复合材料学报 第21卷 第1期 2月 2004年
ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA Vol. 21 No. 1 February 2004

文章编号: 1000-3851(2004)01-0109-05

非直纤维的细观动态拔出模型分析

徐松林, 唐志平, 戴翔宇, 郭扬波
(中国科学院 材料的力学行为与设计重点实验室, 合肥 230026; 中国科学技术大学 力学和机械工程系, 合肥 230026)

摘 要: 在Chanvillard关于非直纤维静态拔出模型基础上, 建立非直纤维的细观动态模型。此模型通过纤维与基体接触界面剪应力的传递考虑纤维的动态拔出过程, 并考虑应变率效应。同时, 适当选取阈值, 建立基于细观损伤演化的纤维脱粘和拔出动态模型。此模型可以很好地模拟Chanvillard关于非直纤维的静态实验结果, 并能反映复合材料的应变率影响。

关键词: 细观动态模型; 拔出行为; 非直纤维
中图分类号: TB33 **文献标识码:** A

DYNAMIC MESO-SCALE MODEL OF THE PULLOUT BEHAVIOR FOR A NON-STRAIGHT FIBER

XU Songlin, TANG Zhiping, DAI Xiangyu, GUO Yangbo
(Key Laboratory for Mechanical Behavior and Design of Materials (LMBD), CAS, Hefei 230026, China;
Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

Abstract: A dynamic meso-scale model for non-straight steel fiber is proposed on the work of Chanvillard G. The model is time-dependent and related to the impact loading through the interfacial shearing stress along the embedded part of the steel fiber. Thus, properly setting the thresholds, a dynamic model of the fiber's debonding and pullout process considering the evolution of meso-damage is eventually constructed. The rate sensitivity of the reinforcing effect of the steel fibers can be demonstrated in this model. The model prediction fits the experimental data of Chanvillard G for non-straight steel fiber under static condition well.

Key words: dynamic meso-scale model; pullout behavior; non-straight fiber

非直纤维由于其在改善基体的强度、刚度、韧性、延展性等多方面的优越特性, 已成为工程材料研究的热点。纤维增强基体的静态和动态力学响应的研究, 已有大量的工作。研究对象包括碳纤维、聚酯纤维、玻璃纤维、纲纤维等多种纤维增强水泥砂浆、混凝土、有机基体等[1~14, 16~18]。动态实验主要有落锤[1, 2]、摆锤[3]、竖立式SHPB方法[4]、一级气炮[5]、硬弹侵彻[6, 7]等, 基于以实验, 得到了较系统的研究成果。

纤维与基体作用的细观模型研究, 也有大量的工作。Li VC等[8, 9]就倾斜弹性、弹塑性以及高分子纤维的脱粘和拔出过程进行了较为详细的模型研究。Chanvillard[10]建立了描述非直纤维脱粘、拔出过程的模型。刘文彦[11]引入纤维的侧向有效承载面积的概念, 分析了倾斜纤维的细观桥联行为, 并讨论了钢纤维的塑性变形。但是, 纤维增强基体的细观动态模型, 尤其是对非直纤维动态模型的研究很少。

基于Chanvillard[10]的工作, 笔者建立了非直纤维的动态拔出细观模型。由于Chanvillard提出的模型不能保证力系的力矩平衡, 因此, 建立模型时对其进行了改进。作为算例, 对Chanvillard的静态实验结果进行了模拟, 并讨论了纤维拔出过程应变率效应影响。

1 动态细观模型

Chanvillard提出了准静态条件下单根弯曲纤维拔出模型, 但此模型只保证了力的平衡, 未保证力矩的平衡。因此, 建立弯曲纤维细观动态模型时, 要

收稿日期: 2002-10-29; 收修改稿日期: 2003-05-12
基金项目: 国家自然科学青年基金(No. 10202022), 冲击波物理和爆轰波物理国家重点实验室, 中国科学院材料的力学行为和设计重点实验室资助。
通讯作者: 徐松林, 博士, 副教授, 现从事材料在冲击荷载下响应的研究 E-mail: SLXu99@ustc.edu.cn

