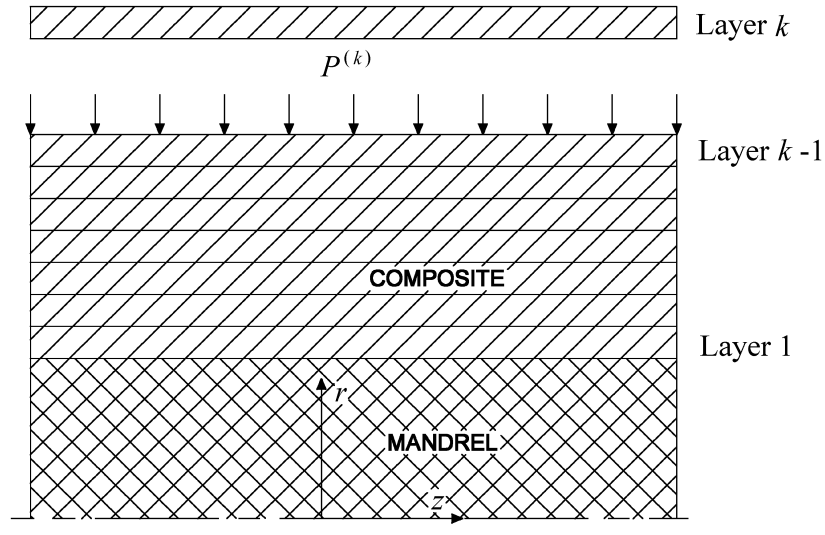

图 2　预加张紧力缠绕层间受力描述

Fig. 2　Description of stress of tension-wound layers

(1) 纤维束缠绕均为环向缠绕,且不考虑缠绕纤维束对轴向的影响。

(2) 正在缠绕的复合材料层的平均环向应力与张紧力满足

$$e_{\theta} = \bar{e}_{\theta} = \frac{1}{t}\int_{R_i^{(k)}}^{R_o^{(k)}} e_{\theta}(r)\,dr = \frac{F}{A} \qquad (1)$$

其中:$A = A_f / V_f$,A_f 为复合材料缠绕层的截面积,V_f 为纤维体积百分比,t 为复合材料缠绕层的厚度。

(3) 张紧力缠绕飞轮是线性系统,叠加原理成立。缠绕第 k 层时,先将金属芯轴和前 k- 1 层复合材料层组成的复合芯轴看成预应力为零的初始状态,并和第 k 层薄环之间存在过盈配合,利用过盈配合界面处的几何连续条件和式(1)、式(2)可以确定过盈量以及缠绕第 k 层时张紧力产生的应力分布,然后再叠加上前 k- 1 层的预应力结果,即为缠绕 k 层后的总体预应力分布。

2　复合材料多环过盈配合的预应力分析

文献[2]给出了多环复合材料飞轮过盈配合的应力应变的分析方法,该方法主要引用了下面的式(2)以及过盈配合界面处的径向应力和位移连续条件。

对于正交各向异性复合材料厚壁圆筒受均匀内压 Q、外压 P 作用, 在平面应力状态简化假设下, 其应力和径向位移表达式为[5]

$$e_{\theta} = \frac{QU^{\lambda+1} - P}{1 - U^{2\lambda}} \lambda x^{\lambda-1} + \frac{Q - PU^{\lambda-1}}{1 - U^{2\lambda}} \lambda U^{\lambda+1} x^{-\lambda-1}$$

$$e_{r} = \frac{QU^{\lambda+1} - P}{1 - U^{2\lambda}} x^{\lambda-1} - \frac{Q - PU^{\lambda-1}}{1 - U^{2\lambda}} U^{\lambda+1} x^{-\lambda-1}$$

$$u_{r} = \frac{R_o}{E_{\theta}(1 - U^{2\lambda})}[(QU^{\lambda+1} - P)(\lambda - \nu_{\theta r}) x^{\lambda} + (Q - PU^{\lambda-1})(\lambda + \nu_{\theta r}) U^{\lambda+1} x^{-\lambda}] \tag{2}$$

