复 合 材 料 学 报　　第24 卷　第6 期　12 月　2007 年
Acta Materiae Compositae Sinica　　Vol. 24　No. 6　December　2007

文章编号: 1000-3851(2007)06-0147-06

复合材料夹芯结构非线性热传导分析

林　强, 邱志平*
(北京航空航天大学 固体力学研究所, 100083 北京)

摘　要: 针对复合材料夹芯结构温度场分布的特点, 提出一种用于复合材料夹芯结构热传导精细分析的有限单元模型。这种单元模型为三维六面体模型, 单元模型厚度方向的插值函数在芯层和面板交界节点处温度值是连续的, 但温度变化率是不连续的, 而芯层内部节点处沿厚度方向温度值和温度变化率都是连续的。在考虑材料热传导参数随温度变化的情况下, 基于这种有限单元模型建立的复合材料夹芯结构瞬态温度场分析有限元方程为非线性方程。在求解此瞬态热传导非线性有限元方程时, 改进了常用的动力学平衡方程的解法, 改进后的动力学平衡方程解法避免了迭代运算, 提高了求解非线性动态平衡方程的效率。数值算例结果显示了该分析模型的有效性和可靠性。

关键词: 复合材料夹芯结构; 非线性热传导; 瞬态温度场
中图分类号: V214.4　　**文献标志码:** A

Nonlinear heat transfer of sandwich composite structure

LIN Qiang, QIU Zhiping*
(Institute of Solid Mechanics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: In terms of the characteristic of temperature field, a precise finite element model (FEM) was established for the sandwich composite structure. The FEM was a 3D hexahedral model. A variety of properties between structure layers was considered in the established FEM. The interpolation function that the value of the function was continuous but the derivative of the function was not continuous at the interface node of layers was chosen to be the field function of the established finite element for the direction of thickness. The corresponding heat transfer FEM equation based on the presented element was also obtained. In terms of the characteristic of the nonlinear ordinary differential heat transfer FEM equation that the thermal property of the material is affected by temperature, the dynamical equation solution was improved. The improved methods will avoid iteration in each time step in the solution process. The numerical example will show the efficiency and reliability of the present method.

Keywords: sandwich composite; nonlinear heat transfer; transient temperature field

复合材料层合结构与各向同性均质结构相比, 其热传导分析十分复杂。传统的解析方法只能解决复合材料层合结构的一些简单热传导问题, 无法求解复杂边界条件及复杂结构的传热问题。许多研究人员采用有限元法对复合材料层合结构的热传导进行了研究计算, Padovan[1] 考虑各向异性的影响, 研究了正交各向异性无限大层合板和层合圆柱壳的热传导问题。Tamma[2] 等对三维热分析模型进行了简化, 提出了准三维温度场分析模型等。Rolfes[3-4] 提出了与有限元结合的热叠层理论, 这种理论是解决复合材料层合结构瞬态热分析的一种有效方法, 与三维热计算方法相比具有计算效率高的优点。李松年[5]、邱志平[6]、马玉娥[7]、杨自春[8-10] 等也应用这种方法对复合材料层合结构非线性瞬态热分析进行了研究。通常在分析复合材料夹芯结构时都只是简化应用以上各种针对复合材料层合结构的计算方法, 而若要对复合材料夹芯结构精细温度场进行计算, 目前只能严格按照三维有限单元逐层建模, 总之对于复合材料夹芯结构精细温度场分析尚缺乏具有针对性的方法。为了更好地分析和计算复合材料夹芯结构的热传导问题, 还需进一步研究。

收稿日期: 2007-03-19; **收修改稿日期:** 2007-06-15
基金项目: 国家杰出青年科学基金(10425208)
通讯作者: 邱志平, 教授, 研究方向为固体力学　E-mail: zpqiu@buaa.edu.cn

本文作者在前人工作的基础上，针对复合材料夹芯结构温度场分布的特点，提出一种用于复合材料夹芯结构温度场精细分析的有限单元模型。在考虑材料热传导参数随温度变化的情况下，基于这种有限单元模型建立的复合材料夹芯结构瞬态温度场分析有限元方程为非线性方程。本文中在求解此瞬态热传导非线性有限单元方程时，改进了常用的动力学平衡方程的解法，改进后的动力学平衡方程解法避免了迭代运算，提高了求解非线性动态平衡方程的效率。

1　复合材料夹芯结构热传导有限元模型

本文中提出一种用于复合材料夹芯结构温度场精细分析的有限单元模型。这种有限单元模型为三维六面体单元模型。由于复合材料夹芯结构芯层和面板间热传导参数的差异，在芯层和面板交界处沿厚度方向虽然温度值是连续的，但是温度变化率是不连续的。因此采用函数值连续变化，但函数变化率值在插值点并不连续变化的函数作为有限单元沿厚度方向的场函数，单元其他2 个方向场函数依旧选取常用的三维体元的场函数。同时考虑到芯层厚度和面板厚度的较大差异，如果只在芯层和面板交界处建立厚度方向的节点，则节点在单元上的分布将会十分不均匀，这将导致刚度矩阵的病态，从而为有限元方程求解计算带来困难。为此，本文在复合材料夹芯结构芯层内部按照节点在单元上的分布近似均匀的原则，在适当的位置增加了一定数目的节点，因为这些节点的位置并不处在芯层和面板交界处，在这些节点处沿厚度方向温度值是连续的，沿厚度方向温度变化率也是连续的。此时最终的单元厚度方向上的插值函数，保证了沿厚度方向在芯层和面板交界节点处温度值是连续的，但是温度变化率值是不连续的，而芯层内部节点处温度值是连续的，温度变化率值也是连续的。此时复合材料夹芯结构的厚度方向只划分为一层单元，因此不要求考虑厚度方向有限单元之间的协调性和连续性。单元的另外2 个方向的温度插值函数可参照经典的三维有限单元模型进行选择。得到单元3 个方向的插值函数后即可得到整个单元的插值函数。

