复 合 材 料 学 报　　第24 卷　第1 期　2 月　2007 年
Acta Materiae Compositae Sinica　　Vol. 24　No. 1　February　2007

文章编号: 1000-3851(2007)01-0116-06

应用 Monte Carlo-JC 法评估FRP 加固 RC 梁受弯承载力可靠度

何　政*[1], 黄永春[2]

(1. 东北大学 资源与土木工程学院, 沈阳 110004; 2. 中国建筑东北设计研究院 青岛分院, 青岛 266071)

摘　要: 将 Monte Carlo 随机抽样方法与JC 法相结合(称为 Monte Carlo-JC 法), 利用 Matlab 软件自带的随机数发生器编制了程序, 针对 ACI 440.2R-02 设计指南(称为 ACI 指南)中的FRP 抗弯加固条款进行了较为系统的可靠度评估。可靠度分析结果表明: 混凝土强度 f_c'、CFRP 片材配筋率 ρ 及CFRP 片材性能是影响抗力比值均值和标准差的3 个主要因素; 可靠度指标的平均值随着折减系数的增大而逐步减小, 且随着荷载效应比值 L_n/D_n 的增大而减小。对所有可靠度指标进行统一考虑, 得到整体抗弯设计指标 β 为4.40, 可见该指南的可靠度水平偏高。基于对抗力折减系数 的参数研究结果, 无论钢筋的应变水平如何, 建议 取固定值0.90。在所有相关设计指南中, ACI 指南最具有代表性, 对该指南的可靠度评估具有普遍意义。

关键词: CFRP; 钢筋混凝土; 可靠度指标; Monte Carlo 模拟; JC 法; 抗力折减系数

中图分类号: TB528　　**文献标识码**: A

Application of Monte Carlo-JC method to the reliability assessment of flexural capacity of RC beams strengthened with FRP

HE Zheng*[1], HUANG Yongchun[2]

(1. College of Resources and Civil Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China;
2. Qingdao Branch, China Northeast Design & Research Institute, Qingdao 266071, China)

Abstract: The JC method combined with Monte Carlo simulation procedure (called Monte Carlo-JC method) was applied to conduct a systematic reliability assessment of flexural capacity of FRP reinforced concrete beams designed by the report ACI 440.2R-02 (called ACI guideline). Several programs were made by utilizing the inherent random number generators of Matlab software. The results indicate that the concrete strength f_c', CFRP reinforcement ratio ρ and CFRP mechanical properties are the most significant influencing factors on the mean values and the standard deviations of the strength ratio $M(M_n)$. The results show that the averaged reliability indexes decrease with increasing the resistance reduction factor and load effect ratio L_n/D_n. The global reliability index for flexural design was found to be 4.40, based on all reliability indexes. The reliability level of ACI guideline is rather conservative. The resistance reduction factor is suggested as a fixed value of 0.90, regardless of the strain level of the tensile steel reinforcement. ACI guideline is the most typical one among all current relevant guidelines. The reliability assessment of this guideline is of general significance.

Keywords: carbon fiber reinforced polymer; reinforced concrete; reliability index; Monte Carlo simulation; JC method; resistance reduction factor

纤维增强塑料(简称FRP)由于自身的独特优点, 在土木工程结构中的应用越来越广泛, 尤其是FRP 片材在混凝土加固结构中的应用日益普及。因此出现了一些相关的设计指南[1-5], 这些设计指南推动了有关FRP 研究工作和工程实践的深入开展。普通钢筋混凝土结构的设计在很大程度上依赖于钢筋的延展特性, 这可在某种程度上弥补由实际失效模式发生的不确定性导致的潜在危险, 为结构设计提供了一定的安全富余度。多数有关FRP 设计指南中的抗力折减系数 和材料强度折减系数 $_f$

收稿日期: 2006-02-09; 收修改稿日期: 2006-05-24
基金项目: 国家自然科学基金项目(50208007)
通讯作者: 何　政, 博士, 教授, 从事FRP 配筋混凝土结构性能研究　E-mail: hezheng1971@gmail.com

