复 合 材 料 学 报　　第24 卷　第4 期　8 月　2007 年
Acta Materiae Compositae Sinica　　Vol. 24　No. 4　August　2007

文章编号: 1000-3851(2007)04-0172-06

含分层损伤的复合材料格栅(AGS)板的非线性热屈曲分析

陈浩然*, 周柏华, 白瑞祥
(大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 大连 116023)

摘　要: 采用基于复合材料一阶剪切效应理论的有限元法分别研究了含分层损伤的复合材料层合光板、单向加筋板和格栅加筋(AGS)板的热屈曲性态。在分析中考虑材料热物理性质与温度相关特性, 同时在分层前缘采用了位移约束条件以保证分层区域的各子板的变形相容要求。3 种结构的典型算例分析和结果的比较表明, 复合材料格栅(AGS)板具有很强的抗热屈曲的能力, 但是, 分层损伤将使其临界温度降低, 同时还会导致热屈曲的模态发生改变。本文中提出的方法和所得结论对AGS 结构的热承载能力预测和损伤容限设计将具有参考价值。

关键词: 复合材料格栅结构; 分层损伤; 临界温度; 材料热物理性质与温度相关; 非线性热屈曲性态
中图分类号: TB330.1; V214.8　　**文献标识码:** A

Nonlinear thermal buckling behavior of advanced composite grid stiffened plates with delamination

CHEN Haoran*, ZHOU Baihua, BAI Ruixiang
(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

Abstract: On the basis of the first order shear deformation theory, a nonlinear finite element analysis method has been developed to study the thermal buckling behavior of delaminated advanced composite grid plates. The temperature dependent thermal and mechanical properties of the composite were considered and a constrained model was established to ensure deformation compatibility between sub-laminates in the front of the delamination. Comparing the thermal critical temperature and buckling modes of the bare and single direction stiffened laminates with those of advanced grid stiffened laminates (AGS), the result shows that the advanced grid composite laminates possess stronger thermal bucking resistance; however thermal critical temperature values are reduced and the corresponding buckling modes are also changed with increasing the delamination area. The methods and conclusions provided have the reference value for composite structure designers in load capacity prediction and damage tolerance design of AGS.

Keywords: composite advanced grid stiffened structure; delamination; critical temperature; temperature dependent thermal and mechanical properties; nonlinear thermal buckling behavior

先进复合材料格栅结构(AGS)作为近代最有竞争力的结构形式之一, 已广泛应用于航空、航天、石油化工、机械和建筑工程中, 但是AGS 在制造和使用过程中, 由于制造工艺的不完善或外来物的冲击等因素都能导致其蒙皮内部或蒙皮与筋间界面出现分层损伤(或脱黏), 在外界温度场的作用下, 这种分层损伤会诱发结构的热屈曲, 从而导致AGS 的失效[1]。为此, 在热载荷作用下具有分层损伤的AGS 的热屈曲问题, 是工程师在AGS 结构设计、制造和分析中十分关注的问题之一。由于复合材料的热物理和力学性质是温度的函数, 具有分层损伤的AGS 的热屈曲分析是一个非线性特征值问题, 国内外研究者分别对考虑和不考虑材料性质随温度变化情况下无分层损伤的复合材料层合板壳的线性和非线性热屈曲问题进行了研究[2-4]。Murphy 和Ferreira 用理论与实验相结合的方式去测定

收稿日期: 2006-09-18; 收修改稿日期: 2006-11-24
基金项目: 国家自然科学基金项目(10302004); 国家重大基础研究计划(973)项目(2006CB601205)
通讯作者: 陈浩然, 教授, 博士生导师, 主要从事复合材料和结构损伤力学研究　E-mail: chenhr@dlut.edu.cn

四方光板的屈曲温度和屈曲模态[5], 陈浩然等分别采用一阶和高阶剪切效应理论研究了含分层损伤层合板、加筋板和夹层板的非线性热屈曲特征[6-8], 但是至今还少见对含分层损伤 AGS 结构非线性热屈曲特征的分析研究的公开报道。

1 复合材料 AGS 板热屈曲问题增量形式的有限元方法

1.1 温度载荷下层合板的有限元列式[4,7]

