复 合 材 料 学 报　　第22 卷　第5 期　10 月　2005 年
Acta Materiae Compositae Sinica　　Vol. 22　No. 5　October　2005

文章编号: 1000-3851(2005) 05-0147-08

蜂窝夹层复合材料结构非线性传热分析

邱志平*, 林　强
(北京航空航天大学 固体力学研究所, 北京100083)

摘　要: 考虑材料热物性随温度变化的影响, 针对蜂窝夹层复合材料结构的特点, 假定其内部的瞬态温度场的分布状况, 并在此假定的基础上基于三维各向异性热传导理论及复合材料层合结构传热分析的热叠层方法, 提出一种针对蜂窝夹层复合材料结构的改进的计算方法, 并推导出蜂窝夹层复合材料结构瞬态温度场分析的有限元方程。应用这种方法对热物性非线性蜂窝夹层复合材料板的瞬态温度场进行分析, 数值算例结果显示了材料特性的非线性对蜂窝夹层复合材料板热传导的影响, 只有非线性程度很小时忽略非线性因素导致的误差才可被忽略; 当非线性程度较强烈时, 考虑非线性因素的计算结果与忽略非线性因素的计算结果就会产生很大偏差。

关键词: 蜂窝夹层复合材料; 非线性传热; 瞬态温度场
中图分类号: V 214. 4; TB 330. 1　　**文献标识码**: A

NONLINEAR HEAT TRANSFER OF HONEYCOMB SANDWICH COMPOSITE MATERIAL STRUCTURE

QIU Zhiping*, LIN Qiang
(Institute of Solid Mechanics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Based on the characteristics of the honeycomb sandwich composite material structures, the transient temperature field of the structures is assumed. Depending on this assumption and with the concern of the effect of temperature on the heat characteristic of the material, a method for honeycomb sandwich composite material structure heat transfer is obtained. It is an improved approach based on the 3-D anisotropy heat transfer theory and the composite material thermal laminated theory. The corresponding FEM equations are also constructed. An example solved with this method is given at the end. There are three different levels for nonlinear heat characteristics of the material discussed in this example. The results of the numerical example show that the nonlinear factors can be neglected only when the degree of the nonlinearity is very weak, and in most instances the nonlinear factors can not be neglected at all.

Keywords: honeycomb sandwich composite material; nonlinear heat transfer; transient temperature field

复合材料结构由于具有强的热各向异性、非线性、热耦合性等特点, 与各向同性均质结构相比, 其热传导分析十分复杂。传统的解析方法只能解决复合材料的一些简单热传导问题, 无法求解复杂边界条件及复杂结构的传热问题。许多研究人员采用有限元法对复合材料夹层结构的热传导进行了研究计算, 比较突出的结果有Padovan[1] 考虑各向异性的影响, 研究了正交各向异性无限大层合板和层合圆柱壳的热传导问题, Tamma[2] 等人对三维热分析模型进行了简化, 提出了准三维温度场分析模型等。最近R Rolfes[3,4] 提出了与有限元结合的热叠层理论, 这种理论是解决复合材料叠层结构瞬态热分析的一种有效方法, 与三维热计算相比具有计算效率高的优点。李松年[5]、杨自春[6,7,8] 等学者也应用这种方法对复合材料叠层结构非线性瞬态热分析进行了研究。但是以上各种方法都是对一般的复合材料层合结构的分析, 没有特别针对复合材料蜂窝夹层结构进行研究, 因此这些方法并不十分适用于对复合材料蜂窝夹层结构非线性瞬态热传导的计算。为了更好地分析和计算蜂窝夹层复合材料结构的热

收稿日期: 2004-10-13; 收修改稿日期: 2005-01-04
基金项目: 航天支撑技术基金项目(20032.2BH03) 资助
通讯作者: 邱志平, 教授, 研究方向: 结构可靠性　E-mail: zpqiu@buaa.edu.cn

传导问题，在前人的基础上还有一些工作要做。

在进行复合材料传热分析的计算时通常假定复合材料结构热物性是恒定的，一般主要是指热物性不随温度变化，即只限于线性热传导问题的计算。但是实际上，上述假定对于每种复合材料都只在特定的温度范围内才是正确的，虽然有一些复合材料的热物性在较小的温度范围内不随温度变化，但一旦超过这个温度界限，则表现出强烈的热非线性行为。复合材料的热物性参数主要是指材料的热导率 k_{ij}、对流换热系数 α 和比热容 c。一般情况下，大多数复合材料的比热容随着温度的升高而增大，而热导率则随着温度的升高而减小。而实践证明，很多情况下假定材料热物性是恒定的将导致不能忽视的误差，必须考虑材料的热物性随温度变化造成的影响。

本文作者在前人工作的基础上，针对复合材料蜂窝夹层结构的特性，并考虑热物性随温度变化的影响，作出合理假定，并基于三维各向异性热传导理论及复合材料的一般理论，采用与有限元方法结合的热叠层理论方法，得出分析复合材料蜂窝夹层结构非线性热传导的一般方法，并且利用数值算例显示了热物性的变化对结构瞬态温度场的影响，以及非线性的强弱对分析结果的影响。

