复 合 材 料 学 报 第24卷 第5期 10月 2007年
Acta Materiae Compositae Sinica Vol. 24 No. 5 October 2007

文章编号: 1000-3851(2007)05-0136-06

空隙、杂质及组分突变对功能梯度构件动力特性的影响

曹志远*, 程红梅
(同济大学 航空航天与力学学院, 上海 200092)

摘 要: 功能梯度材料具有复杂的细部结构, 其内部构造远比匀质材料复杂, 因此其构件动力分析很难求得其解析解。本文中提出了一种新颖的功能梯度构件动力分析的细观元法, 其目的在于建立材料的宏观性能与其组分材料性能及细观构造之间的定量关系, 以便揭示不同的材料组合及其变异所具有不同的宏观性能的内在机制。利用细观元法对含有空隙、杂质及组分突变等情况下的功能梯度构件进行动力分析, 求得其三维固有频率及振型的三维分布。从而可知空隙、杂质及组分突变均对功能梯度材料构件的宏观动力特性有很大的影响。

关键词: 功能梯度材料; 空隙; 杂质; 组分突变; 动力特性
中图分类号: TB330.1 **文献标识码**: A

Influence of gap, impurities and component mutation on dynamic character of functionally graded structures

CAO Zhiyuan*, CHENG Hongmei
(School of Aerospace Engineering and Applied Mechanics, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: There are complex microstructures of functionally graded materials, and their internal structures are more complex than those of homogeneous materials. Therefore, the analytic solution of the functionally graded structure is difficult to obtain. A new microelement method for the analysis of functionally graded structures was suggested to establish the quantitative relation between the macro-character and microstructures of functionally graded materials, and the mechanism, that different combination and variation of materials have different macro-characters, can be found. The dynamic analyses of functionally graded structures with gap, impurities and component mutation are performed by the microelement method, and the three-dimensional values of natural frequency and the three-dimensional distributions of the mode shape are given in this paper, and there are great influences of the gaps, impurities and component mutation on the macro dynamic characters of the functionally graded structures.

Keywords: functionally graded materials; gap; impurity; component mutation; dynamic character

梯度功能材料是适应高新技术发展的产物。1987年日本科学家新野正之、平井敏雄等[1]首先提出陶瓷-金属梯度功能材料的新概念和新思想。功能梯度材料是一种多相材料, 其设计思想是在材料的制备过程中, 连续地控制各组分含量的分布, 使材料宏观特性在空间位置上呈现梯度变化。因此材料的物理性能不存在突变, 可较好地避免或降低应力集中现象, 从而满足结构元件不同部位对材料使用性能的不同要求, 达到优化结构整体使用性能的目的[2]。

功能梯度材料是作为航空航天工业中特殊功能材料而开始进行力学性能研究的, 加之其发展时间较短, 因此功能梯度材料与结构的力学研究大多集中于热应力及裂纹、优化设计方面[3-11], 其各力学分支还存在大量空白与薄弱环节, 即使对于一般常见构件的静、动力分析[12]。本文作者提出的细观元法是解决功能梯度材料构件三维、跨尺度分析的有效数值方法。

功能梯度材料在制备过程中经常发生渗入空隙; 为了工程又常需加入另一种碳化物杂质; 在设备发生事故的情况下, 某些部位某种材料的含量还会突然增大或减小。因此需要研究各种细观构造变

收稿日期: 2006-11-13; 收修改稿日期: 2007-01-24
基金项目: 国家自然科学基金资助重点项目(10432030)
通讯作者: 曹志远, 教授, 主要从事材料工程力学研究 E-mail: caozytj@sina.com

化对材料与构件宏观响应的影响, 这类问题属于功能梯度构件细观力学分析, 目前尚缺乏分析的有效方法与手段及相应结果[13]。本文中将采用细观元法计算功能梯度板中空隙、杂质及组分突变对动力分析的影响, 求得其三维固有频率解无量纲值及振型三维分布的变异与差别。