其中: $\lambda = \sqrt{E_{\theta}/E_r}$, $U = R_i/R_o$, $\nu_{\theta r}$ 为泊松比, $x = r/R_o$, R_i 为内半径, R_o 为外半径。

3　计算方法

3.1　缠绕第 1 层

缠绕第 1 层时, 设实际过盈量为 $W^{(1)}$, 尺寸如图 3(a) 所示。

金属芯轴受均匀外压 P_1 作用, 径向位移为 $u_r|_{R_m} = -\frac{1-\nu}{E} P_1 R_m$。第 1 层复合材料薄环受均匀内压作用, 内壁的径向位移为

$$u_r|_{R_m - W^{(1)}} = \frac{R_m - W^{(1)}}{E_{\theta}} \frac{1 + U_1^{2\lambda}}{1 - U_1^{2\lambda}} \lambda + \nu_{\theta r} P_1$$

其中

$$U_1 = \frac{R_m - W^{(1)}}{R_m - W^{(1)} + t}$$

由过盈配合界面处的变形几何条件

$$-u_r|_{R_m} + u_r|_{R_m - W^{(1)}} = W^{(1)}$$

得到

$$P_1 = \frac{W^{(1)}}{\frac{1-\nu}{E} R_m + \frac{R_m - W^{(1)}}{E_{\theta}} \frac{1 + U_1^{2\lambda}}{1 - U_1^{2\lambda}} \lambda + \nu_{\theta r}} \tag{3}$$

代入式(2)即可得到复合材料薄环的环向应力 $e_{\theta}(r)$, 由假设 2 得到

$$W^{(1)}(R_m - W^{(1)}) A - \frac{1-\nu}{E} F t R_m - \frac{F}{E_{\theta}} t (R_m - W^{(1)}) \frac{1 + U_1^{2\lambda}}{1 - U_1^{2\lambda}} \lambda + \nu_{\theta r} = 0 \tag{4}$$

利用 Matlab 软件中 fzero 函数即可求解方程(4)在 0 附近的根, 即得到过盈量 $W^{(1)}$, 进而依据式(2)和式(3)得到 P_1、应力分布、径向变形, 其中:

金属芯轴半径为

$$R_m^{(1)} = R_m - \frac{1-\nu}{E} P_1 R_m \tag{5}$$

第 1 缠绕层外径为

$$R_o^{(1)} = R_m - W^{(1)} + t + \frac{R_m - W^{(1)} + t}{E_{\theta}} \frac{2U_1^{\lambda+1}}{1 - U_1^{2\lambda}} \lambda P_1 \tag{6}$$