在温度载荷作用下, 考虑剪切效应的单层板的应力-应变关系为

$$\{\sigma\}_p = [\bar{Q}]_p[\{\varepsilon\}_p - \{\alpha\}_p T] \tag{1}$$

式中: $\{\sigma\}_p=\{\sigma_x\ \sigma_y\ \tau_{xy}\ \tau_{yz}\ \tau_{xz}\}^T$; $\{\varepsilon\}_p=\{\varepsilon_x\ \varepsilon_y\ \gamma_{xy}\ \gamma_{yz}\ \gamma_{xz}\}^T$; $[\bar{Q}]_p$ 为考虑平面剪切的单层板偏轴刚度阵; $\{\alpha\}_p=\{\alpha_x\ \alpha_y\ \alpha_{xy}\ 0\ 0\}^T$ 为偏轴线膨胀系数向量; T 为即时温度(℃), 当材料系数和温度有关时, $[\bar{Q}]_p$ 和 $\{\alpha\}_p$ 为温度的函数。其中下标 p 表示层合板。对式(1)微分可得其增量本构关系为

$$\{\Delta\sigma\}_p = [\bar{Q}]_p[\{\Delta\varepsilon\}_p - (\{\alpha\}_p + \{\alpha_T\}_p)\Delta T] \tag{2}$$

其中: $\{\alpha_T\}_p=\{\sigma\}_p\cdot[\bar{Q}]_p^{-1}/T$ 为材料性质随温度变化与当前应力间的耦合效应对热应力的贡献; ΔT 为变温过程中温度的微小增量。将式(2)对沿单层板厚度方向坐标 z 积分, 则可得 ΔT 作用下层合板内力和应变增量型的关系式为

$$\{\Delta N\ \ \Delta M\ \ \Delta Q\}_p^T = [D]_p\{\Delta\varepsilon\ \ \Delta\chi\ \ \Delta\gamma\}_p^T - \{\Delta N_{pt}\ \ \Delta M_{pt}\ \ \mathbf{0}\}_p^T \tag{3}$$

式中: ΔN、ΔM 和 ΔQ 分别为层合板的内力、内力矩和平面剪力增量向量; $\Delta\varepsilon$、$\Delta\chi$ 和 $\Delta\gamma$ 分别为层合板中面的面内应变、曲率和剪切应变增量向量; ΔN_{pt}、ΔM_{pt} 为 ΔT 引起的当量热膜力和弯矩增量向量, 其表达式为

$$(\{\Delta N_{pt}\}\{\Delta M_{pt}\})^T = \int_{-h/2}^{h/2}[\bar{Q}]_p(\{\alpha\}_p + \{\alpha_T\}_p)^T \times(1,z)\Delta T dz \tag{4}$$

而 $[D]_p$ 为层合板的弹性阵, 为温度的函数。

$$[D]_p = \begin{matrix} A & B & 0 \\ B & D & 0 \\ 0 & 0 & H \end{matrix}$$

A、B、D 和 H 分别为层合板的拉伸、耦合、弯曲和面外剪切刚度阵。

根据以 Mindlin 理论为基础的层合板有限元理论, 只要位移和独立转角满足(C_0)连续, 则可直接采用分项插值法, 求得层合板单元增量应变向量以及法线转角增量向量与节点位移增量向量的关系式为

$$\{\Delta\varepsilon\}_p = \{\Delta\varepsilon\ \ \Delta\chi\ \ \Delta\gamma\}_p^T = [B]_p\{\Delta q^e\}_p \tag{5}$$

$$\{\Omega\}_p = \{(\Delta\omega)/x\ \ (\Delta\omega)/y\}^T = [G]\{\Delta q^e\}_p \tag{6}$$

式中: $[B]_p$ 为单元应变-节点位移阵; $\{\Delta q^e\}_p=\{\Delta u_0\ \ \Delta v_0\ \ \Delta\omega\ \ \Delta\theta\ \ \Delta\theta\}^T$ 为单元节点位移增量向量; $[G]$ 为法线转角-节点位移阵。

设在微小变温 ΔT 过程中, 层合板单元总势能改变为单元应变能增量 Π 和失稳临界状态单元膜力功增量 Π_σ 之和, 其中

$$\Pi = \frac{1}{2}\int_A(\{\Delta\varepsilon\}^T\{\Delta N\} + \{\Delta\chi\}^T\{\Delta M\} + \{\Delta\gamma\}^T\{\Delta Q\})\,dxdy \tag{7}$$

$$\Pi_\sigma = \frac{1}{2}\int_A\{\Omega\}^T[N]\{\Omega\}\,dxdy \tag{8}$$

式中 $[N]=\begin{matrix} N_x & N_{xy} \\ N_{xy} & N_y \end{matrix}$ 为当前温度对应的单元当量膜力阵。将式(3)、(4)、(5)和(6)代入式(7)、(8)中, 经变分可得层合板单元刚度阵

$$[k_p^e] = \int_A[B]_p^T[D]_p[B]_p dxdy,$$

单元几何刚度阵

$$[k_{pg}^e] = \int_A[G]_p^T[N]_p[G]_p dxdy,$$

和由 ΔT 引起的单元节点当量热载荷向量

$$[\Delta p_{pt}^e] = \int_A[B]_p^T\{\Delta N_{pt}\ \ \Delta M_{pt}\ \ \mathbf{0}\}^T dxdy.$$