1　基本假定

和一般普通的复合材料层合结构相比，蜂窝夹层复合材料结构有其独有的特性。首先，蜂窝夹层结构层数较少，并且两侧面板厚度与芯层厚度相差很大，整个结构中芯层占有很大比重；而一般的复合材料层合结构层数较多，每层厚度相差不大或者基本相同，且每层的材料特性都不相同。其次，虽然蜂窝夹层板壳结构不是连续体，严格说来有关材料连续的假设在这里不再适应，但就一般常见的夹层板壳而言，夹芯的格子都很小，制造夹芯的金属波或非金属波也很薄。因此近似认为是连续的，不致引入较大误差。所以宏观上看蜂窝夹层结构中占很大比重的蜂窝部分可看作连续的热物性各向异性材料，可用折合后的连续体的热物性系数代表原来的蜂窝结构的传热性质。

针对以上分析，本文作者对蜂窝夹层复合材料结构中的瞬态温度场作出以下假设：根据蜂窝芯层材料本身的性质，宏观上假设其内部（即芯层）的温度的变化是连续的，并且温度的变化率也是连续的，并近似认为面板中的温度分布规律为事先假定的蜂窝结构部分温度分布的延伸，即忽略由材料性质变化而导致的温度分布规律的变化。有关面板中的温度分布规律的假定显然会给计算结果带来误差，但是考虑到面板处在于环境直接接触的边界上，其温度分布受环境温度影响很大，而物性的影响处于次要地位，并且相比于芯层厚度面板的厚度一般都很小，即使温度梯度误差较大，面板上的温度误差也不会很大，所以忽略物性变化而直接认为温度梯度是连续的而导致的误差在一般情况下是可以接受的。由传热时蜂窝夹层结构中蜂窝结构是主体成分的假设，简化面板部分对传热的影响，将整个结构的传热看作是蜂窝部分的性质起决定作用，面板部分性质起次要作用的传热就是本文作者的中心思想。

对于结构中材料的各种热物性的变化规律，无法作出通用的假定，实际应用中可根据实验或者经验作出适当的假定。另外，一般的蜂窝夹层结构可看作以中面为对称面的对称结构，当外界环境或边界条件已知时，其内部温度分布规律的大致趋势是可以大致判断的，如只有一侧面板被加热时，沿厚度方向温度分布一般不可能是对称的，所以假设蜂窝结构内部温度分布规律时需要根据实际情况具体分析，只要温度及温度梯度变化连续即可。本文作者在以下的分析中，以一种具体情况为例，为了推导结论的过程简便起见，采取以下假定：

(1)　假定结构在下表面承受热载，上表面为自由边界，温度沿蜂窝夹层结构芯层厚度方向为奇函数多项式

$$T(x,y,z,t) = T_0(x,y,t) + T_{0z}(x,y,t)\cdot z + T_{03z}(x,y,t)\cdot z^3 \qquad (1)$$

其中：$T_0(x,y,t)$ 表示夹层板中面温度；$T_0(x,y,t)$、$T_{0z}(x,y,t)$、$T_{03z}(x,y,t)$ 为待定系数，它们是 x、y 和时间 t 的函数，均与 z 无关。

(2)　假定芯层材料的热导率 k_{xij}、对流换热系数 α 和比热容 c_x 均随温度 T 作线性变化，在这种假定下有

$$\begin{aligned} k_{xij} &= k_{x0ij}(1+\lambda_{xij}\cdot T) \\ \alpha &= \alpha_0(1+\beta_x\cdot T) \\ c_x &= c_{x0}(1+\gamma_x\cdot T) \end{aligned} \qquad (2)$$

式中：$k_{x0ij}(i,j=x,y,z)$ 表示当前坐标系下的热传导系数，它可由材料主向的热传导率通过转轴变换加以确定。

(3) 假定面板材料的热导率 k_{mij}、对流换热系数 α_m 和比热容 c_m 均随温度 T_m 作线性变化，在这种假定下有

$$k_{mij} = k_{m0ij}(1 + \lambda_{mij} \cdot T_m)$$
$$\alpha_m = \alpha_{m0}(1 + \beta_m \cdot T_m) \qquad (3)$$
$$c_m = c_{m0}(1 + \gamma_m \cdot T_m)$$

式中：$k_{m0ij}(i,j = x,y,z)$ 表示当前坐标系下的热传导系数，它可由材料主向的热传导率通过转轴变换加以确定。这里面板材料的热导率 k_{mij}、对流换热系数 α_m 和比热容 c_m 是指复合材料面板层合结构的折合数值，可按照一般复合材料层合结构的折合处理方法得到。

以上关于温度分布及热物性随温度变化的规律的假定是一种非常简单的假定，只是为了下面分析和推导方便。在实际中对于不同的具体问题可以有不同的假定，可根据具体情况来处理，但是最后解决问题的基本方法是相同的，均可按照下面的过程来处理。

2 基础理论

根据 Fourier 热传导定律，由式(1)、式(2)、式(3)三式可得

$$\{q\} = \begin{matrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{matrix} = ([k] + [k(T)])\{T'\} \qquad (4)$$