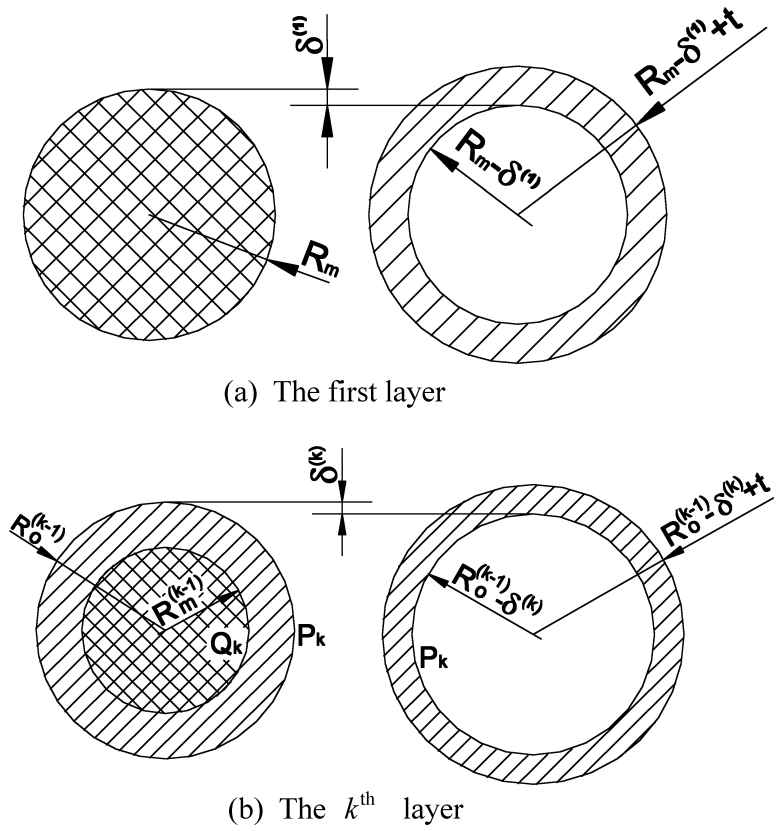

图 3　张紧力缠绕第 1 层和第 k 层示意图

Fig. 3　Sketch of the first layer and the kth layer in tension winding

3.2　缠绕第 R 层

缠绕第 k 层时, 设实际过盈量为 $W^{(k)}$, 且将复合芯轴看成预应力为零的初始状态, 尺寸如图 3(b) 所示。利用 3.1 节的方法可以得到与式(4)基本形式类同的方程, 求解其在 0 附近的根, 可以得到 $W^{(k)}$, 进而得到 P_k、每一层的应力分布 $e_{r(j)}^{(k)}$、$e_{\theta(j)}^{(k)}$ 和芯轴的应力分布以及变形, 其中:

金属芯轴半径为

$$R_m^{(k)} = R_m^{(k-1)} - \frac{1-\nu}{E} Q_k R_m^{(k-1)} \tag{7}$$

缠绕后的复合芯轴外径为

$$R_o^{(k)} = R_o^{(k-1)} - W^{(k)} + t + \frac{R_o^{(k-1)} - W^{(k)} + t}{E_{\theta}} \frac{2U_k^{\lambda+1}}{1 - U_k^{2\lambda}} \lambda P_k \tag{8}$$

这里, $U_k = \frac{R_o^{(k-1)} - W^{(k)}}{R_o^{(k-1)} - W^{(k)} + t}$。

依叠加原理即可得到第 k 层缠绕完成后任意层的总体应力分布

$$e_{r(j)} = \sum_{i=j}^{k} e_{r(j)}^{(i)} \quad 和 \quad e_{\theta(j)} = \sum_{i=j}^{k} e_{\theta(j)}^{(i)} \tag{9}$$

4　算例与分析

4.1　基本算例

利用前述的缠绕简化模型和计算方法,针对以下的材料和尺寸参数,进行了算例分析。金属芯轴为各向同性材料,其材料参数为: E_m = 202 GPa, ν_m = 0.3, 初始半径 R_m = 30 mm; 复合材料参数为[6]: E_f = 181 GPa, E_r = 10.3 GPa, ν_{fr} = 0.28; A_f = 0.079 mm^2, t = 0.158 mm, V_f = 0.5。

图 4 给出了缠绕层数为 100, 缠绕张力恒为 10 N(图 5 中 No.4)时的预应力分布曲线,环向应力始终处于拉应力状态,在径向先减小后增大,最小值出现在半径中间某点;径向应力始终处于压应力状态,在半径方向上不断减小至表面位置为零。另外,图中还给出了 Springer 模型[3]的计算结果,发现本文方法和 Springer 模型得到的结果变化趋势十分接近。但数据表明,本文中计算的径向压应力均略大于 Springer 模型的计算结果,这是因为本文模型充分考虑了被缠绕的内层和芯轴的变形以及最外圈缠绕纤维层的变形,而 Springer 模型仅考虑了张紧力引起的均匀外压导致的被缠绕内层和芯轴的变形。