或是由混凝土结构设计规范中相应系数简单修订得到，或是凭借经验来指定，并未从可靠度的角度来评估其中的设计条款，而可能导致其中的某些设计条款过于保守，或偏于不安全[6]。因此，有必要对相关设计条款进行可靠度评估，并针对其中不科学、不合理的设计条款进行修订。在这些设计指南中，ACI 440.2R-02 技术指南[1]（以下简称 ACI 指南）最典型，通过对该设计指南的可靠度评估，可以掌握当前 FRP 加固钢筋混凝土构件设计的可靠度水平与存在的问题。由于 FRP 片材加固混凝土构件中已配有钢筋，具有二次受力的特点，加之 FRP 片材与混凝土表面协同工作机理复杂，容易出现混凝土保护层剥离破坏或 FRP 剥离破坏。因此，此类构件的承载力极限状态要比普通钢筋混凝土梁的情况复杂得多，承载力计算公式也更加繁琐。如果直接简单采用由 Rackwitz 和 Fiessler[7] 提出的“当量正态化”方法（后被国际安全度联合委员会采用，故又称 JC 法）进行可靠度指标的计算，容易出现不收敛的情况[8]。Monte Carlo 随机抽样方法适宜于复杂问题的可靠度分析，计算精度高、收敛性好，但是完全采用该方法计算效率较低。本文中将这2 种方法结合使用（称为 Monte Carlo-JC 法），对 ACI 指南中的 FRP 片材抗弯加固设计条款进行了较系统的可靠度评估。

1　ACI 指南抗弯加固设计条款[1]

只考虑受拉钢筋一侧的纤维片材加固，除了平截面假定、钢筋与混凝土之间完好粘结假定、混凝土极限压应变 ε_u 取为0.003 以及忽略混凝土抗拉强度假设条件之外，还采用假定：(1) FRP 在达到破坏前本构关系为线弹性应力-应变关系；(2) 混凝土与 FRP 间具有良好的粘接。FRP 加固钢筋混凝土梁的受弯失效模式可能有5 种[9]：(1) 钢筋屈服前混凝土被压碎；(2) 钢筋屈服后混凝土被压碎；(3) 钢筋屈服后 FRP 被拉断；(4) 混凝土保护层出现分层；(5) FRP 剥离破坏。后2 种失效模式可通过引入限制 FRP 应变 ε 的粘贴系数 κ_m（$\kappa_m \leq 0.90$）来避免，如下式所示：

$$\varepsilon = \varepsilon_u \frac{h-c}{c} - \varepsilon_b \leq \kappa_m \varepsilon_u \qquad (1)$$

式中：h 和 c 分别为截面高度和混凝土受压区高度；ε_b 为梁底部初始应变；ε_u 为 FRP 片材的极限拉应变；κ_m 的取值与 ε_u、FRP 片材弹性模量 E_f、粘贴层数 n 及厚度 t_f 有关。在满足良好粘结假定的情况下，若式(1) 中左端起控制作用时，则认为发生混凝土压碎失效模式；当式(1) 中右端起控制作用时，则认为发生 FRP 拉断失效模式，即第3 种失效模式。当发生混凝土压碎失效模式时，钢筋的应变水平 ε 为

$$\varepsilon = (\varepsilon + \varepsilon_b) \frac{d-c}{h-c} \qquad (2)$$

式中：d 为截面的有效高度。若 ε 小于钢筋的屈服应变 ε_y，则意味着发生第1 种失效模式，否则为第2 种失效模式。对前2 种失效模式的截面抗弯承载力 M_n 按下式计算：

$$M_n = A_s f_s \left(d - \frac{\beta c_1}{2}\right) + \psi A_f f_f \left(h - \frac{\beta c_1}{2}\right) \qquad (3)$$

式中：A_s 为纵向受拉钢筋的截面面积；f_s 为钢筋的应力水平，$f_s = E_s \varepsilon \leq f_y$（$E_s$ 和 f_y 分别为钢筋的弹性模量和屈服强度）；f_f 为 FRP 片材的应力水平，$f_f = E_f \varepsilon$；ψ 为附加材料强度折减系数（$\psi = 0.85$）；c_1 为混凝土受压区高度；β 为混凝土受压区等效矩形应力图形的系数，按 ACI 混凝土结构设计规范[10] 来确定。

发生 FRP 拉断失效模式时，截面的抗弯承载力按下式计算：

$$M_n = A_s f_y \left(d - \frac{\beta c_2}{2}\right) + \psi A_f f_{fu} \left(h - \frac{\beta c_2}{2}\right) \qquad (4)$$

式中：f_{fu} 为 FRP 片材的抗拉强度；c_2 为 FRP 拉断时混凝土受压区的高度，c_2 的计算方法不同于 c_1；β 为 FRP 拉断时混凝土受压区等效矩形应力图形系数，β 的计算也不同于 β，它须由对受压区混凝土应力分布图形积分计算得到，单轴混凝土受压应力应变关系采用 Hognestad 等人[11] 提出的数学模型。

需要说明的是，在 ACI 指南中的抗弯承载力设计值计算中，FRP 片材抗拉强度 f_{fu} 和极限拉应变 ε_u 是在样本统计均值减去3 倍标准差的基础上再乘以强度环境影响系数 C_E（$C_E < 1.0$）来确定的，FRP 片材弹性模量 $E_f = f_{fu}/\varepsilon_u$。对于本文中考虑的一般使用环境和采用环氧树脂的 CFRP 片材，其强度环境影响系数 C_E 取为0.95。