1.2 温度载荷下层合梁的有限元列式

根据层合梁应力和变形状态的特征, 可令其应力向量 $\{\sigma\}$ 中 $\sigma_y=\tau_{yz}=0$, 且在推导中令各列式中对梁宽度方向坐标 y 的偏导数项均为 0, 经缩并和整理可得层合梁单位刚度阵

$$[K_s^e] = \int_l[B]_s^T[D]_s[B]_s dx,$$

单元几何刚度阵

$$[K_{sg}^e] = \int_l[G]_s^T[N]_s[G]_s dx,$$

和由 ΔT 引起的单元节点当量热载荷向量

$$[\Delta p_{st}^e] = \int_l[B]_s^T\{\Delta N_{st}\ \ \Delta M_{st}\ \ \mathbf{0}\}^T dx.$$

式中: $[B]_s$、$[G]_s$、P、ΔN_{st}、ΔM_{st} 分别为层合梁单元的应变-节点位移阵、几何阵和轴力以及由 ΔT 引起的当量热膜力和弯矩增量向量; $[D]_s$ 为层合梁弹性阵, 其亦是温度的函数。下标 s 表示梁,

t 表示温度情况下。

1.3 AGS 板的非线性稳定性有限元分析的平衡方程

将层合板和层合梁各单元的 Π 和 Π_1 集合起来，得 AGS 板的总应变能增量 $\Delta\Pi$ 和膜力功增量 $\Delta\Pi_1$。对 $\Delta\Pi$ 一阶变分，可得 AGS 板屈曲前平衡方程为

$$[K]_{sp}\{\Delta q\}_{sp} = \{\Delta p_t\}_{sp} \tag{9}$$

式中：$[K]_{sp}$ 为 AGS 板当前温度下的总刚度阵；$\{\Delta q\}_{sp}$ 为总节点位移增量向量；$\{\Delta p_t\}_{sp}$ 为节点当量热载荷增量向量。下标 sp 表示 AGS 结构。

对总势能增量 $\Delta\Pi$ 和 $\Delta\Pi_1$ 之和进行二阶变分，即得 AGS 板热屈曲有限元方程为

$$([K]_{sp} + \lambda[K_\sigma]_{sp})\{\Delta q\}_{sp} = 0 \tag{10}$$

式中：λ 为温度载荷比例因子；$[K]_{sp}$ 和 $[K_\sigma]_{sp}$ 为 AGS 板当前温度下的总刚度阵和总几何刚度阵。若在 AGS 热屈曲分析时，忽略复合材料的力学和热性质以及随温度变化的特征，则方程(10) 是一个线性特征方程，可直接求解。但是，树脂基复合材料的力学和热性质是环境温度的函数，故在分析时必须考虑这一非线性特征，这样，方程(10) 是一个非线性特征方程，就必须通过增量法求解，其求解过程见文献[7]。

2 分层模型

图1 给出了具有一个半径为 r 的圆形分层损伤 AGS 方板的俯视图和正视图，其中板长和筋距分别为 L_p 和 D_s。位于两筋之间的圆形分层将层合板分为基板、上子板和下子板三部分，分别用1、2、3表示。在进行含分层损伤 AGS 板的非线性热屈曲有限元分析过程中，分层前缘节点刚度阵和几何刚度阵组装时必须满足分层前缘各子板的位移连续协调条件[9]，其表达式为

$$w = w_1 = w_2 = w_3,\quad \theta_x = \theta_{x1} = \theta_{x2} = \theta_{x3},$$
$$\theta_y = \theta_{y1} = \theta_{y2} = \theta_{y3},\quad u_2 = u_1 + \theta_y(H_p - h)/2,$$
$$u_3 = u_1 - \theta_y h/2,\quad v_2 = v_1 - \theta_x(H_p - h)/2,$$
$$v_3 = v_1 + \theta_x h/2.$$

其中：u、v 和 w 分别为沿坐标 x、y 和 z 轴位移；θ_y 和 θ_x 分别表示 x-z 和 y-z 平面内转角；θ_x 和 θ_y 以右手螺旋法则定出的矢量，坐标轴正向为正；H_p 和 h 分别为基板和上子板的厚度。