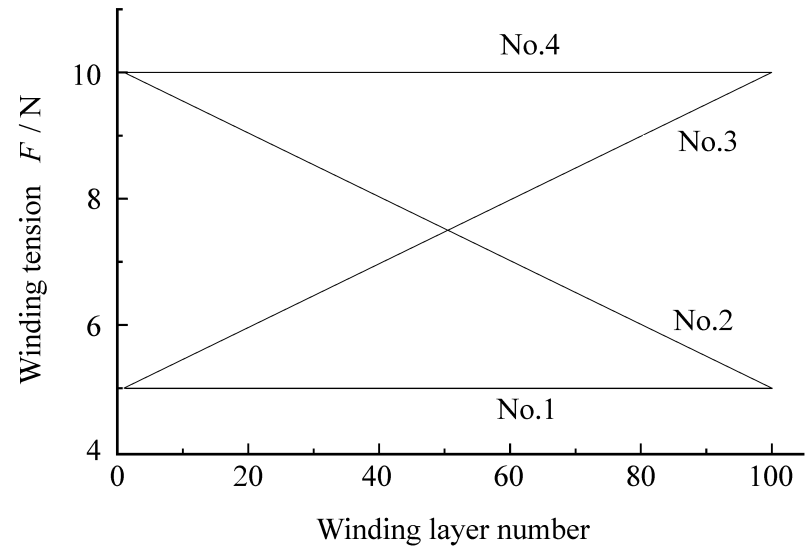

图 5　四种缠绕张紧力变化曲线

Fig. 5　Four kinds of curves of winding tension

由图 4 还可以发现,径向压应力最大值出现在最里层,而外层虽然也存在径向压应力,但数值较小,外边缘处已经趋近于零;而且缠绕张紧力不可能

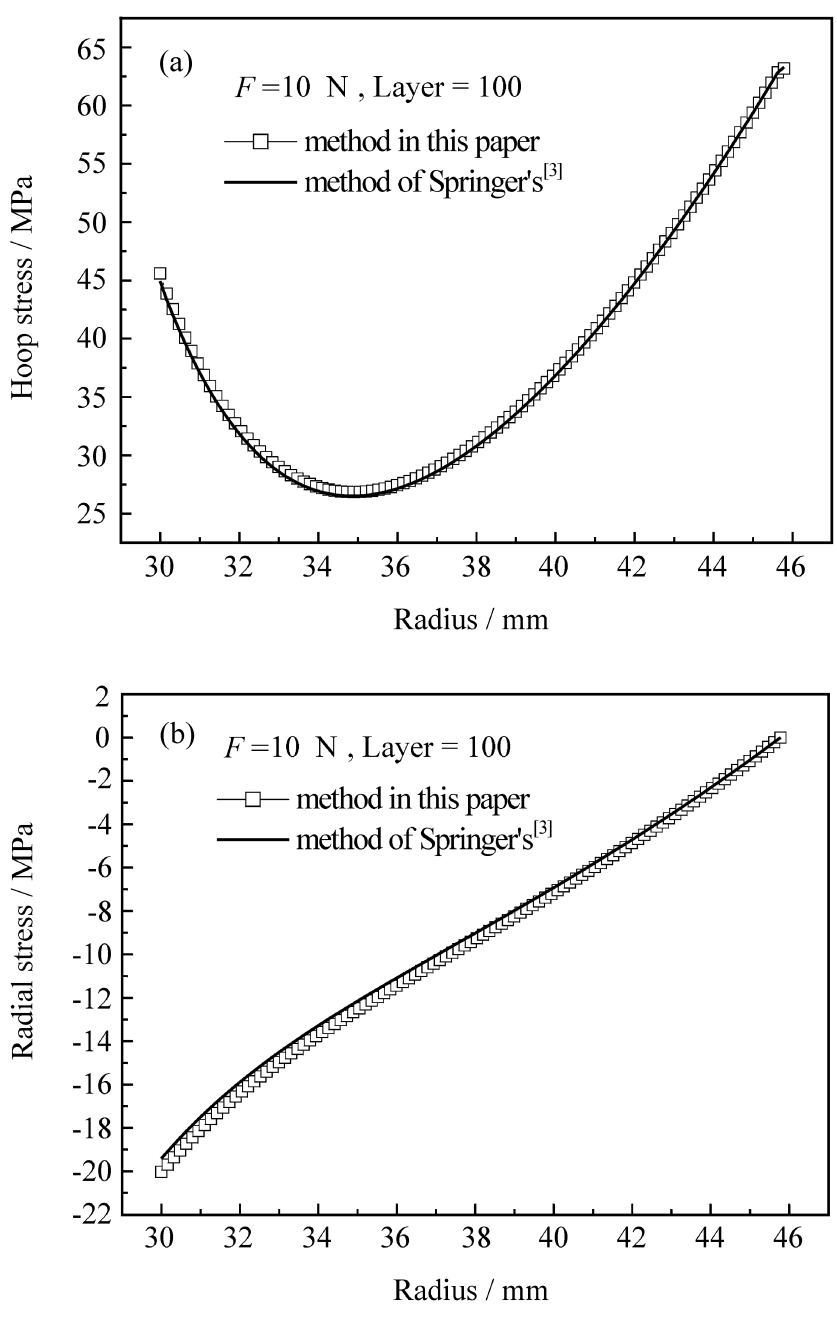

图 4　张紧力缠绕产生的应力分布

Fig. 4　Distribution of stress in the tension winding

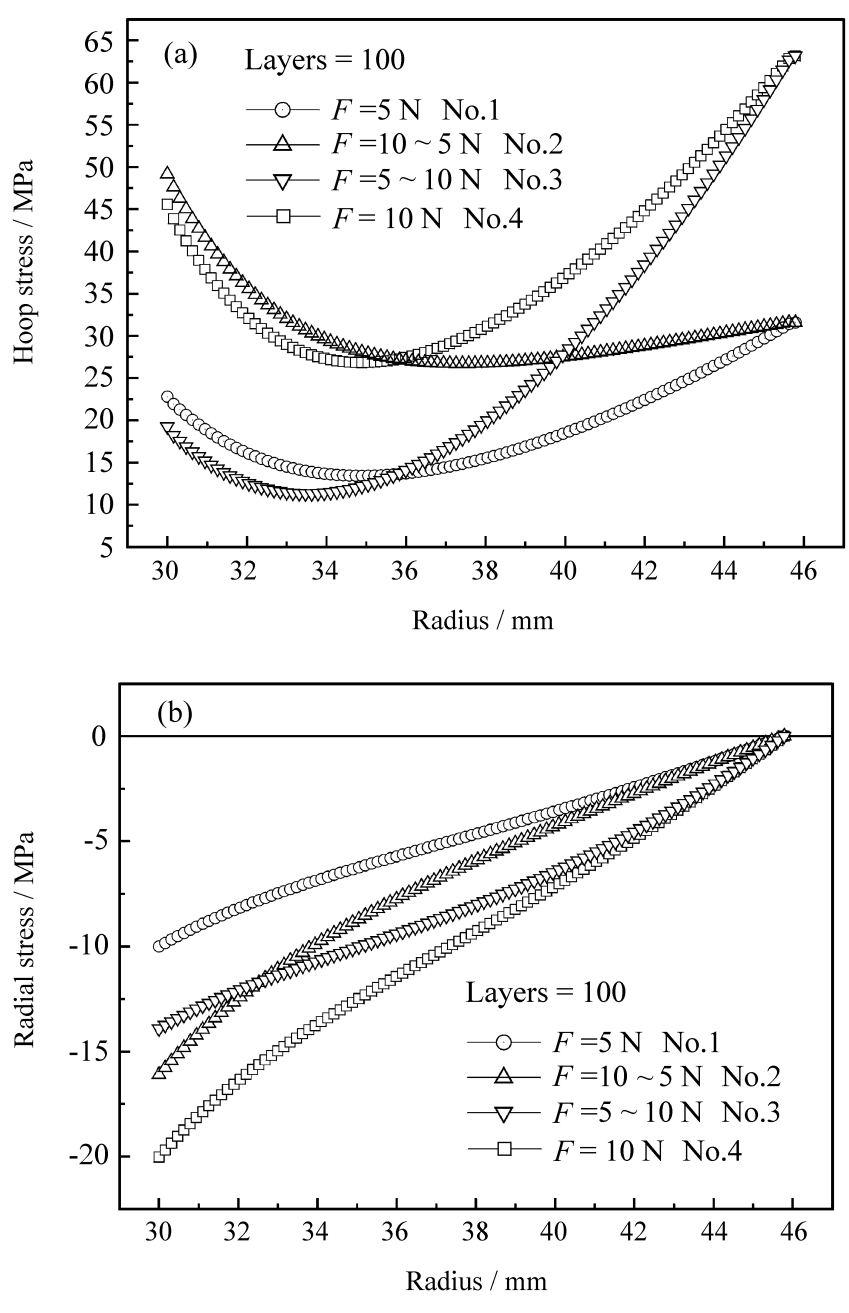

图 6　预应力分布曲线

Fig. 6　Distribution of initial stress along radius

无限制的增大, 所以单纯依靠施加缠绕张紧力而形成的径向压应力也是有限的。另外, 径向压应力在半径方向上是近似线性递减的, 这与飞轮旋转时离心径向应力的分布曲线[2]不呈反对称关系; 考虑到离心径向应力最大值出现在径向中间位置, 所以在飞轮设计中, 仅仅依靠张紧力缠绕是不够的, 还需要和厚壁筒的过盈套装结合起来, 以形成合理的预加径向压应力。

4.2　等张力缠绕和变张力缠绕