对于最常见的恒载荷和竖向活载荷组合情况，其抗弯设计准则为[12]

$$\gamma_L L_n + \gamma_D D_n \leq M_n \qquad (5)$$

式中：L_n 和 D_n 分别为活载荷和永久载荷引起的效应；　为抗力折减系数，取值与钢筋的应变水平 ε

有关，如 ε 不超过屈服应变 ε_y，取为0.70，如 $\varepsilon \geq 0.005$，取为0.90，对于其它情况，由线性插值确定；γ_L 和 γ_D 分别为活载荷和永久载荷的分项系数。对于常见的混凝土简支梁，多数情况下只需考虑恒荷和楼屋面活载荷同时作用的情况。表1 中列举的恒荷和楼屋面活载荷的统计概率模型及其参数均摘自文献[12]。在 ACI 混凝土结构设计规范[10] 中，针对不同载荷或作用引起的效应，一共给出了7 种可能的组合方式，其中适用于仅考虑恒荷和楼屋面活载荷的组合方式为其中的第2 种和第3 种组合方式。在这2 种组合方式中，恒载荷和活载荷的分项系数如表1 所列。

表1　载荷统计数据及其分项系数

Table 1　Statistical data of loads and basic load partial factors

Load pattern	Mean/ Nominal[12]	Coefficient of variation[12]	Probability distribution[12]	Load factors[10]
Dead	1.05	0.10	Normal	1.20
Live	1.00	0.25	Extreme I	1.60

2　Monte Carlo-JC 方法

本文中采用的 Monte Carlo-JC 法就是将JC 法与 Monte Carlo 随机抽样方法相结合来计算可靠度指标 β。通过抽取相对较少的样本数量将抗力整合成一个随机变量，抗力的分布类型和特征参数可以通过对抽样结果的假设检验得到。在得到抗力的统计参数之后，就可以与载荷效应联合采用JC 法计算可靠度指标 β。方法流程如图1 所示。这种方法既解决了功能函数高次非线性或计算公式复杂导致JC 法收敛困难的问题，又在保证精度要求的前提下提高了 Monte Carlo 的计算效率。根据截面抗力中各设计变量的概率分布函数及其统计参数，借助 Matlab 7.0 中的统计工具箱[13] 对这些随机变量进行抽样，该工具箱提供了20 种工程结构分析中常用的随机变量分布类型的随机数发生器，如正态分布、对数正态分布、Beta 分布、Weibull 分布等。这样大大减轻了编程工作量，也相应提高了计算效率。对抽取的随机样本由式(3) 或式(4) 计算相应设计点下的抗力，进而可得到该设计点下样本计算弯矩与弯矩设计值的比值的平均值及其标准差，然后对抗力分布类型进行假设检验。本文中假设抗力分布类型为正态分布，通过采用偏度和峰度检验，在显著性水平为0.05 的条件下，98% 以上的设计点