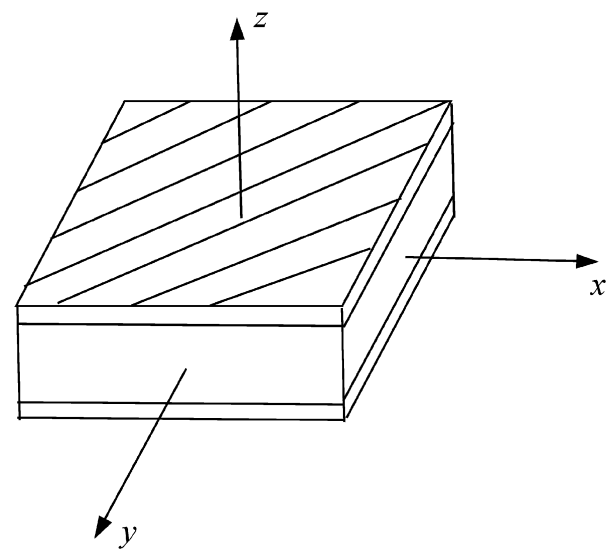


图 1 示意图与坐标系

Fig. 1 Sketch and coordinate

式中：q_x、q_y、q_z 表示沿坐标轴 x、y、z 方向的热流密度。线性热传导系数矩阵 $[k]$、与温度相关的非线性热导率矩阵 $[k(T)]$ 及 $\{T'\}$ 分别为

$$[k] = \begin{matrix} k_{0xx} & k_{0xy} & 0 \\ k_{0xy} & k_{0yy} & 0 \\ 0 & 0 & k_{0zz} \end{matrix} \qquad (5)$$

$$[k(T)] = \begin{matrix} k_{0xx}\lambda_{xx}T & k_{0xy}\lambda_{xy}T & 0 \\ k_{0xy}\lambda_{xy}T & k_{0yy}\lambda_{yy}T & 0 \\ 0 & 0 & k_{0zz}\lambda_{zz}T \end{matrix} \qquad (6)$$

$$\{T'\} = \begin{matrix} \frac{T}{x} & \frac{T}{y} & \frac{T}{z} \end{matrix}^T \qquad (7)$$

将式(1)代入式(7)可得

$$\{T'\} = \begin{matrix} \frac{T}{x} \\ \frac{T}{y} \\ \frac{T}{z} \end{matrix} = \begin{matrix} \frac{T_0}{x} \\ \frac{T_0}{y} \\ \frac{T_0}{z} \end{matrix} + \begin{matrix} \frac{T_{0z}}{x} \\ \frac{T_{0z}}{y} \\ \frac{T_{0z}}{z} \end{matrix} \cdot z + \begin{matrix} \frac{z}{x} \\ \frac{z}{y} \\ \frac{z}{z} \end{matrix} \cdot T_{0z}$$

$$+ \begin{matrix} \frac{T_{03z}}{x} \\ \frac{T_{03z}}{y} \\ \frac{T_{03z}}{z} \end{matrix} \cdot z^3 + \begin{matrix} \frac{z^3}{x} \\ \frac{z^3}{y} \\ \frac{z^3}{z} \end{matrix} \cdot T_{03z} = \begin{matrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & z & 0 & z^3 & 0 \\ 0 & 3 \cdot z^2 & 0 & 1 & 0 & 0 & z & 0 & z^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \begin{matrix} T_{0z} \\ T_{03z} \\ \frac{T_0}{x} \\ \frac{T_0}{y} \\ \frac{T_0}{z} \\ \frac{T_{0z}}{x} \\ \frac{T_{0z}}{y} \\ \frac{T_{03z}}{x} \\ \frac{T_{03z}}{y} \end{matrix} \qquad (8)$$

令

$$\{T_0\} = \begin{matrix} T_{0z} & T_{03z} & \frac{T_0}{x} & \frac{T_0}{y} & \frac{T_0}{z} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \frac{T_{0z}}{x} & \frac{T_{0z}}{y} & \frac{T_{03z}}{x} & \frac{T_{03z}}{y} \end{matrix}^T \tag{9}$$

$$[\Phi] = \begin{matrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & z & 0 & z^3 & 0 \\ 0 & 3\cdot z^2 & 0 & 1 & 0 & 0 & z & 0 & z^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \tag{10}$$

可得

$$\{T\} = [\Phi]\{T_0\} \tag{11}$$

3　有限元方程的推导

芯层导热系数主轴的方向与面板导热系数主轴的方向可能是不重合的，并且这两者与分析所用的坐标系的方向也可能是不重合的，这时芯层与面板的导热系数矩阵就都包含有耦合项导热系数。为了推导的简便和结果表达的简单，在这里假设芯层导热系数主轴的方向、面板导热系数主轴的方向、分析所用的坐标系的方向三者是重合的，这对问题的本质没有影响。

热传导问题的控制方程及边界条件分别为:

控制方程 $$\frac{\partial}{x} k_{xx}\frac{T}{x} + \frac{\partial}{y} k_{yy}\frac{T}{y} + \frac{\partial}{z} k_{zz}\frac{T}{z} + q_B = \rho\cdot c\frac{T}{t} \tag{12}$$

边界条件:

给定温度边界 S_1　$T = T(x, y, z, t)$　(13)

热流边界 S_2　$k_n\frac{T}{n} = h_{r1}(T_r - T_w)$　(14)

对流边界 S_c　$k_n\frac{T}{n} = \alpha(T_f - T_w)$　(15)

初始条件　$T_{t=0} = T(x, y, z)$　(16)