对其进行改进。

1.1　简化模型

基体中给定曲率的单根弯曲纤维如图 1 所示。系统坐标取为 ox。沿纤维取一微段 dl,对其进行受力分析,见图 2。在纤维微段分析的基础上建立动态拔出细观模型。由于弯曲纤维拔出的实际运动轨迹比较复杂,在分析微段纤维的受力、变形及力矩的平衡时,引入图中所示的 $x'-z'$ 平面为局部坐标系 $z-s$。这样,纤维的受力变形分析在局部坐标系中进行,而纤维通过接触界面与基体的作用则在系统坐标系中分析。同时,为了简化方程的表述形式,在纤维微段的分析过程中,采用 2 种坐标表达形式:直角坐标系 $x'-z'$ 和极坐标系 $z-s$。前者用于力系的平衡分析,为平衡方程的建立提供参考系。后者主要用于建模过程中位移与应变的联系。此处 z 为径向坐标轴,s 为曲线坐标。因为分析过程中将每一微段简化为微圆弧,因此,采用极坐标系易于进行变形分析。

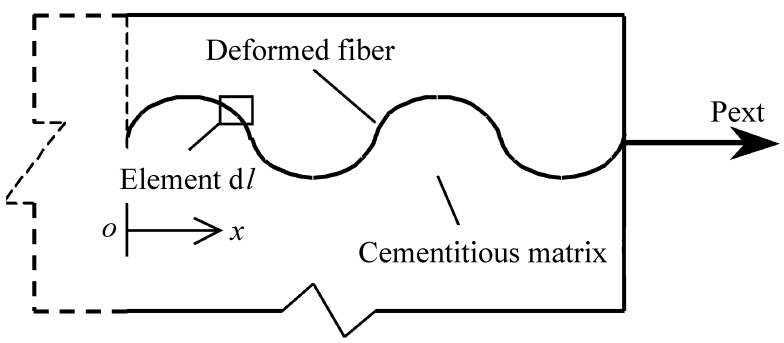

图 1　弯曲纤维拔出示意图

Fig. 1　Schematic diagram of a wiredrawn fiber under pullout loading

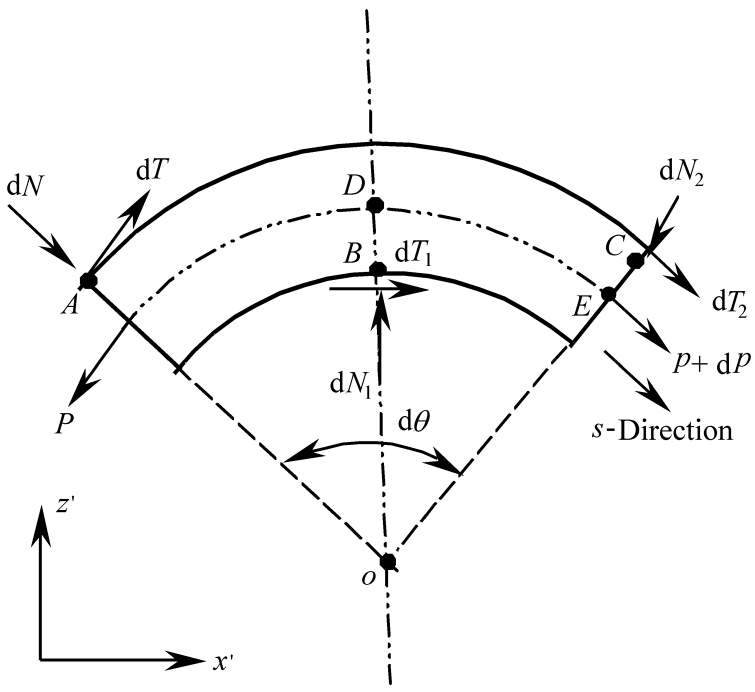

图 2　纤维微段受力分析

Fig. 2　Illustration of a fiber element

在建立模型之前,还须对纤维微段上下表面所受的连续但非均匀分布的法向力和剪切力进行简化。考虑纤维微段变形的可能性,单元在图 2 中 A 点和 C 点处受向下的法向压力,而在 B 点处受向上的法向压力。因此,在纤维受拉的过程中,此 3 点处存在 3 对力:dT、dN;dT_1、dN_1 和 dT_2、dN_2。切向力 dT～dT_2 与法向压力、界面摩擦系数以及界面粘结力相关。为了保证后面将要讨论的粘结力的形式,将以上 3 对力的作用区域简单地划分为 A'、A_1' 和 A_2',假定 $A_1'=2\pi r_f dl/2$,$A'=A_2'=2\pi r_f dl/4$。其中,r_f 为纤维半径,dl 为纤维微段长度。由此,采用 Coulomb 定律来建立接触界面模型,则有