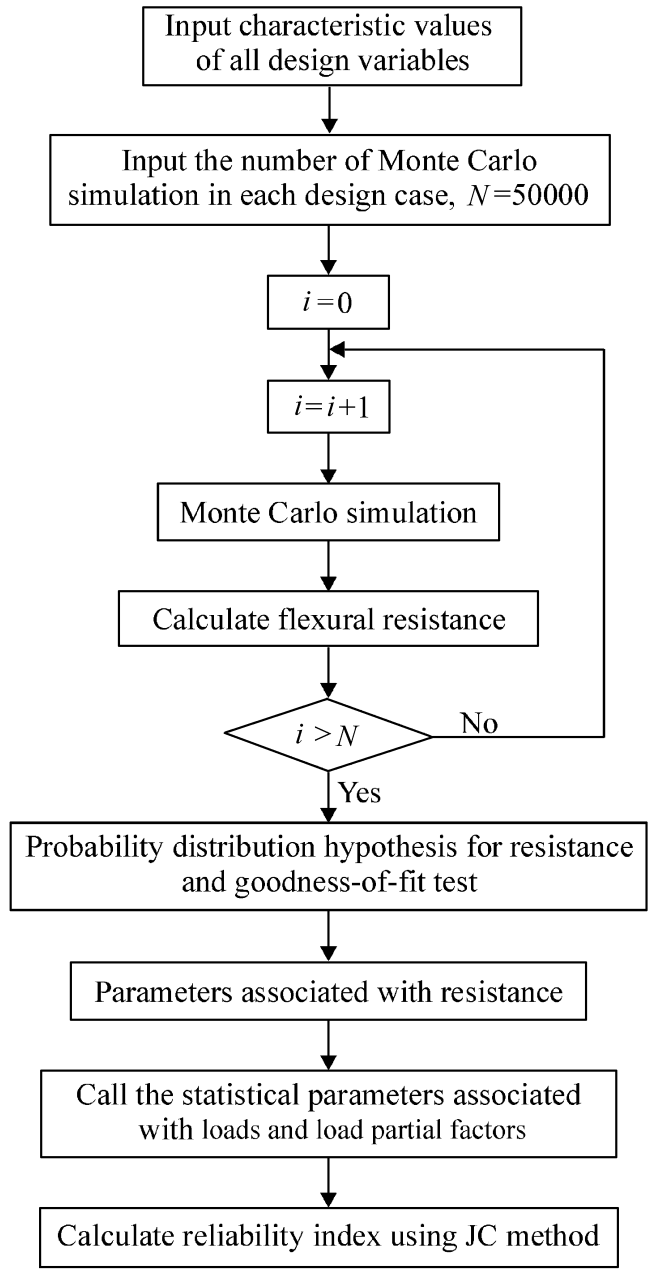

图1　Monte Carlo-JC 法流程图

Fig.1　Flowchart of Monte Carlo-JC method

通过假设检验，说明抗力正态分布假设是可以接受的。在得到抗力分布的概率分布函数及其特征参数之后，采用JC 法对式(5) 中的活载荷效应进行当量正态化，计算指定 L_n/D_n 比值下的可靠度指标，本文中考虑了 $L_n/D_n = 0.5$、1.0、1.5、2.0 和2.5 五种比值，分析过程详见文献[14]。

3　可靠度指标计算

3.1　设计变量

在ACI 指南中，梁宽 b、梁高 h、有效高度 d、混凝土强度 f'_c、FRP 片材强度 f_{fu}、钢筋强度 f_y、钢筋的配筋率 ρ、FRP 片材的配筋率 ρ_f 以及梁底部初始应变 ε_b 是抗弯承载力的影响因素。为了尽可能地包含所有的设计情况，将设计变量分成较为极端的2 组情况来考虑，即数值较小的A 组和数值较大的B 组，如表2 所列，共有 $2^9 = 512$ 个设计点。通过灵敏度分析可知，钢筋配筋率 ρ 和FRP 片材配筋率 ρ_f 对可靠度指标的影响很小，可以忽略，故本文中将这2 个设计变量视为确定性量，这样需要

表2　设计变量的统计资料

Table 2　Statistical data of design variables

Design variable	Nominal value A	Mean value μ, standard deviation σ	Nominal value B	Mean value μ, standard deviation σ	Distribution
Width b/ mm[12]	200	μ= b+2.54 σ=3.658	500	μ= b+2.54 σ=3.658	Normal
Height h/ mm[12]	1.5b	μ= h-3.05 σ=6.35	2.5b	μ= h-3.05 σ=6.35	Normal
Effective height d/ mm[12]	0.8h	μ= d-4.7 σ=12.7	0.95h	μ= d-4.7 σ=12.7	Normal
Concrete strength f_c'/ MPa[15]	20.67	μ=27.97 σ=2.85	41.34	μ=46.163 σ=1.9388	Normal
CFRP strength f_{fu}/ MPa	1627.4[a]	u=2433.2[16] k=16.6[16]	2773.8[b]	u=4381.3[14] k=14.8[14]	Weibull
Steel reinforcement ratio ρ_s	0.003		0.015		Deterministic
CFRP reinforcement ratio ρ_f	0.005		0.020		Deterministic
Steel yield strength f_y/ MPa[16]	276	μ=312 σ=36.2	414	μ=466 σ=45.6	Beta
Initial bottom strain ε_{0b}	0.0002	μ=0.0002 σ=0.00005	0.001	μ=0.001 σ=0.00025	Normal

Note: a —— E_f = 158 GPa; b —— E_f = 402 GPa

进行随机抽样的设计点实际上减少到2^7=128 个。

3.2　抗力比值的均值及标准差

对每个设计点随机抽取的样本数为50000 次，这样对于每个设计点就可得到50000 个抗力比值，进而得到对应该设计点的抗力比值的均值和标准差。图2 所示为各个设计变量对抗力比值均值及标准差的影响，总体样本的抗力比值均值及标准差分别为1.6768 和0.01175。从图2 可以看出，无论对抗力比值均值还是对标准差，混凝土强度f_c'都是最重要的影响因素，其次是CFRP 片材的配筋率ρ_f和CFRP 片材性能。当混凝土强度f_c'从20.67 MPa 增大到41.34 MPa 时，抗力比值均值减小了17.85%，标准差减小了83%；当CFRP 片材的配筋率ρ_f从0.005 增加到0.02 时，抗力比值均值增大了18%，标准差增大了90%；当CFRP 片材的类型由A 组(低强低弹模型)变为B 组(高强高弹模型)时，抗力比值均值减小了9.5%，标准差减小了32.1%。