将结构在中面上划分为有限个平面单元，在单元中的控制方程和边界条件仍和式(12)至式(16)一致。根据这个原则，单元上的控制方程及其边界条件对应的泛函是

$$\begin{aligned}\pi = &\int_v \frac{1}{2}\left[k_{xx}\left(\frac{T}{x}\right)^2 + k_{yy}\left(\frac{T}{y}\right)^2 + k_{zz}\left(\frac{T}{z}\right)^2\right]dv \\ &- \int_{S_c} h\left(T\cdot T_w - \frac{1}{2}T_w^2\right)dS_c - \int_{S_2} T\cdot q_{S_2}dS_2 \\ &- \int_v T\cdot q_B dv + \int_v \rho\cdot c\frac{T}{t}\cdot T\cdot dv \\ = &\int_{v_1}\frac{1}{2}\left[k_{xxx}\left(\frac{T_x}{x}\right)^2 + k_{xyy}\left(\frac{T_x}{y}\right)^2\right. \\ &\left. + k_{xzz}\left(\frac{T_x}{z}\right)^2\right]dv_1 + \int_{v_2}\frac{1}{2}\left[k_{mxx}\left(\frac{T_m}{x}\right)^2\right. \\ &\left. + k_{myy}\left(\frac{T_m}{y}\right)^2 + k_{mzz}\left(\frac{T_m}{z}\right)^2\right]dv_2 \\ &+ \int_{v_3}\frac{1}{2}\left[k_{mxx}\left(\frac{T_m}{x}\right)^2 + k_{myy}\left(\frac{T_m}{y}\right)^2\right. \\ &\left. + k_{mzz}\left(\frac{T_m}{z}\right)^2\right]dv_3 - \int_{S_c} h\left(T\cdot T_w \right. \\ &\left. - \frac{1}{2}T_w^2\right)dS_c - \int_{S_2} T\cdot q_{S_2}dS_2 - \int_v T\cdot q_B dv \\ &+ \int_{v_1}\rho\cdot c_x\frac{T}{t}\cdot T\cdot dv_1 \\ &+ \int_{v_2}\rho\cdot c_m\frac{T}{t}\cdot T\cdot dv_2 \\ &+ \int_{v_3}\rho\cdot c_m\frac{T}{t}\cdot T\cdot dv_3\end{aligned} \tag{17}$$

上式中 v_1、v_2、v_3 分别表示单元芯层、单元上面板、单元下面板的体积。

令

$$\{T\} = \begin{matrix} T_0 & T_{0z} & T_{03z} & \frac{T_0}{x} & \frac{T_0}{y} & \frac{T_0}{z} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \frac{T_{0z}}{x} & \frac{T_{0z}}{y} & \frac{T_{03z}}{x} & \frac{T_{03z}}{y} \end{matrix}^T \tag{18}$$

$$[\Phi] = \begin{matrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & z & 0 & z^3 & 0 \\ 0 & 0 & 3\cdot z^2 & 0 & 1 & 0 & 0 & z & 0 & z^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \tag{19}$$

$$\{R\} = \{1 \quad z \quad z^3 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0\} \tag{20}$$

取单元上的 $T_0(x, y, t)$、$T_{0z}(x, y, t)$、$T_{03z}(x, y, t)$ 的插值函数为相同的平面插值函数 N，将式(18)至式(20)代入泛函表达式可得

$$\begin{aligned}\pi = &\int_{v_1}\frac{1}{2}[T]^T[S]^T[k_x][T][S]dv_1 \\ &+ \int_{v_1}\frac{1}{2}[T]^T[S]^T[k_x(T)][T][S]dv_1 \\ &+ \int_{v_2}\frac{1}{2}[T]^T[S]^T[k_m][T][S]dv_2 \\ &+ \int_{v_2}\frac{1}{2}[T]^T[S]^T[k_m(T)][T][S]dv_2 \\ &+ \int_{v_3}\frac{1}{2}[T]^T[S]^T[k_m][T][S]dv_3 \\ &+ \int_{v_3}\frac{1}{2}[T]^T[S]^T[k_m(T)][T][S]dv_3\end{aligned}$$

$$- \int_{S_c} \alpha([T]^T[R]^T - [T_w])[T_w]^T dS_c$$

$$- \int_{S_c} \alpha\beta T]^T[R]^T([T]^T[R]^T - [T_w])[T_w]^T dS_c$$

$$- \int_{S_2} [T]^T[R]^T q_{S_2} dS_2 - \int_v [T]^T[R]^T q_B dv$$

$$+ \int_{v_1} \rho \cdot c_{x0} \frac{[T]^T[R]^T}{t} \cdot dv_1$$

$$+ \int_{v_1} \rho \cdot c_{x0} \gamma_x \frac{[T]^T[R]^T}{t} [R] \cdot [T] \cdot dv_1$$

$$+ \int_{v_2} \rho_m \cdot c_{m0} \frac{[T]^T[R]^T}{t} \cdot dv_2$$

$$+ \int_{v_2} \rho_m \cdot c_{m0} \gamma_m \frac{[T]^T[R]^T}{t} [R] \cdot [T] \cdot dv_2$$

$$+ \int_{v_3} \rho_m \cdot c_{m0} \frac{[T]^T[R]^T}{t} \cdot dv_3$$

$$+ \int_{v_3} \rho_m \cdot c_{m0} \gamma_m \frac{[T]^T[R]^T}{t} [R] \cdot [T] \cdot dv_3 \quad (21)$$