3 算例分析及讨论

为了讨论完善与含分层 AGS 板的抗热屈曲的能力，本文中还同时研究了具有相同材料和外部几何特征的完善与含分层的层合光板和单向加筋层合板(无纵向筋)的热屈曲问题。设上述三种类型的层板铺层均为 $[0/90/0/90/0]_s$，板的厚度与边长之比 $H_p/L_p = 1/120$，边界条件为四边固支；对于含损伤的上述三种类型的板，设在各板的中部，距板下表面第2层和第3层之间的界面处含有一直径为2r 的圆形分层损伤。令单向加筋和 AGS 板的加强筋截面均为矩形，筋铺设角则均为0°。三种类型层板的单向子板的材料和热性质以及其随温度变化的规律如表1 所示。

根据在温度载荷作用下，完善与含分层损伤复合材料层合光板、单向加筋板和格栅加筋(AGS)板的热屈曲分析，其失稳模态大致可归纳如下几种类型：(1) 光层合板，完善层合板屈曲模态为整体屈曲(全板屈曲变形)；而含分层损伤的层合板则存在整体屈曲(全板屈曲变形)和局部屈曲(仅分层区上子板屈曲变形，但分层区外的板保持不动)两种模态。

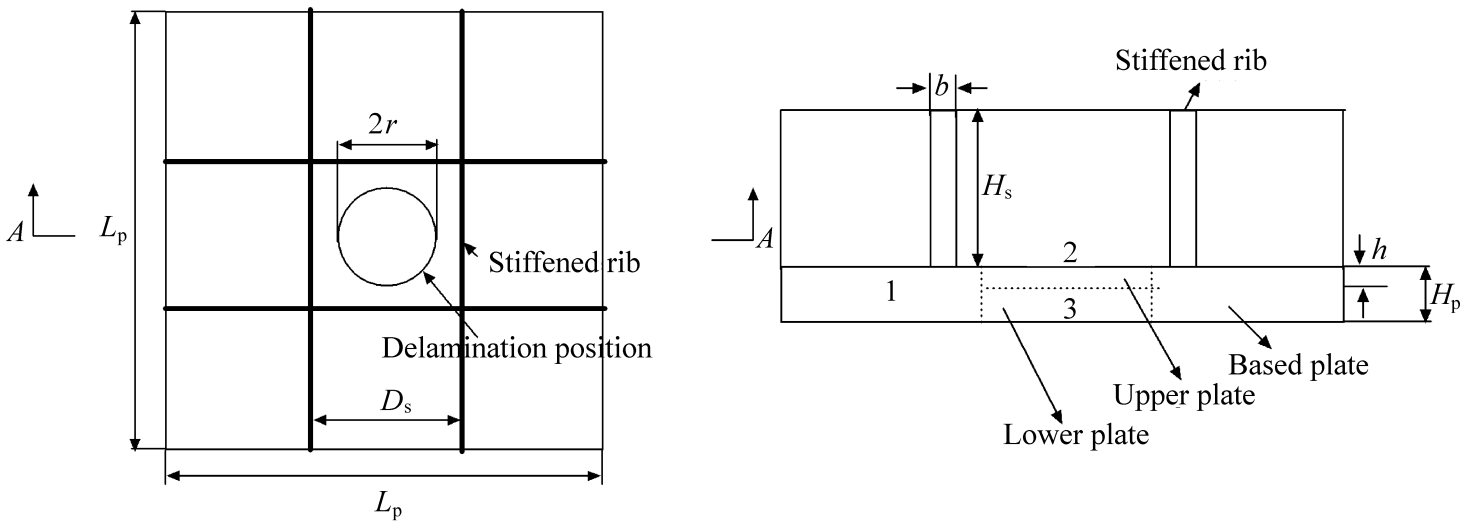

图1　含圆形分层损伤的 AGS 板的示意图

Fig.1　Sketch of composite AGS plates with a circular delamination

表1 不同温度下复合材料单向板弹性常数和膨胀系数[6]

Table 1 The mechanical properties and the thermal expansion coefficients of the laminate at different temperatures[6]

Properties	10.0 ℃	37.8 ℃	65.6 ℃	93.3 ℃	121.1 ℃	148.9 ℃	176.7 ℃	214.3 ℃
E_1/ GPa	208.09	207.81	207.46	207.15	206.84	206.53	206.22	205.61
E_2/ GPa	18.99	17.75	15.51	13.16	11.05	8.94	7.76	6.54
G_{12}/ GPa	5.30	5.05	4.68	4.14	3.60	2.77	1.72	1.02
ν_2	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20
ν_3	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40
α_1/ 10^{-6} ℃	1.22	1.25	1.28	1.30	1.39	1.46	1.57	1.68
α_2/ 10^{-6} ℃	5.67	6.06	6.78	7.50	8.06	9.11	11.00	12.30