3.3　参数研究

在可靠度分析中，恒活载荷效应之比L_n/D_n对可靠度水平的影响显著。考虑到CFRP 强度较高，本文中考虑了L_n/D_n=0.5、1.0、1.5、2.0 和2.5

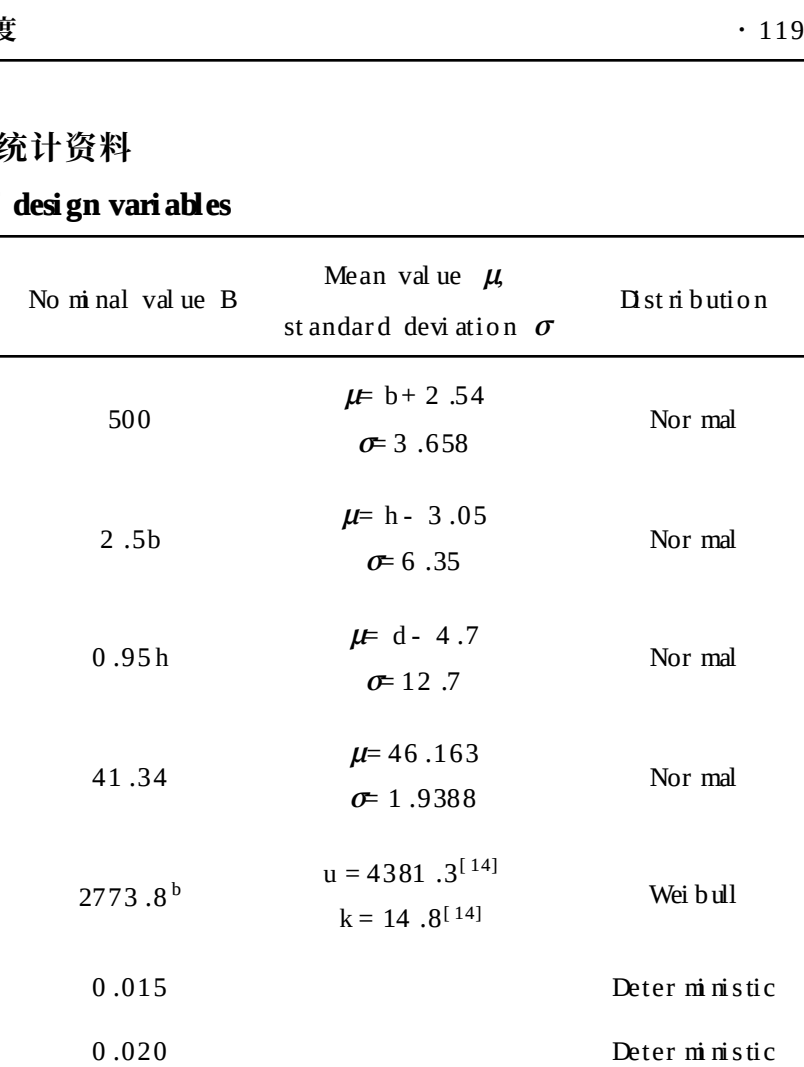

图2　设计变量对抗力比值均值和标准差的影响

Fig.2　Effects of design variables on the mean values and the standard deviations of M(Mn)

五种比值，以综合考察 L_n/D_n 对可靠度指标的定量影响。对每一个设计点的随机抽样样本计算相应的可靠度指标，一共有512 ×5 = 2560 个可靠度指标，如果以载荷效应比值 L_n/D_n 将这些可靠度指标进行分类，将其绘制成图，这样不仅观察可靠度指标随荷载效应比值 L_n/D_n 的变化情况，也能借此了解可靠度指标大致的变化范围。由于在不同的设计点中采用了不同的抗力折减系数 ，可将抗力折减系数 作为横坐标，对这些可靠度指标予以展示，如图3 所示。图3 中实线部分为对应于某一 L_n/D_n 比值下可靠度指标平均值(对应同一抗力折减系数) 的线性回归，可以看出，可靠度指标平均值随着折减系数的增大而逐步减小，且随着荷载效应比值 L_n/D_n 的增大，可靠度指标不断减小，相邻载荷效应比值 L_n/D_n 下的可靠度指标均值相差也越来越小，当 L_n/D_n 从2 .0 增加到2 .5 时，可靠度指标平均值仅减小0 .1 左右。