取 $\delta\pi = 0$，并且在单元 i 上对 $\delta\pi$ 进行变分时，认为另外单元 j 上的温度 T 为常数。经过整理可得有限元方程

$$[C]\{T\} + [K]\{T\} = \{P\} \quad (22)$$

可知 $\{T\}$ 中未知量只有3 个：T_0、T_{0z}、T_{03z}。式中各矩阵的具体表达式为

$$[C] = [C_1] + [C_2]$$

$$[C_1] = \int_{v_1} \rho \cdot c_{x0}[N]^T\{R\}^T\{R\}[N] dv_1$$

$$+ \int_{v_2} \rho_m \cdot c_{m0}[N]^T\{R\}^T\{R\}[N] \cdot dv_2$$

$$+ \int_{v_3} \rho_m \cdot c_{m0}[N]^T\{R\}^T\{R\}[N] \cdot dv_3$$

$$[C_2] = \int_{v_1} \rho \cdot c_{x0} \cdot \gamma_x(T_0 + z \cdot T_{0z} + z^3 \cdot T_{03z})$$

$$[N]^T\{R\}^T\{R\}[N] dv_1$$

$$+ \int_{v_2} \rho_m \cdot c_{m0} \cdot \gamma_m(T_0 + z \cdot T_{0z} + z^3 \cdot T_{03z})$$

$$[N]^T\{R\}^T\{R\}[N] dv_2$$

$$+ \int_{v_3} \rho_m \cdot c_{m0} \cdot \gamma_m(T_0 + z \cdot T_{0z} + z^3 \cdot T_{03z})$$

$$[N]^T\{R\}^T\{R\}[N] dv_3$$

$$[K] = [K_1] + [K_1'] + [K_2] + [K_2']$$

$$[K_1] = \int_{v_1} [N]^T[S]^T[k_x][S][N] dv_1$$

$$+ \int_{v_2} [N]^T[S]^T[k_m][S][N] dv_2$$

$$+ \int_{v_3} [N]^T[S]^T[k_m][S][N] dv_3$$

$$[K_1'] = \int_{v_1} (T_0 + z \cdot T_{0z} + z^3 \cdot T_{03z})$$

$$[N]^T[S]^T[k_x(T)][S][N] dv_1$$

$$+ \int_{v_2} (T_0 + z \cdot T_{0z} + z^3 \cdot T_{03z})$$

$$[N]^T[S]^T[k_m(T)][S][N] dv_2$$

$$+ \int_{v_3} (T_0 + z \cdot T_{0z} + z^3 \cdot T_{03z})$$

$$[N]^T[S]^T[k_m(T)][S][N] dv_3$$

$$[K_2] = \int_{S_c} \alpha[N]^T\{R\}^T\{R\}[N] dS_c$$

$$[K_2'] = \int_{S_c} \alpha\beta T_0 + z \cdot T_{0z} + z^3 \cdot T_{03z})$$

$$[N]^T\{R\}^T\{R\}[N] dS_c$$

$$\{P\} = \{P_1\} + \{P_2\} + \{P_2'\}$$

$$\{P_1\} = \int_{S_2} q_{S_2}[N]^T\{R\}^T dS_2$$

$$\{P_2\} = \int_{S_c} \alpha \cdot T_w[N]^T\{R\}^T dS_c$$

$$\{P_2'\} = \int_{S_c} \alpha\beta T_0 + z \cdot T_{0z} + z^3 \cdot T_{03z}) \cdot$$

$$T_w[N]^T\{R\}^T dS_c$$

得到单元的热刚度矩阵、热载向量后，组装即可得到总体热刚度矩阵和总体热载列向量，最后可得到一个非线性方程组，可用数值解法来进行求解，如牛顿法及其各种改进形式等。

这种方法的实质是在一般复合材料结构传热的热叠层理论的基础上，根据蜂窝夹层复合材料结构整体来看分层较少的特点，略去热导率 k_{ij}、对流换热系数 α 和比热容 c 的折合计算而分别严格计入芯层与面板热导率 k_{ij}、对流换热系数 α 和比热容 c_m 的一种改进的计算方法，并且根据蜂窝夹层复合材料本身的特点，作出了一些不同于一般复合材料层合结构的假设，如结构温度分布及温度梯度分布连续的假设和减弱面板芯层之间物性变化的影响的假设，而根据这些假设来改进复合材料结构传热热叠层理论得到的本文中的方法更接近蜂窝夹层结构的实际，比一般的复合材料结构传热的热叠层理论更适合以蜂窝夹层复合材料结构传热的计算。

4 数值算例

利用本文作者提供的方法，对以下的算例进行

研究。如图2 所示，夹层为石墨环氧45°角铺层方板，芯层为蜂窝夹层，结构的几何参数为 a = b = 1 m，夹层厚度 h_0 = 0.005 m，芯层厚度 h = 0.04 m，四周绝热，外加热流垂直作用在板下表面0.09 m^2 上，热流作用中心在板中心偏左0.15 m 处。热流 q = 2000 W/m^2，环境温度 T_∞ = 300 K，结构具有均匀的初始温度 T_0 = 400 K。材料的热物性参数分别为：夹层材料主轴的热导率 K_{11} = 35 W/(m·K)，K_{12} = K_{21} = 30 W/(m·K)，K_{22} = 30 W/(m·K)，K_{33} = 25 W/(m·K)；芯层蜂窝材料主轴的热导率 K_{11} = 40 W/(m·K)，K_{12} = K_{21} = 30 W/(m·K)，K_{22} = 30 W/(m·K)，K_{33} = 25 W/(m·K)。夹层材料对流换热系数 α_{jc} = 10 W/(m^2·K)；芯层材料对流换热系数 α_x = 10 W/(m^2·K)。夹层材料比热容 c_{0jc} = 1000 J/(kg·K)；芯层材料比热容 c_{0x} = 1000 J/(kg·K)。