(2) 单向加筋和 AGS 板, 此两种完善加筋板的屈曲模态可分为整体屈曲(加强筋和基板同时屈曲变形) , 混合屈曲(加强筋和基板同时屈曲变形, 但基板变形明显大于筋的变形) 和局部屈曲(加强筋间基板屈曲变形而筋保持不动) ; 而对于这两种含分层的加筋板, 其屈曲模式十分丰富, 除上述完善加筋板的屈曲模态外, 还存在由于分层引起的一些新的特殊模态, 其可分别定义为: 局部屈曲(仅分层区子板拱起) 、混合屈曲(分层区上、下子板均变形且彼此分离, 而筋也随着屈曲变形) 和整体屈曲(上、下子板不分离, 即随基板一起变形, 而筋也同时出现屈曲变形) 。

上述各失稳模态是与板的边界条件, 几何尺寸, 铺设方向, 分层大小和位置, 加强筋布置位置以及加强筋对基板的相对刚度大小等因素相关。

3.1 材料力学和热物理性质以及筋间距对临界屈曲温度的影响

设完善单向加筋板的筋宽与高度之比 b/H_s 和筋高与板厚之比 H_s/H_p 分别为1/5 和5, 而其它参数见前面及表1。图2 给出了不考虑和考虑材料热物理性质随温度变化时(简称为线性和非线性) 单向加筋板的临界屈曲温度随筋间距的变化曲线。横轴为筋间距离与基板长的比(D_s/L_p) , 纵轴为临界屈曲温度 T_c。分析图2 可知: 当筋间相对距离较窄时($0.3 < D_s/L_p < 0.5$) , T_c 将随 D_s/L_p 减小而迅速升高, 这说明了在此范围, 加筋将能有效地提高板的抗热屈曲能力。但当 D_s/L_p 超过0.6 后, T_c 随 D_s/L_p 的增大变化得十分缓慢, 最后接近于无加筋光板解, 这表明了在此筋间相对距离范围内, 筋已不能有效地提高板的抗热屈曲能力。若进一步比较线性和非线性热屈曲分析结果, 可发现, 非线性解均比

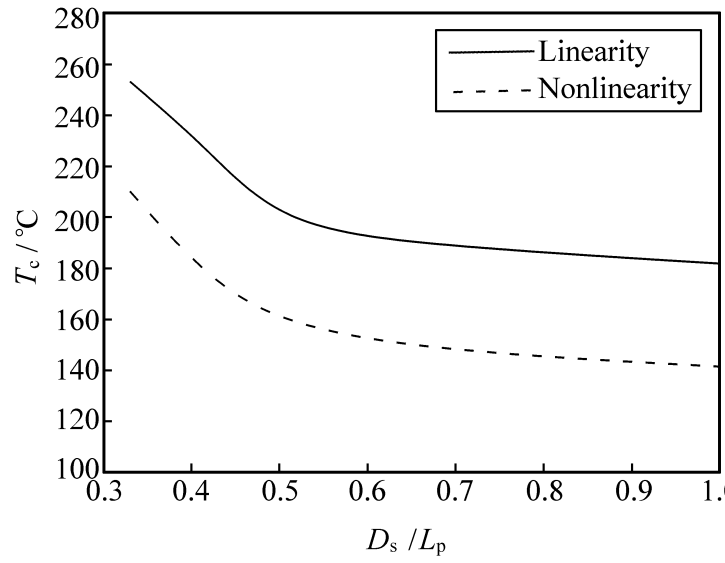

图2 完善单向加筋板的线性和非线性热临界温度随筋间距离变化的曲线

Fig.2 The variations of linear and nonlinear thermal critical temperatures for the perfect stiffened laminates with spans between neighboring stiffeners