$$dT = f_0 D_e dl/4 + f\,dN$$
$$dT_1 = f_0 D_e dl/2 + f\,dN_1$$
$$dT_2 = f_0 D_e dl/4 + f\,dN_2 \qquad (1)$$

式中:D_e 为纤维截面周长。f_0 和 f 分别为接触界面的粘结力和摩擦系数。

这样,在 $x'-z'$ 平面根据牛顿第二定律,可以得到建立力系的动态平衡。

沿 x' 向

$$-dp - dT - dT_1 - dT_2 = dA\,dl \cdot u_f \qquad (2)$$

沿 z' 向

$$dN + dN_2 - dN_1 + p\,d[= 0 \qquad (3)$$

绕图 2 的纤维微段右端的中点 E 点,有

$$dT_2 r_f - dT_1 r_f - \frac{dl^2}{8R} - pR\frac{d[^2}{2} + dT r_f + R\frac{d[^2}{2} - dN R d[+ dN_1 R\frac{d[}{2} = 0 \qquad (4)$$

式中:下标 f 表示纤维,R 为微段弧的半径,d 为纤维密度,A 为纤维的截面积,u_f 为绝对加速度,$d[= dl/R$。

在式(2)～式(4)中,作了以下的假定:

(1) 纤维的直径相对而言是一个小量,为简化问题,在建立平衡方程中忽略了 A 截面和 E 截面处的剪力。

(2) 由于纤维被水泥基体包围,其侧向运动受到一定限制,为简化问题,忽略沿 z 轴的离心力和绕 E 点的旋转加速度。

(3) d[是一个小角度,在建立上述方程组时认为 $\sin(d[/2) = d[/2$,$\cos(d[/2) = 1$。

这样,在此模型中,用 3 对力:dT、dN;dT_1、dN_1 和 dT_2、dN_2 取代了 Chanvillard 模型中的力系 dN 和 dT,保证了力系的动态和静态平衡。

1.2 纤维的能量平衡

忽略体积力作功, 则纤维微段的能量平衡为

$$W_{ext} = W_{def} + W_{move} \tag{5}$$

式中: W_{ext} 为单元表面的外力功(见图 2), W_{def} 为变形能, W_{move} 为动能。

为得到外力功的具体形式, 此处引入纤维微段在系统坐标中的位移表示, 它包含纤维由于变形产生的局部位移和刚体运动 dW 两部分。由此, 则有

$$W_{ext} = p(dW + u_s^A) - (p + dp)(dW + u_s^C) - T(dW + u_s^A) - T_1(dW + u_s^B) - T_2(dW + u_s^C) \tag{6}$$

式中: u_s^A、u_s^B 和 u_s^C 分别为截面 A、B 和 C 处沿 S 轴因变形而产生的局部平均位移。dW、dW 和 dW 分别为点 A、B 和 C 处的径向位移, 并有: dW ü dW ü dW ü 0。

变形能和动能分别为

$$W_{def} = \int_V e_{ij} X_{ij} dV, \quad W_{move} = dA dl (u_f)^2 / 2 \tag{7}$$

式中: V 为纤维微段的体积, u_f 为单元速度。

1.3 弯曲纤维的位移场与应变场

Chanvillard 给出弯曲纤维在局部坐标系中位移场表达为[10]

$$u_s = z s dC, \quad u_z = u_y = 0 \tag{8}$$

式中: dC 为单元曲率的变化, s 为曲线坐标。

相应的应变场为

$$X_{ss} = z dC, \quad X_{zz} = X_{ss} = s dC/2, \text{其他为 } 0 \tag{9}$$

由此, 忽略高阶项, 可化简能量守衡方程

$$-dp dW - (T + T_1 + T_2) dW + p\left(R^2 + \frac{1}{4} r_f^2\right) \times dC^2 dl = M dC dl + \frac{1}{2} dA dl (u_f)^2 \tag{10}$$