1 功能梯度构件分析的细观元法

细观元法是对功能梯度材料构件进行宏细观间定量关联分析的一种有效方法[14]。细观元法首先按三维有限元法对功能梯度构件进行宏观上单元剖分, 每个宏观单元内部则含有复杂的微结构构造。根据宏观元内细观构造及材料与空隙组分分布情况, 进一步可将宏观元细分为密集的"细观元", 而每个细观元则持有某种单一材料或空隙。不同细观元内材料及空隙配置形成具有不同材料组分分布的功能梯度构件。对每个细观元进行三维力学分析, 并使细观元结点上力学量转换为宏观单元上结点自由度变量, 再上机计算。另外应该指出, 细观元法不同于子结构法, 其结点上力学量向宏观元结点自由度转换无需求解方程组, 而只是代入细观元结点的空间坐标值, 十分简便。因此, 不管宏观元内细分多少个细观元, 都不增加上机计算的(宏观元)自由度与工作量。因此细观元是既能充分反映材料内部细观构造与组分分布, 又无需增加上机计算单元与自由度的功能梯度材料构件三维分析的有效、实用数值方法。细观元法结果与其它方法比较见文献[15]。

在功能梯度材料制备过程中, 渗入空隙及其它碳化物杂质是可能发生的。特殊情况下, 某些部位某种材料的含量还会突然增大或减小。为了进一步研究功能梯度材料内部空隙及材料组成对整个板件的宏观响应的影响, 本文作者采用上述细观元法计算功能梯度板中空隙、杂质及组分突变对动力特性的影响。每个细观元计算时取用由组分确定的各种材料(包括杂质材料), 将位于空隙存在空间中的细观元的材料消失, 即能反映空隙及杂质任意位置存在及其分布, 实现含空隙、杂质及某部位组分突变功能梯度构件的三维分析。

2 具有不同空隙分布的功能梯度板件的三维动力特性分析

四边简支矩形板, 跨度 $a = 1$ m, $b = 0.6$ m, 厚度 $h = 0.1$ m。板件由下列材料按梯度变化组分复合而成: 金属材料(A): $E_A = 150$ GPA, $\mu_A = 0.3$, $\rho_A = 9000$ kg/m^3; 陶瓷材料(B): $E_B = 350$ GPa, $\mu_B = 0.33$, $\rho_B = 4500$ kg/m^3; 碳化物(C): $E_C = 300$ GPa, $\mu_C = 0.32$, $\rho_C = 7000$ kg/m^3。$\eta(z) = 1 - (\eta_B + \eta_C + \eta)$。

下面只考虑含空隙不含杂质的情况: 其中 $\eta_B(z) = z/h$, 空隙组分 $\eta(z) = 0$、0.02 及 0.04; 杂质组分 $\eta_C = 0$。用细观元法进行三维动力特性分析, 结果如下。其中无量纲固有频率 $\omega^* = \omega h \sqrt{\rho_A / E_A}$。

2.1 三种不同空隙组分功能梯度板的固有频率及振型(平面)半波数

由表1 可以看出, 随着 $\eta(z)$ 的增大, 功能梯度板件的无量纲固有频率值 ω^* 也随之增大。由此可见, 空隙部分原所包含介质的质量对频率的影响要大于刚度对频率的影响。另可看出细观元法能实现任意空隙组分及分布, 并得到满意的结果。

2.2 含空隙功能梯度板基本振型沿厚度分布

当空隙组分 $\eta(z) = 0.04$ 时, 通过细观元法计

表1 不同空隙组分功能梯度板件的无量纲固有频率值及振型半波数

Table 1 The dimensionless natural frequency values and mode half-wave numbers of functionally graded plates with different gap components

Different gap components	Order i	1	2	3	4
$\eta(z) = 0$	Frequency ω_i^*	0.1491	0.2565	0.4202	0.4298
	Mode (half-wave number)	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(3,2)
$\eta(z) = 0.02$	Frequency ω_i^*	0.1495	0.2576	0.4221	0.4318
	Mode (half-wave number)	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(3,2)
$\eta(z) = 0.04$	Frequency ω_i^*	0.1503	0.2589	0.4243	0.4340
	Mode (half-wave number)	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(3,2)