线性解低得多, 为此, 在层合板热屈曲分析时必须考虑材料热物理性质随温度变化的特征。图3 给出

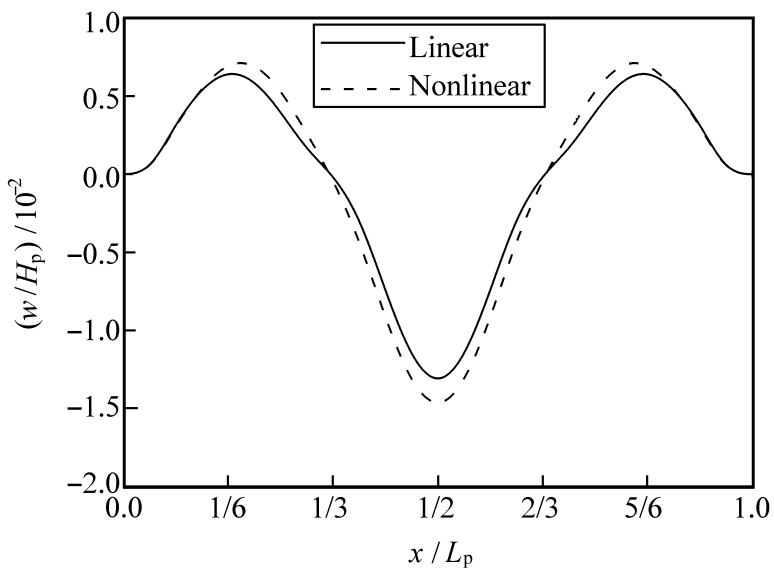

图3 $D_s/L_p = 1/3$ 时完善单向加筋板的线性和非线性热屈曲模态的比较

Fig.3 The linear and nonlinear thermal buckling modes for perfect stiffened laminates ($D_s/L_p = 1/3$)

了 $D_s/L_p = 1/3$ 时板的线性和非线性的局部屈曲模态，由图中两条曲线比较可知，两者模态基本相似，这就说明在进行板热屈曲分析时，考虑材料热物理性质随温度变化的因素，仅仅影响板临界屈曲温度值，但不会改变板的屈曲模态的特征。w/H_p 为法向挠度和板厚比。

3.2　加筋高度对屈曲临界温度和屈曲模态的影响

设完善单向加筋板 $D_s/L_p = 1/3$ 和 $b/H_p = 1$，其它几何和力学、热物理参数见前面及表1。图4给出了单向加筋板的非线性临界屈曲温度 T_c 随筋相对高度(H_s/H_p) 变化的曲线，其中横轴为 H_s/H_p。由图可知，当 $H_s/H_p < 4$ 时，随 H_s/H_p 提高，加筋能明显地提高板的 T_c 值，但当 $H_s/H_p > 5$ 后，随 H_s/H_p 增加，T_c 的增幅速度将逐渐缓慢，这表明，此时再增加筋的高度，已不能有效地提高板的抗热屈曲能力。图5 给出了光板和两种不同加筋高度的单向加筋板的屈曲模态，由图5 发现：光板屈曲模态为整体屈曲；而当筋的刚度较弱时($H_s/H_p = 2$)，因筋和板一起屈曲变形，且基板变形明显大于筋的变形，故属于混合屈曲；但当筋的刚度较大时($H_s/H_p = 5$)，此时板失稳，筋将保持不动，而仅基板屈曲，则其屈曲模态为局部屈曲。

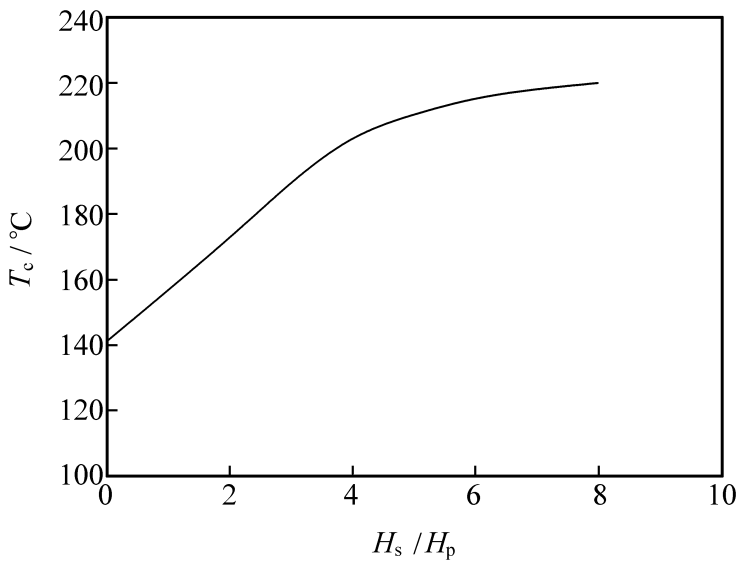

图4　完善单向加筋板的加筋高度对热临界温度的影响

Fig.4　The influence of highness of stiffener for perfect laminated plate on the thermal critical temperatures