对以下3 种情况进行计算：

(a) 非线性材料热系数为：$\lambda_{ij} = \beta = \gamma = 0.001$；

(b) 非线性材料热系数为：$\lambda_{ij} = \beta = \gamma = 0.005$；

(c) 非线性材料热系数为：$\lambda_{ij} = \beta = \gamma = 0.01$。

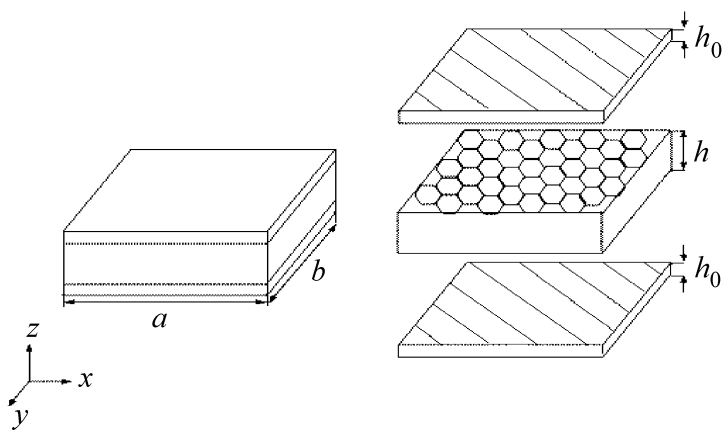
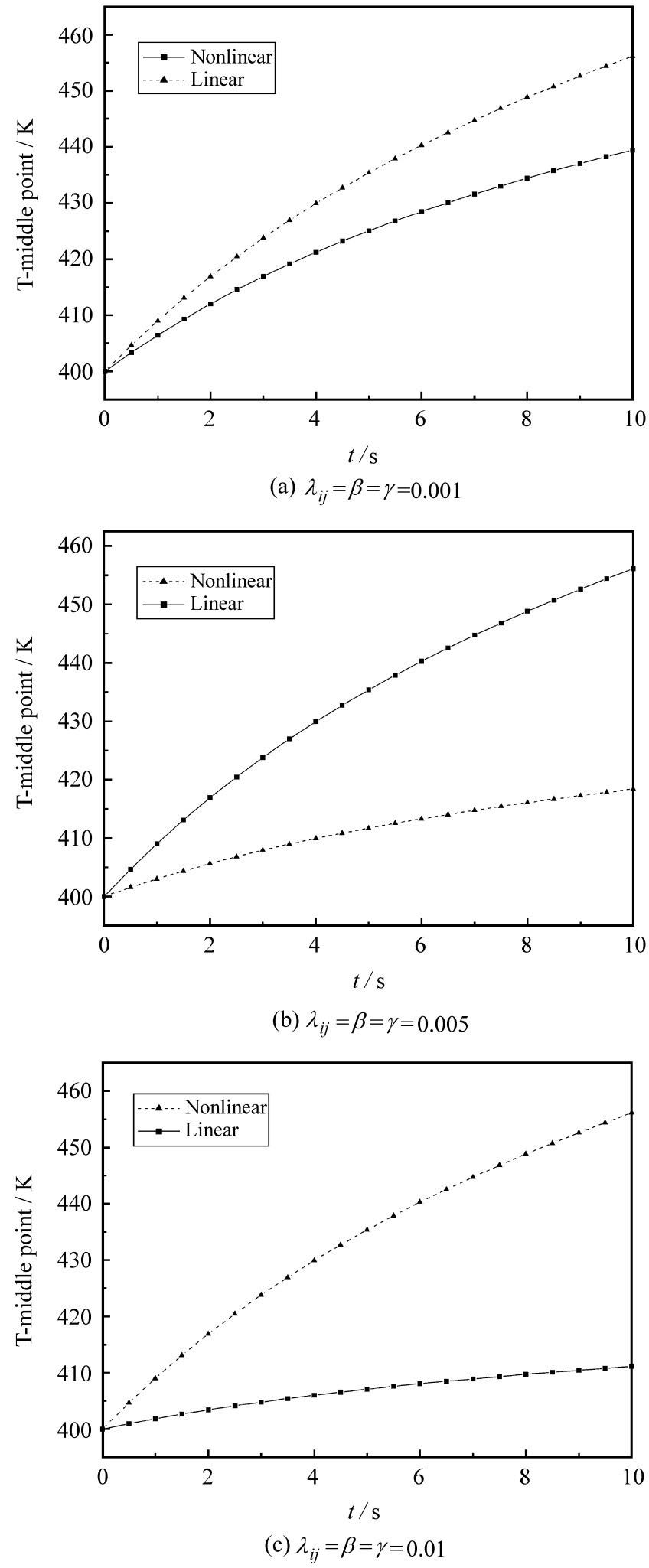


图2　蜂窝夹层复合材料板结构示意图

Fig. 2　Sketch for honeycomb sandwich composite material plate

图3 和图4 分别是3 种条件下10 s 内下表面中点处温度变化曲线和10s 后中面45°对角线上温度分布曲线。图中实线表示的是考虑材料热物性随温度变化时的计算结果，而短直线虚线表示的是不考虑材料热物性随温度变化、假定物性值为常数时的计算结果。由图3(a) 和图4(a) 可见，当材料的非线性特性并不十分显著时，虽然非线性特性对结构瞬态温度场有影响，但是影响很小，且没有改变其原有的变化趋势。所以当材料的非线性特性并不显著时，可以忽略其影响。