式中: $M = \int_A z e_s dA$

1.4 细观动态模型

联立方程式(1～10), 并考虑在时间间隔 dt 内位移、速度和加速度的联系, 可以得到最终的细观动态模型为

$$p\left(R^2 + \frac{1}{4} r_f^2\right) dC^2 + f dC(f r_f + dl/2) - dp R dC + f_0 D_e dl - \frac{1}{2} R dC + \frac{3}{16} f dC dl - M dC + \frac{dA}{dt^2}[u_f(t) - u_f(t - dt) + u_f(t - 2dt) + R dC dl/2]^2 - \frac{dA}{2dt^2}[-u_f(t - dt) + u_f(t - 2dt) + R dC dl/2]^2 + \frac{dA}{dt^2}[-2u_f(t - dt) + u_f(t - 2dt)] \times R dC dl/2 - \frac{dA}{2dt^2} u_f^2(t - dt) = 0 \tag{11}$$

在方程式(11)中, 参数 M、f_0 和 f 没有确定, 下面将在 Chanvillard 在静力学方面工作的基础上, 在 f_0 和 f 的表达中包含加载速率和损伤的影响。

2 纤维与基体接触界面的粘结力与摩擦

2.1 粘结力, 燔

Chanvillard 给出了无损伤粘结力的静态表达式。考虑动态效应和损伤效应, 笔者将粘结力 f_0 与接触界面相对位移 7 的表达式改进为

$$\frac{f_0}{f_{max}^d} = 1 - \left(1 - \frac{7}{7_0}\right)^2, \quad \text{if } 7 \le 7_0$$

$$\frac{f_0}{f_{max}^d} = (1 - f_{max}) \exp\left(T \frac{1 - 7/7_0}{1 - f_{max}}\right) + f_{lim}, \quad \text{if } 7 \ge 7_0 \tag{12}$$

式中: f_{max}^d 为最大动态粘结力, $f_{max}^d = f_{max}^S(1 + k_x \ln X) \times (1 - D)$, f_{max}^S 为最大静态粘结力, k_ε 为应变率相关系数, D 为动态损伤因子, k_0 和 T 为材料参数, f_{lim} 为残余粘结力与最大动态粘结力的比值。文中, 取 $7_0 = 0.01$ mm, $f_{lim} = 0$。

损伤表述采用王礼立基于热激活机制提出的损伤演化方程[12,13]

$$D =]_d \cdot X^U \tag{13}$$

式中: $]_d$ 为损伤的动态演化因子, U 为材料参数, X 为应变率。

2.2 摩擦系数

同样, 摩擦系数在 Chanvillard 给出形式上改进为

$$\frac{f}{f_{max}^d} = 1 - \left(1 - \frac{7}{7_0}\right)^2, \quad \text{if } 7 \le 7_0$$

$$\frac{f}{f_{max}^d} = (1 - f_{lim}) \exp\left(T \frac{1 - 7/7_0}{1 - f_{lim}}\right) + f_{lim}, \quad \text{if } 7 \ge 7_0 \tag{14}$$

式中: , $f_{max}^d = f_{max}^S(1 + k_x \ln X)(1 - D)$, f_{max}^d 和 f_{max}^S 分别为最大的动态和静态摩擦系数, f_{lim} 为残余摩擦系数与最大动态摩擦系数的比值。其他符号的意义与前面一致。