图4 所示为可靠度指标平均值随设计变量分组的变化情况，这里的可靠度指标平均值是针对5 种 L_n/D_n 不同数值下的均值。从图4 可以看出，对可靠度均值影响最为显著的设计变量依次是混凝土强度 f_c'、CFRP 片材配筋率 ρ 和CFRP 片材的力学性能，这一点与抗力比值的均值及标准差的情况相同。当混凝土强度 f_c'(从20 .72 MPa 增大到41 .34 MPa 时，可靠度指标均值下降了13 .5 %；当 CFRP 的配筋率 ρ 从0 .005 增加到0 .02 时，可靠度指标均值增大了16 .7 %；当CFRP 片材由低强低弹型转变为高强高弹型时，可靠度指标均值下降了8 .8 %。

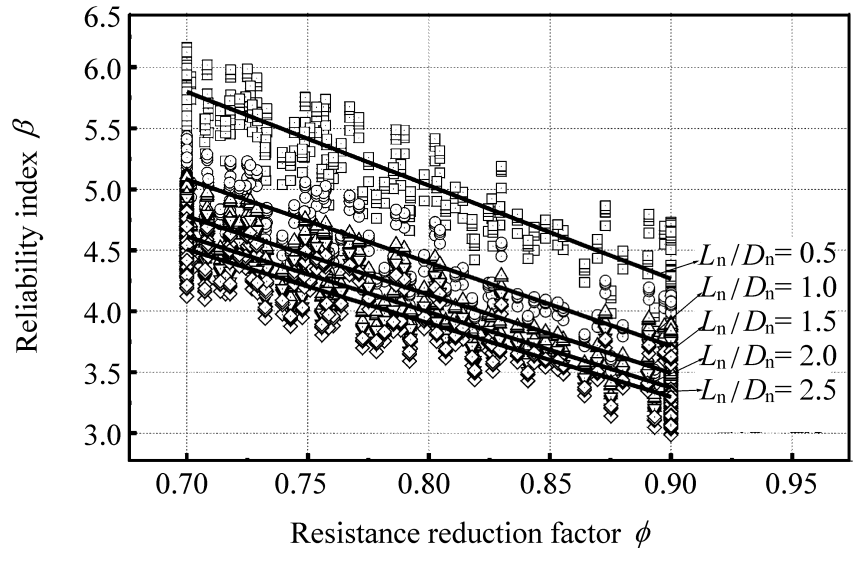

图3　可靠度指标 β 随载荷效应比值 L_n/D_n 和抗力折减系数 的变化

Fig .3　Change of reliability indexes β with load effective ratio L_n/D_n and resistance reduction factor

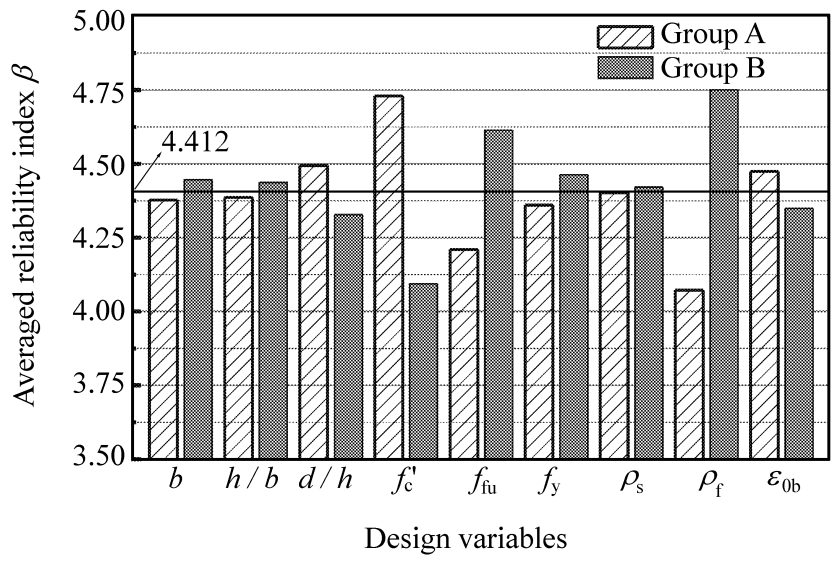

图4　各个设计变量对可靠度的影响

Fig .4　Effects of design variables on average reliability index

3 .4　整体可靠度指标 β 与抗力折减系数

CFRP 片材加固混凝土梁的破坏模式比较复杂，其界限配筋率不仅与混凝土性质有关，且与钢筋性质和梁底初始应变 ε_{b} 有关，所以不能简单地以相对配筋率来对其可靠度水平进行整体评估。此外，ACI 指南中采用的抗力折减系数 与钢筋应变 ε 有关，所以也不宜按破坏模式来分类考察各自的可靠度水平。基于这些考虑，本文作者对所有512 个设计点、2560 个可靠度指标进行统一考虑，以下式取得最小值作为判别条件来计算整体抗弯设计可靠度指标 β:

$$T(\beta = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\beta - \beta)^2 \qquad (6)$$