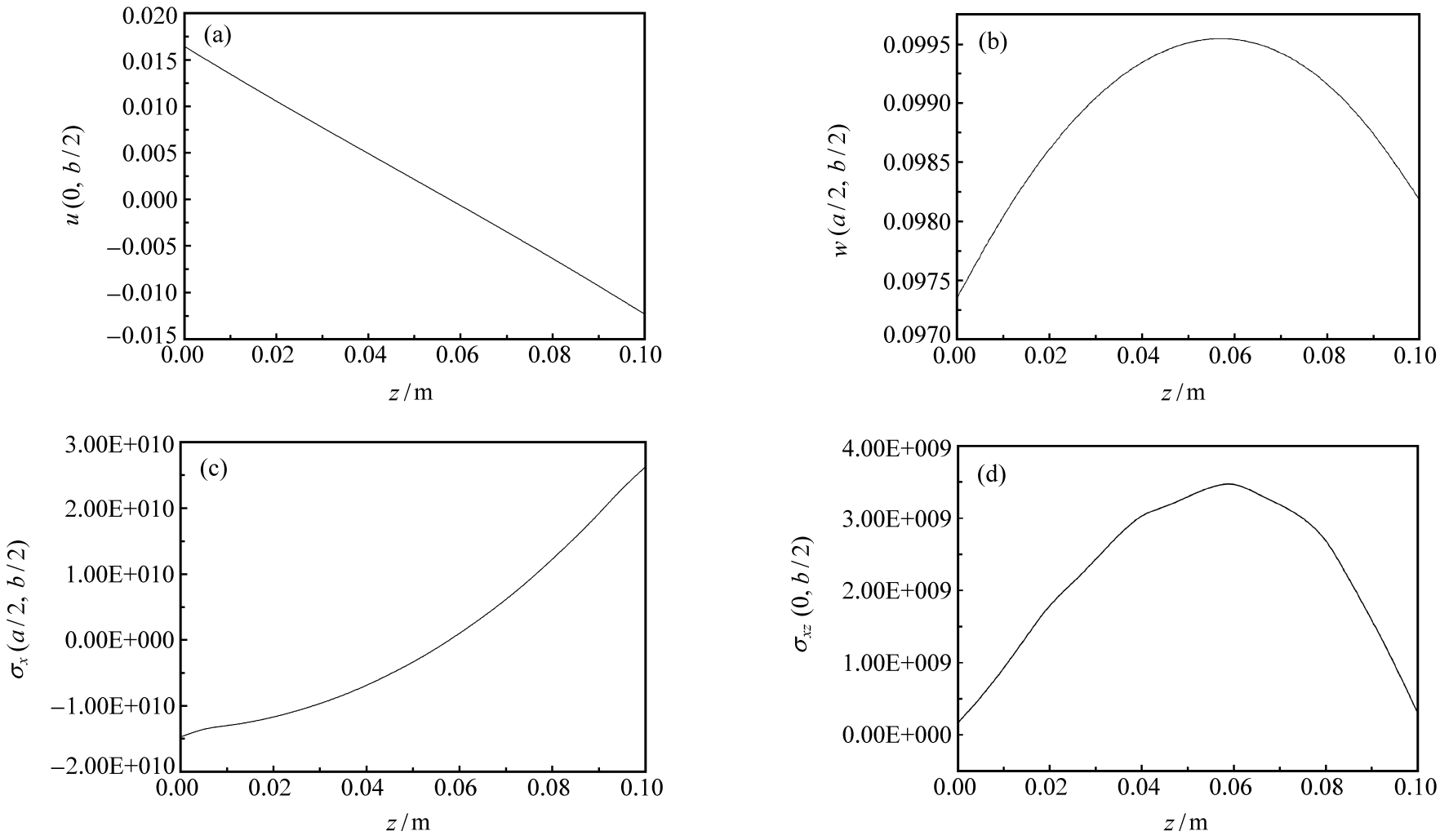

图1　含空隙功能梯度板的基本振型沿厚度方向分布曲线

Fig.1　Distribution curves of basic mode shape of functionally graded plate with gap

算，其基本振型中的沿 x、z 方向位移振型u、w 沿厚度分布曲线图分别列于图1(a)、1(b)；其基本振型对应的应力振型 σ_x、σ_{xz} 沿厚度分布曲线图分别列于图1(c)、1(d)。