粘结力和摩擦系数与相对位移比 $7/7_0$ 的关系见图 3 和图 4。

2.3 接触界面的相对位移

接触界面的相对位移 7 可以表示为

$$7 = u_f - u_B \tag{15}$$

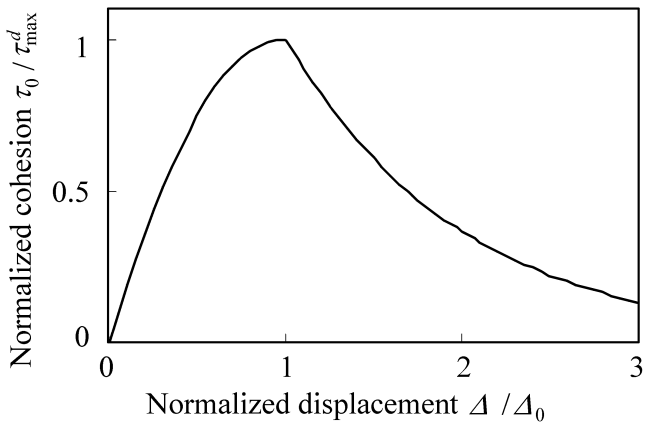

图 3　相对粘结力 f_0/f_{max}^d 与相对位移 $7/7_0$ 关系

Fig. 3　Relationship of the normalized cohesion and the normalized displacement

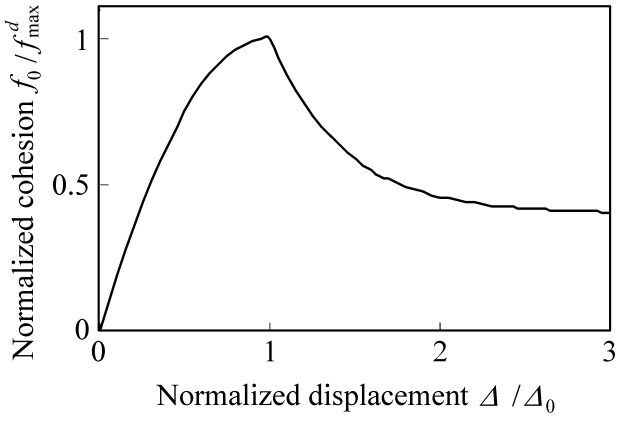

图 4　相对摩擦系数 f/f_{max}^d 与相对位移关系 $7/7_0$

Fig. 4　Relationship of the normalized friction and the normalized displacement

式中: u_B 为基体位移, $u_B \approx R_B V$, V 为基体剪应变, R_B 为基于剪滞模型得到剪切环半径[11,14], 可以表达为

$$\ln[R_B/(r_f + t_i)] = -[2\ln V_f + (1 - V_f)(3 - V_f)(3 - V_f)]/[4(1 - V_f)^2]$$

式中: t_i 为纤维到基体过渡带的厚度, V_f 纤维占复合材料的体积百分比。

对基体剪应变 V 的确定必须考虑基体的本构关系。已有的研究表明水泥基一般表现出粘弹性特性[12,13], 因此, 采用朱瑭(ZWT)模型来描述材料的粘弹性响应[12,13,15]

$$f = G_0 V + G_1 \int_0 \exp - \frac{t - s}{[_1} V(s)\,ds + G_2 \int_0 \exp - \frac{t - s}{[_2} V(s)\,ds \qquad (16)$$

式中: G_0 为剪切模量, G_1、$[_1$ 和 G2、$[_2$ 分别为描述材料在低应变率和高应变率下的力学行为参数。

3　数值分析

Chanvillard 对水泥基复合材料中波状钢纤维进行过系列静态实验研究[10]。在其模型分析中, 将纤维的构形取为直纤维与圆弧纤维交替延伸的系列。文中, 则只考虑单纤维由一系列圆弧纤维组成。由以上的分析结果, 纤维单元的动力平衡采用式(11)描述, 纤维单元的变形特性描述还需补充 2 个关系式。

(1) 应力应变关系(理想塑性)

$$e = EX, (e \le e_0);\ e = e_0, (e > e_0) \qquad (17)$$

式中: E 为弹性模量, e_0 为屈服限。

(2) 弯矩 M

Chanvillard 给出半径 r, 受侧向力 dN 作用时, 钢纤维弯矩与 dN 的关系满足

$$M = M_p = (1 - 0.0539(dN/N_p) - 0.7156(dN/N_p)^2 - 0.2304(dN/N_p)^3) \qquad (18)$$

式中: $M_p = \frac{4}{3} e_0 r^3$, $N_p = \pi e_0 r^2$

水泥基体的描述采用式(16)。接触界面的描述采用式(12)和式(14)。通过式(15)建立基体与钢纤维变形的关系。

以上方程式加上损伤演化方程式(13)就构成了考虑基体材料的损伤和加载率效应的非直纤维动态拔出分析方程组。由于此过程较复杂, 须借助数值分析过程实现。基于此思想, 对式(11)沿 s 轴进行数值积分, 对 Chanvillard 的实验结果进行模拟。同时, 适当进行应变率影响分析。