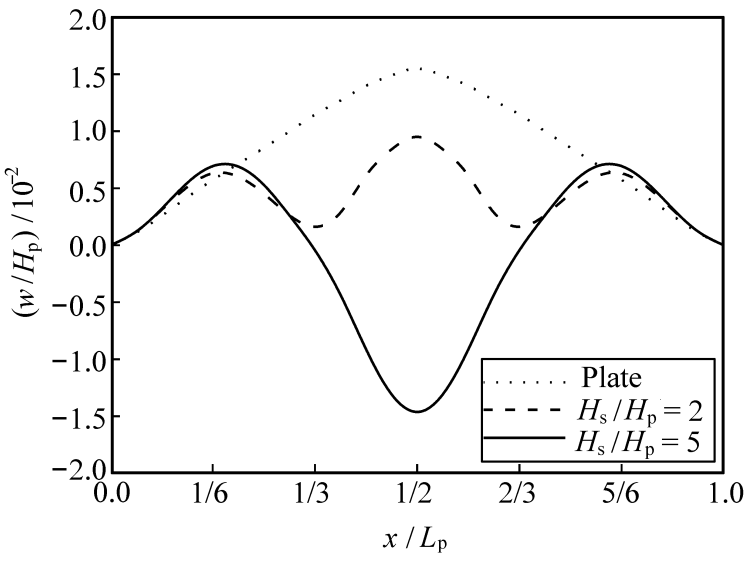

图5　完善光板和两种单向加筋板的屈曲模态

Fig.5　Thermal buckling modes for perfect bare and 2 kinds of stiffened laminates($H_s/H_p = 2, 5$)

3.3　分层损伤对屈曲临界温度和屈曲模态的影响

图6 分别给出了具有相同材料和外部几何特征的含分层的层合光板、单向加筋层合板和 AGS 板的非线性屈曲临界温度 T_c 随分层直径变化的曲线。设单向加筋板和 AGS 板 $b/H_s = 1/5$，$H_s/H_p = 5$ 和 $D_s/L_p = 1/3$，而其它参数可见前面及表1。分析图6 可知：(1) 三种板的 T_c 值均随着分层直径增大而逐渐降低，说明分层损伤将降低板的抗热屈曲的能力；(2) 比较具有相同分层直径的三种板 T_c 值，AGS 板 T_c 值比其它两种板高得多，表明了 AGS 具有很强的抗热屈曲的能力；(3) 观察 AGS 板的 T_c 值随着分层圆半径 r 变化曲线，可发现该曲线明显地呈现3 个阶段，第1 阶段为 $2r/L_p < 0.15$ 时，曲线下降趋势较显著，由分析可知此阶段相应板的屈曲模态为整体屈曲；第2 阶段为 $0.1 < 2r/L_p < 0.15$ 时，曲线变得十分平缓，此时，屈曲模态为混合屈曲；而第3 阶段当 $2r/L_p > 0.15$ 时，此时因板分层区域较大，T_c 曲线下降趋势又重新变得较陡，此阶段的屈曲模态均为分层处上子板的局部屈曲。但是若将层合光板和单向加筋层合板与 AGS 板曲线相比较，前两种板的曲线都较平缓，且都不存在类似 AGS 板曲线的变化三阶段的特征。图7 给出了完善和含分层圆直径和基板长比为 $2r/L_p = 0.25$ 的 AGS 板的屈曲模态，由图可知：在完善AGS 板的

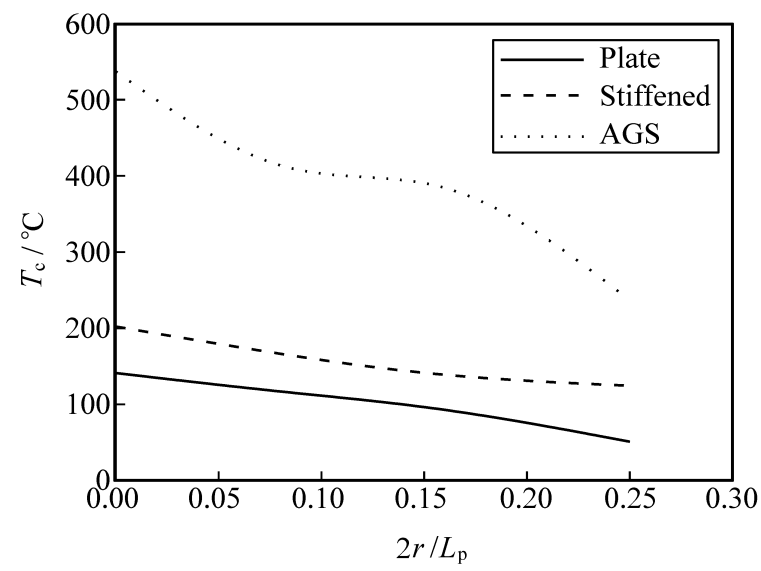

图6　三种含分层板其分层大小对临界屈曲温度的影响

Fig.6　The effect of different radius of circular delamination on the thermal critical temperatures for bare, stiffened and AGS laminates