上述结果分析发现，对于含有空隙的功能梯度板件，其基本振型与匀质板相比有很大的差异，其沿厚度方向的分布显示了功能梯度板偏离传统平板理论的三维力学形态：u、σ_x 偏离反对称；w、σ_{xz} 偏离对称分布。这些结果均为建立相应的功能梯度板壳理论提供有价值的资料。

3　具有不同杂质分布的功能梯度板件的三维动力特性分析

3.1　三种不同杂质组分功能梯度板的固有频率及振型(平面)半波数

功能梯度板及材料参数同上，并且只考虑含杂质不含空隙的情况：其中 $\eta_i(z) = z/h$，杂质组分分别为 $\eta_i(z) = 0$、$0.1(z/h)$、$0.3(z/h)$；空隙组分 $\eta_c = 0$。用细观元法进行三维动力特性分析，其无量纲固有频率及振型半波数见表2。

由表2 可以看出，随着 $\eta_i(z)$ 的增大，功能梯

表2　不同杂质组分功能梯度板件的无量纲固有频率值及振型半波数

Table 2　The dimensionless natural frequency values and mode half-wave numbers of functionally graded plates with different impurities components

Different impurities components	Order i	1	2	3	4
$\eta_c(z) = 0$	Frequency ω_i^*	0.1491	0.2565	0.4202	0.4298
	Mode (half-wave number)	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(3,2)
$\eta_c(z) = 0.1\frac{z}{h}$	Frequency ω_i^*	0.1520	0.2618	0.4289	0.4387
	Mode (half-wave number)	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(3,2)
$\eta_c(z) = 0.3\frac{z}{h}$	Frequency ω_i^*	0.1585	0.2726	0.4465	0.4567
	Mode (half-wave number)	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(3,2)

度板件的无量纲固有频率值 ω^* 也随之增大，这是由于杂质C 的弹模远大于被替代的金属材料；同时说明细观元法能实现任意杂质组分及其分布，并得到满意的结果。

3.2 含杂质功能梯度板基本振型沿厚度分布

当杂质组分 $\eta(z) = 0.3(z/h)$ 时，通过细观元法计算，其基本振型中的沿 x、z 方向位移振型u、w 沿厚度分布曲线图分别列于图2(a)、2(b)；其基本振型对应的应力振型 σ、σ_{xz} 沿厚度分布曲线图分别列于图2(c)、2(d)。

由图2 可以看出，对于含有杂质的功能梯度板件，其基本振型也偏离匀质板的基本振型。如：u、σ 沿厚度方向偏离反对称；w、σ_{xz} 沿厚度方向偏离对称分布。从而可以总结出各类功能梯度板件力学量分布的一般特性。

4 具有局部组分突变的功能梯度板件的三维动力特性分析

4.1 具有局部组分突变的功能梯度板的固有频率及振型(平面)半波数

功能梯度板及材料参数同上，但考虑在不含空隙和杂质的情况下陶瓷材料发生局部突变：其中 $\eta(z) = z/h$，但在 $z = 0.7h \sim 0.8h$ 处，$\eta(z) = 0$；且 $\eta_x = \eta_y = 0$。用细观元法进行三维动力特性分析，其无量纲固有频率及振型半波数见表3。