3.1　计算参数

(1) 钢纤维参数

纤维直径 0.85 mm, 长度 60 mm, 密度 7.8 g/cm^3。弹性模量 200 GPa, 曲率半径 25 cm, 纤维整个由 4 个弧段组成。

(2) 水泥基体参数

率型本构关系[11]

$$f = 6.0\ \text{GPa}V + 80\ \text{GPa} \times \int_0 \exp(-(t - s))V(s)\,ds$$

只考虑低应变率的影响。应变率对强度的影响系数[16]

$$k_0 + k_x \ln X = 1.8 + 0.16 \ln X$$

动态损伤[11,12,15]: $D = 150 \int_0 X^{1.07} dt$

其中, 发生损伤的临界应变 $X_h = 0.08\ \%$, 弹性模量取为 25 GPa[11,12,15]。

(3) 接触界面参数

T 取为 0.8, f_{max}^S 为 5 MPa, $f_{max}^S = 0$; f_{max}^S 取为 0.6, $f_{lim} = 0.72$[10]。

以上参数参照所列出的参考文献进行取值。

3.2 计算结果分析

图 5 给出了由式(11)的计算结果与 Chanvillard 的实验和模型计算结果的对比。由图 5 可见: 当假定加载速率为 10^{-5}/s 时, 文中模型能很好地预测 Chanvillard 的实验结果, 甚至比 Chanvillard 的模型计算结果还好。由于笔者采取的纤维的几何构形为一系列圆弧, 因此, 纤维的拔出过程是逐步的, 没有出现 Chanvillard 模型预测的台阶。

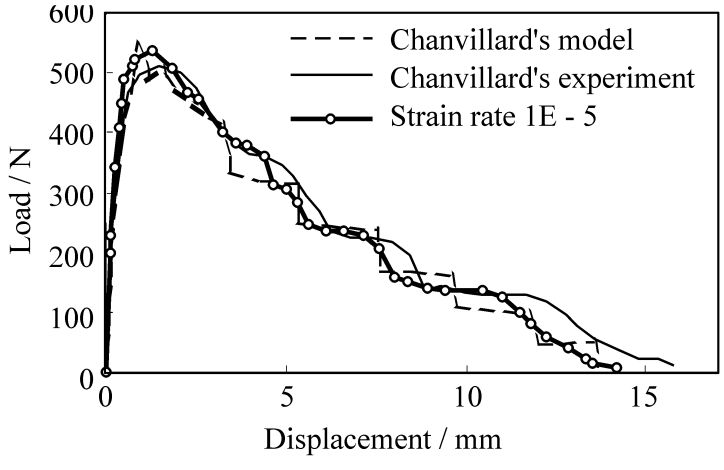

图 5 波状纤维静态拔出曲线

Fig. 5 Pullout curves of a corrugated fiber

图 6 给出基于式(11)不同加载速率下的拔出曲线。当加载速率为 10^{-2}/s～10^{-5}/s 时, 材料表现出明显的加载率效应。随着加载速率的增加, 最大拔出荷载逐步增加, 而对应的位移则逐步减小。

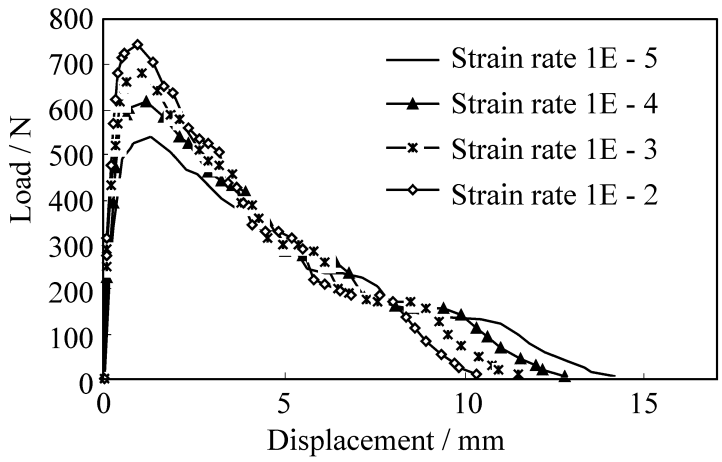

图 6 不同加载速率下波状纤维静态拔出曲线

Fig. 6 Calculated pullout curves of a corrugated fiber with different loading strain rates by the present model