屈曲模态为整体屈曲，而含分层损伤AGS板的屈曲模态为分层处子板局部屈曲。

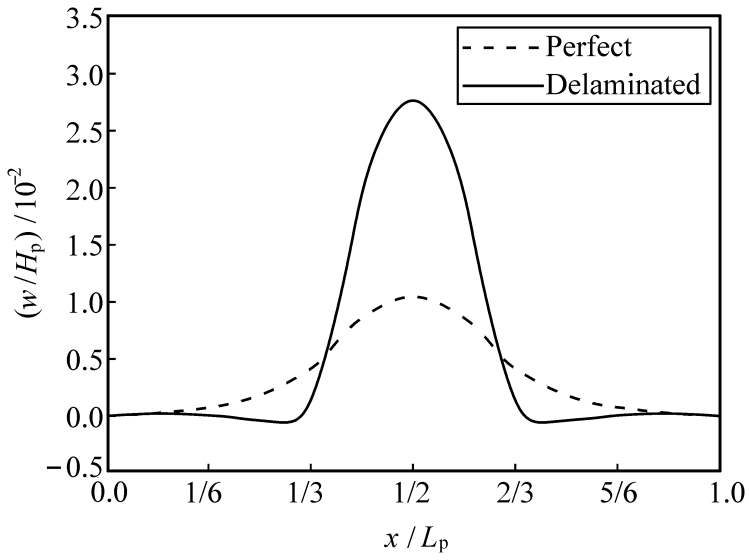

图7 无分层损伤和含分层损伤AGS板屈曲模态

Fig.7 Thermal buckling modes for perfect and delaminated AGS laminates

4 结 论

(1) 在进行复合材料层合结构的热屈曲分析时必须考虑材料的力学和热物理性质随温度变化的特性。

(2) 加筋将有效地提高结构的抗热屈曲能力，与单向加筋板相比，AGS板显示具有更为优越的抗热屈曲能力。

(3) 分层损伤将显著降低复合材料层合结构的抗热屈曲能力。其降低程度与板的边界条件，几何尺寸，铺设方向，分层大小和位置，加强筋布置位置以及加强筋对基板的相对刚度大小等因素相关。

(4) 本文中提出的含分层损伤复合材料层合结构的热屈曲分析方法和结论将对AGS结构的热承载能力预测、优化和损伤容限设计具有一定的参考价值。

参考文献:

[1] Chen H J, Tsai S W. Analysis and optimum design of composite grid structures [J]. Journal of Composite Materials, 1996, 30(4): 503-533.

[2] Chen W J, Lin P D, Chen L W. Thermal buckling behavior of thick composite laminated plates under non-uniform temperature distribution [J]. Computer & Structures, 1991, 41(4): 637-45.

[3] Thangaratham K R, Palaninathan, Ramachandran J. Thermal buckling of composite laminated plates [J]. Computer & Structures, 1989, 32(5): 1117-1124.

[4] 郭兆璞，陈浩然. 复合材料层合板非线性热屈曲分析[J]. 大连理工大学学报, 1995, 35(4): 463.
Guo Zhaopu, Chen Haoran. Thermal buckling analysis of laminated composite plates with temperature-dependent material properties [J]. Journal of Dalian University of Technology, 1995, 35(4): 463.

[5] Murphy K D, Ferreira D. Thermal buckling of rectangular plates [J]. Int J Solids and Structures, 2001, 38(22/23): 3979-3994.

[6] 张铱芬，温玄玲，陈浩然. 含分层损伤复合材料层合板非线性热弹性分析[J]. 大连理工大学学报, 1997, 37(5): 528-532.
Zhang Yifen, Wen Xuanling, Chen Haoran. Nonlinear thermal elastic analysis for composite laminate with delamination damage [J]. Journal of Dalian University of Technology, 1997, 37(5): 528-532.

[7] 陈浩然，尹向勇，刘相斌. 具有分层损伤复合材料加筋及无加筋层合板热-机械力屈曲形态[J]. 复合材料学报, 2000, 17(2): 70-73.
Chen Haoran, Yin Xiangyong, Liu Xiangbin. Thermal-mechanical buckling behavior of stiffened and non-stiffened composite laminated plates with delamination damage [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2000, 17(2): 70-73.

[8] Bai R X, Chen H R. Nonlinear buckling behavior of damaged composite sandwich plates considering effect of temperature dependent thermal and mechanical properties [J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2001, 14(2): 155-160.

[9] 白瑞祥，王 蔓，陈浩然. 含损伤复合材料AGS板的屈曲特性[J]. 复合材料学报, 2005, 22(4): 136-141.
Bai Ruixiang, Wang Man, Chen Haoran. Buckling behavior of composite AGS with delamination [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2005, 22(4): 136-141.