式中: T(β 为参与计算的所有可靠度指标 β 与 β 之间的偏差; n 为参与计算的数据点数，n = 2560 。T(β 的计算结果如图5 所示，由图5 中可确定 β 为4. 40 。可见可靠度水平偏于保守，有必要对与CFRP 片材有关的抗力折减系数 和附加材料强度折减系数 ψ 进行研究。有关可靠度分析结果表明[16,17]：对于 CFRP 片材，ψ 取0 .85 是合理的。这里仅对抗力折减系数 进行参数研究， 介于0. 70 和0 .90 之间。由计算结果可知，当钢筋应变 ε 超过0 .005 时，可靠度指标均值为3 .60 ，对于这种具有钢筋屈服塑性特征的脆性失效模式来说是可以接受的。所以这里只针对 的下限进行变化，以考察其变化对整体可靠度 β 指标的影响，计算结果如图6 所示。由图6 中可见，从可靠度水平层面来说，抗力折减系数(的下限值也可以取0 .90 ，即抗力折减系数 不必取为钢筋应变 ε 的函数，而是取固定值0 .90 。图6 中直线部分为对计算结果的线性回归。

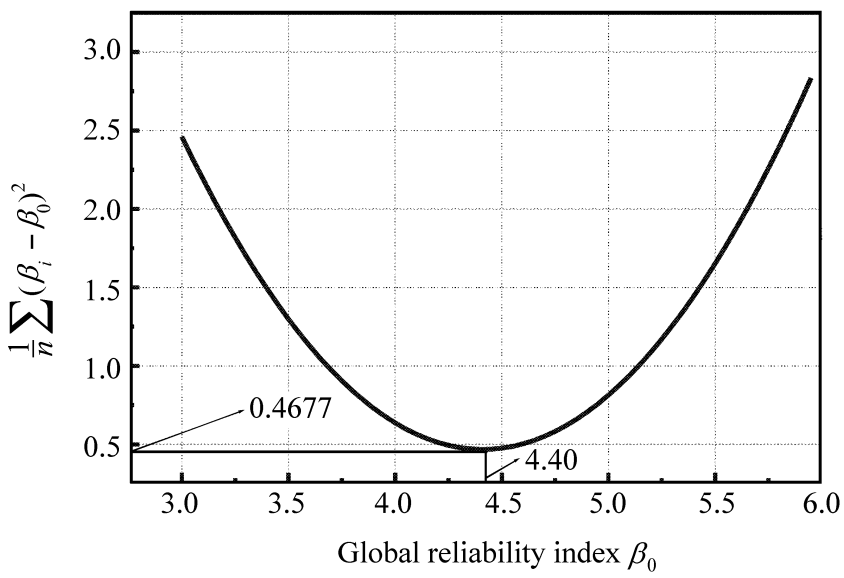

图5　整体可靠度指标 β 的确定

Fig.5　Determination of global reliability index β

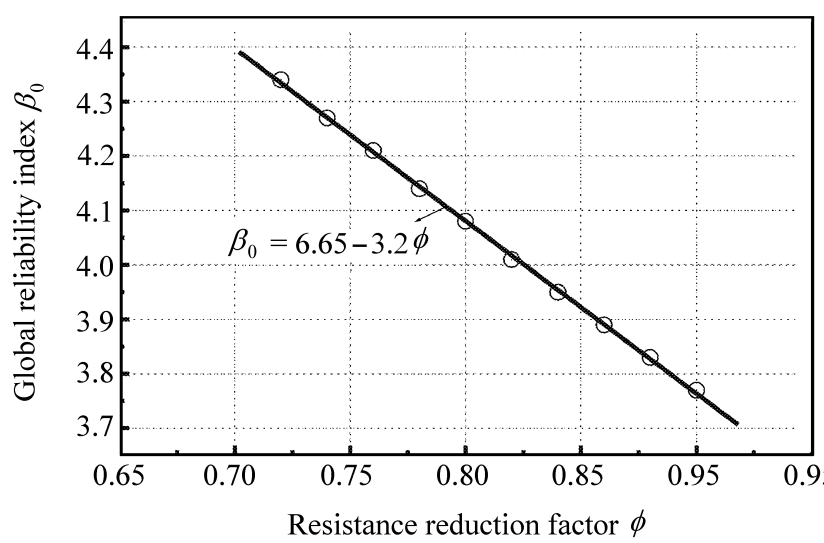

图6　抗力折减系数 ϕ 与整体可靠度指标 β 的关系

Fig.6　Relationship between resistance reduction factor and global reliability index β