4 结 论

笔者在 Chanvillard 关于非直纤维静态拔出的实验和模型工作基础上, 给出了非直纤维拔出的细观动态模型。此模型对 Chanvillard 模型中纤维微段的力系进行了改进, 保证拔出过程力系的动态和静态平衡, 通过纤维与基体接触界面的粘结力和摩擦的传播, 考虑了基体的损伤与加载率效应。

应用此模型进行波状纤维静态拔出分析, 结果表明: 当加载速率为 10^{-2}/s～10^{-5}/s 时, 材料表现出明显的加载率效应。当假定加载速率为 10^{-5}/s 时, 文中模型能很好地预测 Chanvillard 的实验结果。当然, 此模型须在更高加载速率实验中进行验证。

参考文献:

[1] Arslan A. Mixed-mode fracture performance of fiber reinforced concrete under impact loading [J]. Materials and Structures, 1995, 28: 473—478.

[2] Nataraja M C, Dhang N, Gupta A P. Statistical variations in impact resistance of steel fiber-reinforced concrete subjected to drop weight test [J]. Cement and Concrete Research, 1999, 29(7): 989—995.

[3] Banthia N, Trottier J F. Deformed steel fiber-cementitious matrix bond under impact [J]. Cement and Concrete Research, 1991, 21(2-3): 158—168.

[4] Bhargava J, Rehnstrom A. Dynamic strength of polymer modified and fiber-reinforced concretes [J]. Cement and Concrete Research, 1977, 7(2): 199—208.

[5] Boteler J M. Compression-shear study of glass reinforced polyester [A]. In: Schmidt, Dandekar, Forbes, eds. CP429, Shock Compression of Condensed Matter [C]. MA, Amherst: The American Institute of Physics, 1997. 537—540.

[6] Dancygier A N. Effect of reinforced ratio on the resistance of reinforced concrete to hard projectile impact [J]. Nuclear Engineering and Design, 1997, 172: 233—245.

[7] Dancygier A N. Rear face damage of normal and high-strength concrete elements caused by hard projectile impact [J]. ACI Materials Journal, 1998, 95(3): 291—304.

[8] Li V C, Maalej M. Toughening in cement based composites, part I, cement, mortar and concrete [J]. Cement & Concrete Composites, 1996, 18(4): 223—237.

[9] Li V C, Maalej M. Toughening in cement based composites, part Ⅱ, fiber reinforced cementitious composites [J]. Cement & Concrete Composites, 1996, 18(4): 239—249.

[10] Chanvillard G. Modeling the pullout of wiredrawn steel fibers [J]. Cement and Concrete Research, 1999, 29(7): 1027—1037.

[11] 刘文彦. 水泥基复合材料在冲击荷载下的力学响应和纤维的桥联行为的研究 [D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2001.

[12] 陈江瑛, 王礼立. 混凝土的动态损伤演化 [J]. 宁波大学学报(理工版), 2000, 13(增): 170—173.

[13] 王礼立, 施绍裘, 陈江瑛, 等. ZWT 非线性热粘弹性本构关系及其应用研究 [J]. 宁波大学学报(理工版), 2000, 13(增): 141—149.

[14] Budiansky B, Hutchinson J W. Matrix fracture in fiber-reinforced ceramics [J]. J Mech Phys Solids, 1986, 34(2): 167—189.

[15] 唐志平. 高应变率下环氧树脂的动态行为研究 [D]. 合肥: 中国科学技术大学, 1981. 1-43.

[16] Williams M S. Modeling of local impact effects on plain and reinforced concrete [J]. ACI Structural Journal, 1994, 91(2): 178—187.

[17] 彭细荣, 杨庆生. 纤维拔出实验的样本尺寸效应 [J]. 复合材料学报, 2002, 19(5): 84—89.

[18] 姚 武, 陈 兵, 吴科如. 碳纤维水泥基材料的机敏特性研究 [J]. 复合材料学报, 2002, 19(2): 49—53.