当材料的非线性特性逐渐增大时，如图3(b) 与图4(b) 所示，这时非线性特性已经开始影响瞬态温度场的变化趋势及分布，并且两者之间已经有明显的差值出现。我们可以看到这时的材料的非线性特性其实并不是十分得显著，但是形成的影响却已经是不能忽略的了，如果这时继续忽略其影响，将对结果造成很大的误差。而且通过前两组图片，



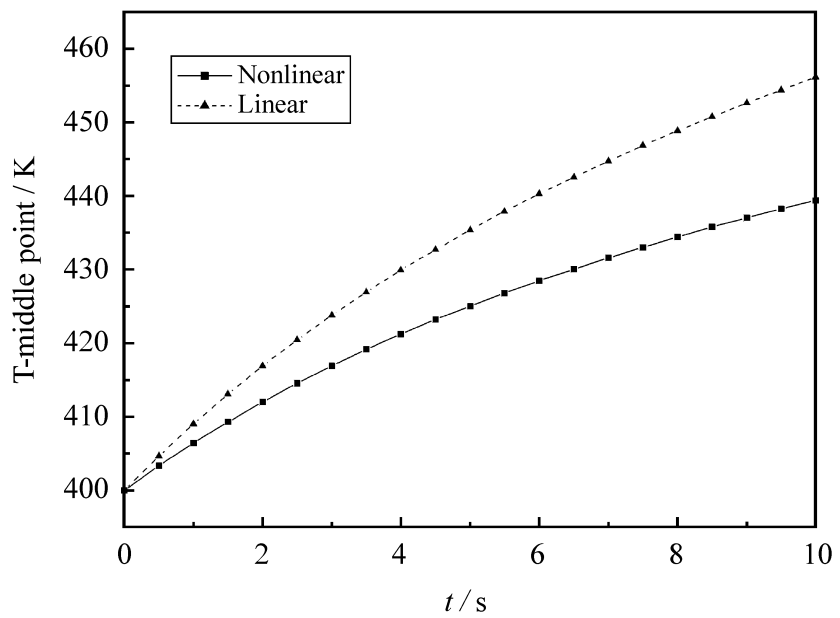
(a) $\lambda_{ij} = \beta = \gamma = 0.001$

(b) $\lambda_{ij} = \beta = \gamma = 0.005$

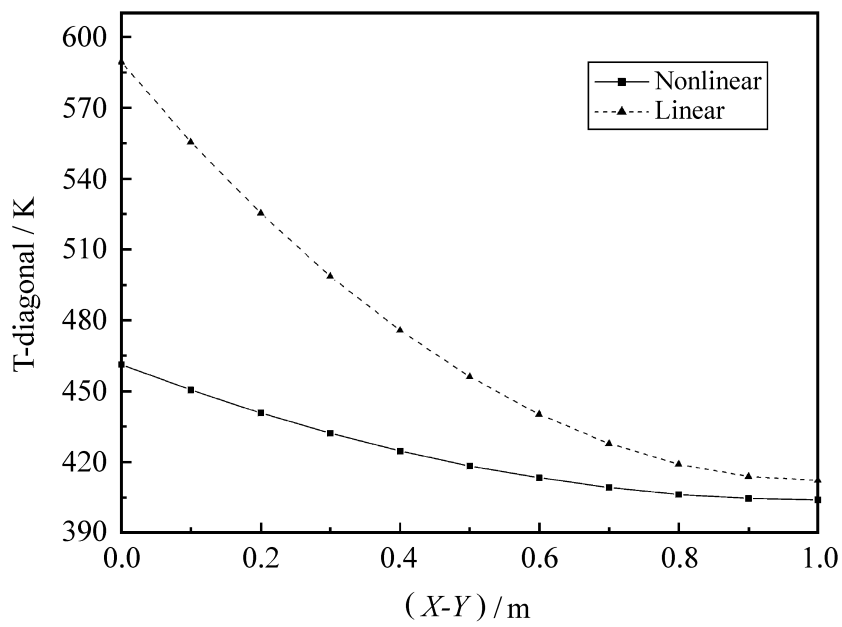
(c) $\lambda_{ij} = \beta = \gamma = 0.01$

图3　10s 内下表面中点处温度变化

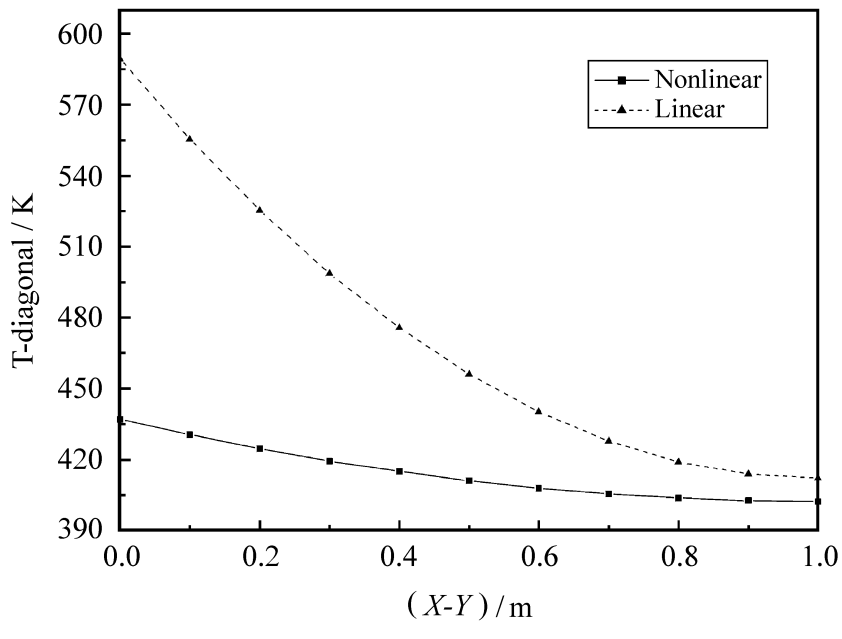
Fig. 3　Temperature variation for the middle point of bottom surface in 10 s