在实际的缠绕过程中, 可以通过调节张力控制装置, 实现等张力缠绕和变张力缠绕。对于图 5 中的四种张紧力变化情况, 分别计算了这四种情况下的预应力分布(图 6)。通过对比发现: 在等张力缠绕情况下, 张紧力越大, 径向压应力越大, 环向应力也越大; 在变张力缠绕情况下, 当张紧力逐渐变大(No. 3)时产生的径向压应力在靠近外边缘部分有明显的增大, 这可以有效地提高飞轮的径向强度。

5　结　论

(1) 提出的基于过盈配合方法来计算张紧力和飞轮预加初应力关系的模型和方法是有效的, 且可推广到三维应力状态。

(2) 在等张力缠绕过程中, 总体环向应力在半径方向上先减小后增大, 总体径向应力不断减小至零。

(3) 在变张力缠绕过程中, 张紧力由小逐渐变大可以增大复合材料飞轮的径向压应力, 从而有效地提高飞轮的径向强度。

(4) 在实际飞轮设计中, 要综合使用张紧力缠绕和厚壁筒的过盈套装, 使其形成更加合理的预加径向压应力。

参考文献:

[1] 宫能平, 夏源明, 毛天祥. 复合材料飞轮的三维应力分析 [J]. 复合材料学报, 2002, 19(1): 113- 116.

[2] 秦　勇, 夏源明, 毛天祥. 复合材料空心飞轮多环套装整体变形及应力分析 [J]. 复合材料学报, 2003, 20(5): 95- 99.

[3] Lee S Y, Springer G S. Filament winding cylinders I: Process model [J]. Journal of Composite Materials, 1990, 24(12): 1270- 1298.

[4] Cai Z, Gutowski T. Winding and consolidation analysis for cylindrical composite structures [J]. Journal of Composite Materials, 1992, 26(9): 1374- 1399.

[5] Tutuncu N. Effect of anisotropy on stresses in rotating discs [J]. International Journal of Mechanical Science, 1995, 37(8): 873- 881.

[6] Sung K H, Hee M J, Young S C. Optimum design of thick-walled composite rings for an energy storage system [J]. Journal of Composite Materials, 1998, 32(9): 851- 873.