由表3 可以看出，当陶瓷材料组分在某局部区域发生突变(消失)后，功能梯度板件的无量纲固有频率值 ω^* 随之减小。由此可见，组分局部变异对

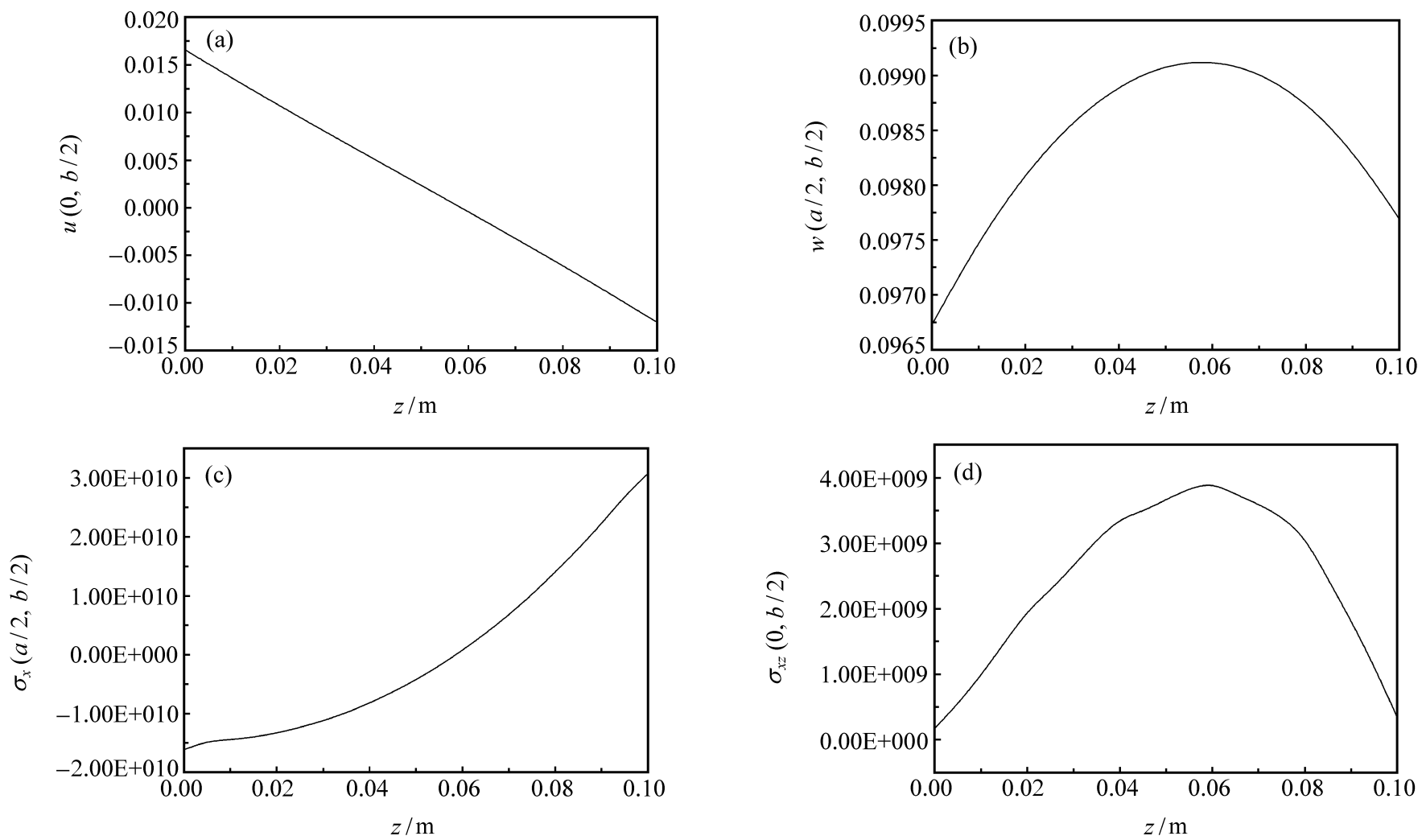

图2 含杂质功能梯度板的基本振型沿厚度方向分布曲线

Fig.2 Distribution curves of basic mode shape of functionally graded plate with impurities

表3 局部组分突变功能梯度板件的无量纲固有频率值及振型半波数

Table 3 The dimensionless natural frequency values and mode half-wave numbers of functionally graded plates with local component mutation

Mutation	Order i	1	2	3	4
None mutation	Frequency ω^*	0.1491	0.2565	0.4202	0.4298
	Mode (half-wave number)	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(3,2)
Local mutation	Frequency ω^*	0.1436	0.2467	0.4031	0.4123
	Mode (half-wave number)	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(3,2)