4　结　论

本文中将适用性好的 Monte Carlo 随机抽样方法与经典的JC 法相结合，并充分利用 Matlab 软件中统计工具箱已有的随机数发生器编制了相应的程序，对 ACI 指南中的 CFRP 抗弯加固条款进行了可靠度评估。研究结果表明：无论是抗力比值均值还是标准差，混凝土强度 f_c'、CFRP 片材配筋率 ρ_f 与CFRP 片材的力学性能都是最主要的影响因素。当混凝土强度 f_c' 从20.67 MPa 增大到41.34 MPa 时，抗力比值均值和标准差分别减小了17.85% 和83%；当 CFRP 片材的配筋率 ρ_f 从0.005 增加到0.02 时，抗力比值均值和标准差分别增大了18% 和90%；当低强低弹模型CFRP 片材变为高强高弹模型CFRP 片材时，抗力比值均值和标准差分别减小了9.5% 和32.1%。可靠度指标平均值随着抗力折减系数 ϕ 和载荷效应比值 L_n/D_n 的增大而减小。由于问题的复杂性，不能以相对配筋率和破坏模式来分别考察各自情况下的可靠度，本文中是通过计算整体抗弯设计可靠度 β 来总体评价可靠度水平的。对全部512 个设计点、2560 个可靠度指标的统一计算得到 ACI 指南整体抗弯设计指标 β 为4.40，可见该指南中的可靠度水平偏于保守。从对抗力折减系数 ϕ 的参数研究结果来看，如果仅仅从可靠度水平层面来考虑问题，抗力折减系数 ϕ 可以取固定值0.90，不必考虑钢筋应变水平 ε 的变化情况。

参考文献：

[1] American Concrete Institute. Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures, ACI 440.2R-02 [R]. Detroit: American Concrete Institute, 2002.

[2] ISIS Canada Corporation. Strengthening reinforced concrete structures with externally-bonded fibre reinforced polymers, ISIS design manual 4 [R]. Manitoba, Canada: ISIS Canada Corporation, 2001.

[3] Canadian Standards Association. Design and construction of building components with fibre reinforced polymers CSA-S806-02 [R]. Toronto, Canada: Canadian Standards Association International, 2002.

[4] fib Task Group 9.3. Externally bonded FRP reinforcement for RC structures, Bulletin 14 [R]. Lausanne, Switzerland: Federal Institute of Technology, 2001.

[5] Japan Society of Civil Engineers. Recommendations for upgrading of concrete structures with use of continuous fiber sheets [R]. Tokyo, Japan: Japan Society of Civil Engineers, 2000.

[6] He Z, Ou J P. Probability-based design for FRP reinforced concrete structures: A critical review and research needs [C]// Proceedings of the 50th SAMPE Symposium. Long Beach, California, USA: Society of Advanced Materials and Process Engineering, 2005.

[7] Rackwitz R, Fiessler B. Structure reliability under combined random sequences [J]. Computers & Structures, 1978, 9: 489-494.

[8] Melchers R E. Structural reliability analysis and prediction [M]. New York: John Wiley & Sons, 1999.

[9] GangaRao H V S, Vijay P V. Bending behavior of concrete beams wrapped with carbon fabric [J]. Journal of Structural Engineering, 1998, 124(1): 3-10.

[10] merican Concrete Institute. Building code requirements for structural concrete, ACI 318-02 [R]. Detroit: American Concrete Institute, 2002.

[11] ognestad E, Hanson N W, McHenry D. Concrete stress distribution in ultimate strength design [J]. ACI Structural Journal, 1955, 52(4): 455-479.

[12] llingwood B, Galambos T V, MacGregor J G, et al. Development of a probability based load criterion for American national standard A58 building code requirements for minimum design loads in buildings and other structures, Special publication 577 [R]. Washington D C: Department of Commerce, National Bureau of Standards, 1980.

[13] he Math Works Inc. Users guide for statistics toolbox of Matlab 7.0 [M]. Natrick, MA, USA: The Math Works Inc, 2004.

[14] 黄永春. 基于ACI 和ISIS 设计指南的FRP 配筋混凝土构件可靠度评估 [D]. 哈尔滨：哈尔滨工业大学, 2005.
Huang Yongchun. Reliability assessment of FRP reinforced concrete members designed by ACI and ISIS design guidelines [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2005.

[15] owak A S, Szerszen M M. Calibration of design code for buildings (ACI318) I: Statistical models for resistance [J]. ACI Structural Journal, 2003, 100(3): 377-382.

[16] levris N, Triantafillou T C, Veneziano D. Reliability of RC members strengthened with CFRP laminates [J]. Journal of Structural Engineering, 1995, 121(7): 1037-1044.

[17] keil A M, El-Tawil S, Shahawy M. Flexural reliability of reinforced concrete bridge girders strengthened with carbon fiberreinforced polymer laminates [J]. Journal of Bridge Engineering, 2002, 7(5): 290-299.