(a) $\lambda_{ij}=\beta=\gamma=0.001$



(b) $\lambda_{ij}=\beta=\gamma=0.005$



(c) $\lambda_{ij}=\beta=\gamma=0.01$

图4　10s 后中面45°对角线上温度分布

Fig. 4　Temperature distribution for the diagonal of middle surface after 10 s

我们可以看到即使材料的非线性特性十分微弱，但是随着时间历程的推移，其造成的影响也将会变得不可忽略。

最后来看一下材料的非线性特性已经较为明显时的情况。通过图3(c) 与图4(c)，我们可以清楚地看到由于材料的非线性特性导致的结果，这时如果忽略材料非线性特性的影响，得到的结果根本不能相信。

综上，当材料物性的非线性系数较小时，与假定材料物性为常值时相比，结构温度变化所受影响较小，但是随着时间的增加，其累积结果也相当显著；而当非线性系数较大时，结构温度所受的影响十分明显，即便加倍计入计算误差所造成的影响，由较大的非线性系数所造成的影响也是令人吃惊的，已经到了不能不考虑的地步。由此可见，考虑传热过程中的非线性因素的影响是十分必要的。

在此指出，本文作者采用的具体的有关温度分布规律及物性变化规律的假定是相当简陋的，计算结果不可避免地带有误差，只能作为示例使用。

5　结　论

本文作者研究了蜂窝夹层复合材料结构热物性参数(热传导率、对流换热系数和比热容)随温度变化的非线性热传导问题，基于对一般复合材料结构传热热叠层理论，针对蜂窝夹层复合材料结构的特点作出改进，给出了复合材料蜂窝夹层板瞬态温度场分析的有限元方程。数值算例表明：材料非线性对复合材料蜂窝夹层板的热传导有显著影响。最后再次指出，按照本文作者的思想并不难导出基于其他各种假定的复合材料蜂窝夹层结构热传导理论及其有限元方程。

参考文献：

[1]　Padovan J. Steady conduction of heat in linear and nonlinear fully anisotropic media by finite elements [J]. Journal of Hest Transfer, 1974, 96: 313 - 318.

[2]　Tamma K K, Yurko A A. A unified finite element modeling analysis approach for thermal-structural response in layered composites [J]. Comput Struct, 1988, 29: 743 - 754.

[3]　Rolfes R. Higher order theory and finite element for heat conduction in composites [A]. In: Lewis R W, Chin J H, Homsy G M, eds. Stanford USA 7th Int Conf on Numer Meth in Thermal Probl [C]. Swansea: Pineridge Press, 1991. 880 - 889.

[4]　Rolfes R. Nonlinear transient thermal analysis of composites structures [A]. In: Hirsch Ch, Zienkiewicz O C, Onate E, eds. Numerical Methods in Engineering 92. Brussels, Belgium: Proceedings of the First European Conference on Numerical Methods in Engineering [C]. Brussels, Belgium, 1992. 653 - 659.

[5] 李松年, 邓忠民. 复合材料叠层板的非线性热分析[J]. 北京航空航天大学学报, 1996, 22(3): 290-295.
Li Songnian, Deng Zhongmin. Nonlinear transient thermal analysis of composite laminate [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1996, 22(3): 290-295.

[6] 杨自春, 黄玉盈. 复合材料新的热层合理论及其有限元方法研究[J]. 海军工程学院学报, 1995(3): 29-34.
Yang Zichun, Huang Yuying. A new thermal laminate theory and finite element approach for the transient temperature field analysis of composite laminates [J]. Journal of Naval Academy of Engineering, 1995(3): 29-34.

[7] 杨自春, 曹跃云. 复合材料结构传热分析新的高阶热层合理论研究[J]. 海军工程大学学报, 1998(1): 1-7.
Yang Zichun, Cao Yueyun. A new high-order thermal laminate theory for the transient temperature field analysis of composite structure [J]. Journal of Naval Academy of Engineering, 1998(1): 1-7.

[8] 杨自春. 复合材料层合结构的非线性传热分析[J]. 海军工程大学学报, 2000(5): 9-13.
Yang Zichun. Nonlinear heat transfer of composite material laminated structure [J]. Journal of Naval Academy of Engineering, 2000(5): 9-13.

[9] 俞昌铭. 热传导及其数值分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 1982.
Yu Changming. Heat Transfer and Its Numerical Analysis [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1982.

[10] 张志民, 张开达, 杨乃宾. 复合材料结构力学[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1993.
Zhang Zhimin, Zhang Kaida, Yang Naibin. Composite Material Structural Mechanics [M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 1993.