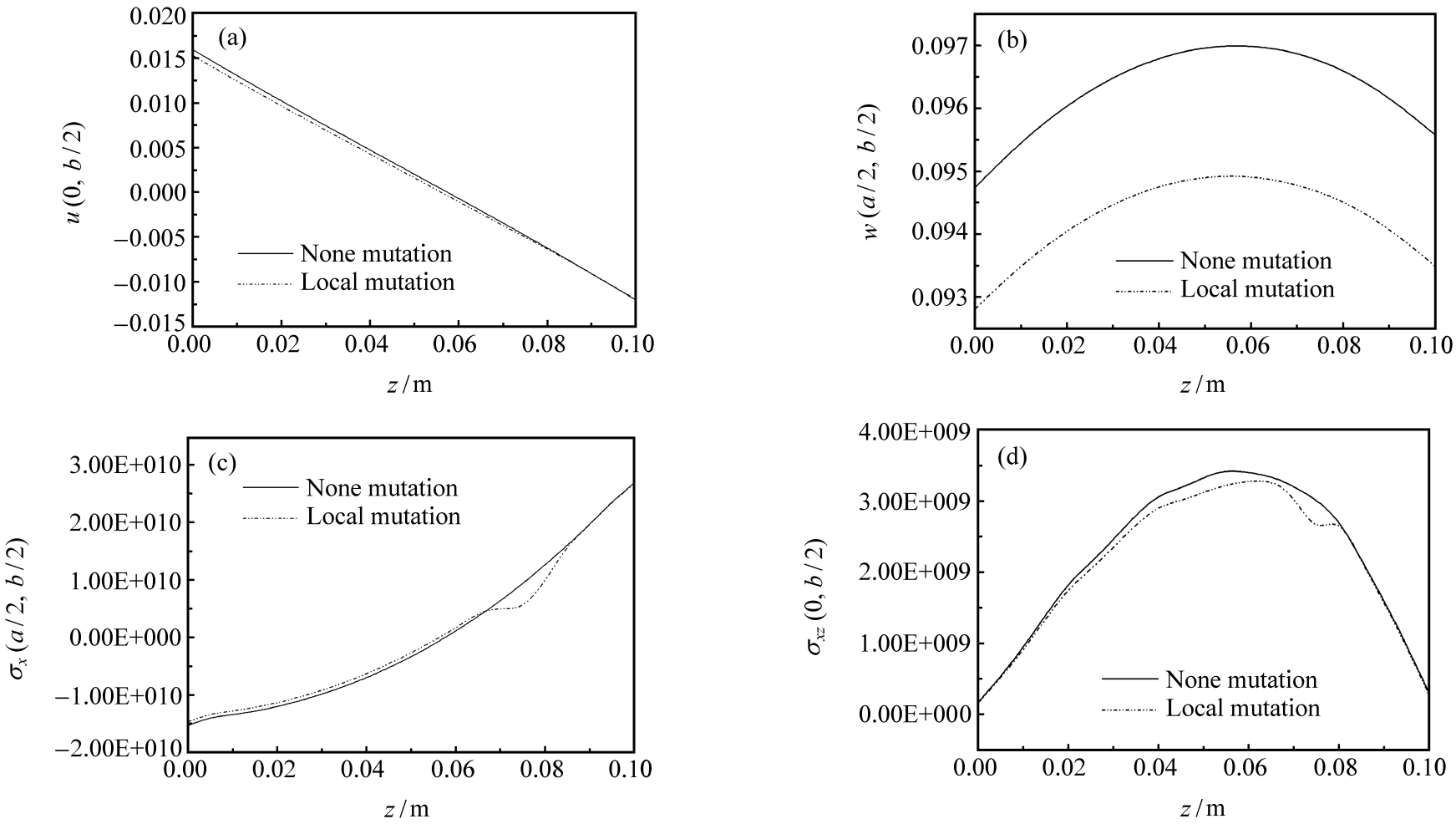

图3　局部突变功能梯度板的基本振型沿厚度方向分布曲线

Fig.3　Distribution curves of basic mode shape of functionally graded plate with local mutation

动力分析的影响是很明显的。也由此可见，细观元法能模拟任意材料组分在任意区域内发生变异的情况，并得到满意的结果。

4.2　局部突变功能梯度板基本振型沿厚度分布

功能梯度板及材料参数同4.1 节，通过细观元法计算，有无突变情况下基本振型中的沿 x、z 方向位移振型 u、w 沿厚度分布曲线图分别列于图3(a)、3(b)；其基本振型对应的应力振型 σ、σ_{xz} 沿厚度分布曲线图分别列于图3(c)、3(d)。

上述结果表明：细观元法能正确给出基本振型沿厚度方向明显偏离经典的(反)对称分布的力学形态；同时，在功能梯度板某位置发生组分突变的情况下，细观元法又能反映出其基本振型在突变区域发生的变异情况。

5　结　论

(1) 从制备时给定的材料组分及渗入的空隙、杂质组分出发直接计算构件三维动力特性，其三维固有频率及振型可充分反映材料细观上精细构造影响。

(2) 给出了任何组成材料在任意位置发生组分突变的功能梯度板件的三维动力特性分析。

(3) 用细观元法进行功能梯度构件三维动力特性分析，具有较高精度和较低计算工作量的优点。

参考文献：

[1] 新野正之，平井敏雄. 日本复合材料学会志，1987，13(6)：257.

[2] Hirai T, Chen L. Recent and prospective development of functionally graded materials in Japan [J]. Mater Sci Forum, 1999, 308(11): 509-514.

[3] Obata Y, Noda N, Tsuji T. Steady thermal stresses in a FGM plate [J]. Trans of the Japan Society of Mechanical Engineers A, 1992, 58(10): 1689-1695.

[4] Obata Y, Noda N. Steady thermal stresses in a hollow circular cylinder and a hollow sphere of a FGM [J]. J of Thermal Stresses, 1994, 17(5): 471-487.

[5] Cheng Z Q, Batra R C. 3-D thermoelastic deformations of a FGM elliptic plate [J]. Composites Part B, 2000, 31(2): 97-106.

[6] Praveen G N, Reddy J N. Nonlinear transient thermoelastic analysis of FGM ceramic-metal plates [J]. Inter J of Solids and Structures, 1998, 35(33): 4457-4476.

[7] Tanigawa Y, Matsumoto M, Akat T. Optimization problem of material composition for nonhomogeneous plate to minimize thermal stress [J]. Trans of the Japan Society of Mechanical Engineers A, 1996, 62(3): 115-122.

[8] Erdogan F. Fracture mechanics [J]. Inter J of Solids and Structures, 2000, 37(1): 171-183.

[9] 果立成，吴林志，杜善义. 含任意方向裂纹功能梯度材料的应力分析研究[J]. 复合材料学报，2004，21(1)：84-89.

Guo Licheng, Wu Linzhi, Du Shanyi. Stress analysis of functionally graded materials with an arbitrarily oriented crack [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2004, 21(1): 84-89.

[10] 李 永, 宋 健, 张志民. 含椭球夹杂耐热梯度功能材料细观结构优化应力方程[J]. 复合材料学报, 2003, 20(2): 112-117.

Li Yong, Song Jian, Zhang Zhimin. Heat-resistant functionally gradient materials with spheroid inclusions meso-scopic-structure optimization equation [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2003, 20(2): 112-117.

[11] 许杨健, 涂代惠. 对流换热边界下变物性梯度功能材料板瞬态温度场有限元分析[J]. 复合材料学报, 2003, 20(2): 94-99.

Xu Yangjian, Tu Daihui. Transient temperature field analysis of functionally gradient material plate with temperature-dependent material properties under convective heat transfer boundary by finite element method [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2003, 20(2): 94-99.

[12] aniga wa Y. Some basic thermoelastic problems for nonhomogeneous structural materials [J]. ASME, App Mech Rev, 1995, 48(6): 287-300.

[13] 沈惠申. 功能梯度复合材料板壳结构的弯曲、屈曲和振动[J]. 力学进展, 2004, 34(1): 53-60.

Shen Huishen. Bending, buckling and vibration of functionally graded composite material plates and shells [J]. Advances in Mechanics, 2004, 34(1): 53-60.

[14] 程红梅, 曹志远. 由材料组分直接计算功能梯度复合材料开孔板宏观响应的跨尺度分析[J]. 复合材料学报, 2006, 23(5): 161-167.

Cheng Hongmei, Cao Zhiyuan. Scale-span analysis for macro-response of functionally graded materials plates with holes by material component [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2006, 23(5): 161-167.

[15] 程红梅, 曹志远. 复杂边界条件功能梯度板三维分析的细观元法[J]. 工程力学, 2006, 23(12): 19-24.

Cheng Hongmei, Cao Zhiyuan. Mcroelement method for 3-D analysis of functionally graded plates with complex boundary conditions [J]. Engineering Mechanics, 2006, 23(12): 19-24.