由于此时厚度方向节点的参数中包括场函数导数的节点值，可以采用 Hermite 多项式作为单元的插值函数，假设在厚度方向上布置n_1 个节点，其中在芯层内部的节点数目为k。为保证沿厚度方向芯层内部的节点保持场函数一阶导数的连续性，插值函数采用一阶 Hermite 多项式。厚度方向场函数 $_1$ 的 Hermite 多项式插值表示为

$$
\begin{aligned}
{}_1(\xi) &= \sum_{i=1}^{n_1} H_i^{(0)}(\xi)\,{}_i^1 + \sum_{j=i^1}^{i^k} H_j^{(1)}(\xi)\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi_j}\,{}_j^1 \\
&= \sum_{i=1}^{n_1+k} N_i^1 Q_i^1 = N^1 Q^{1T} \qquad (1)
\end{aligned}
$$

其中，下标i^x 表示的是芯层内部的节点，N^1 与 Q^1 分别为

$$
\begin{aligned}
N^1 &= [\,H_1^{(0)}(\xi), \cdots, H_{n_1}^{(0)}(\xi), H_{i^1}^{(1)}(\xi), \cdots, H_{i^k}^{(1)}(\xi)] \\
&= [\,N_1^1, \cdots, N_{n_1+k}^1] \qquad (2)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
Q^1 &= {}_1^1, \cdots, {}_{n_1}^1, \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi_{i^1}}\,{}^1, \cdots, \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi_{i^k}}\,{}^1 \\
&= [\,Q_1^1, \cdots, Q_{n_1+k}^1] \qquad (3)
\end{aligned}
$$

Hermite 多项式 H_i 具有以下性质

$$
\begin{aligned}
H_i^{(0)}(\xi) &= \delta_{ij}, \quad \frac{\mathrm{d}H_i^{(0)}(\xi)}{\mathrm{d}\xi}\bigg|_{\xi_j} = 0 \\
H_i^{(1)}(\xi) &= 0, \quad \frac{\mathrm{d}H_i^{(1)}(\xi)}{\mathrm{d}\xi}\bigg|_{\xi_j} = \delta_{ij}
\end{aligned} \qquad (4)
$$

此时单元厚度方向的插值函数，保证了插值函数在芯层和面板交界节点处温度值是连续的，但是芯层和面板交界节点处沿厚度方向的温度变化率值是不连续的，同时芯层内部节点处沿厚度方向温度值是连续的，且沿厚度方向温度变化率值也是连续的。

单元其他2 个方向的场函数要求保证单元间的节点处场函数一阶导数的连续性，节点参数中同样应包括场函数一阶导数的节点值，这时仍然采用一阶 Hermite 多项式作为插值函数。假设在这2 个方向上分别布置n_2 与n_3 个节点，此时单元这2 个方向的场函数 $_2$ 和 $_3$ 一阶 Hermite 多项式插值表示为

$$
\begin{aligned}
{}_2(\xi) &= \sum_{i=1}^{n_2} H_i^{(0)}(\xi)\,{}_i^2 + \sum_{j=1}^{n_2} H_j^{(1)}(\xi)\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi_j}\,{}_j^2 \\
&= \sum_{i=1}^{2n_2} N_i^2 Q_i^2 = N^2 Q^{2T} \qquad (5)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
{}_3(\xi) &= \sum_{i=1}^{n_3} H_i^{(0)}(\xi)\,{}_i^3 + \sum_{j=1}^{n_3} H_j^{(1)}(\xi)\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi_j}\,{}_j^3 \\
&= \sum_{i=1}^{2n_3} N_i^3 Q_i^3 = N^3 Q^{3T} \qquad (6)
\end{aligned}
$$

其中

$$
\begin{aligned}
N^2 &= [\,H_1^{(0)}(\xi), \cdots, H_{n_2}^{(0)}(\xi), H_1^{(1)}(\xi), \cdots, H_{n_2}^{(1)}(\xi)] \\
&= [\,N_1^2, \cdots, N_{2n_2}^2] \qquad (7)
\end{aligned}
$$

$$Q^2 = \left[{}^2_1, \cdots, {}^2_{n_2}, \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi_1}^2, \cdots, \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi_{n_2}}^2 \right] = [\, Q^2_1, \cdots, Q^2_{2n_2}] \quad (8)$$

$$N^3 = [\, H^{(0)}_1(\xi), \cdots, H^{(0)}_{n_3}(\xi), H^{(1)}_1(\xi), \cdots, H^{(1)}_{n_3}(\xi)] = [\, N^3_1, \cdots, N^3_{2n_3}] \quad (9)$$

$$Q^3 = \left[{}^3_1, \cdots, {}^3_{n_3}, \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi_1}^3, \cdots, \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi_{n_3}}^3 \right] = [\, Q^3_1, \cdots, Q^3_{2n_3}] \quad (10)$$

整个单元的插值函数 Φ[11] 可直接表示为

$$\Phi = \sum N_i Q_i = \sum N_{IJK} Q_i = \sum (N^1_I N^2_J N^3_K)\, Q_i = NQ^{\mathrm{T}} \quad (11)$$

其中：1、2、3 表示3 个坐标方向；I、J、K 表示节点i 在每一坐标方向的行列号；N^1_I、N^2_J、N^3_K 可由式(2)、(7)、(9) 得到；向量N 和Q 分别为

$N = [\, N^1_1, \cdots, N^1_{n_1+k}, N^2_1, \cdots, N^2_{2n_2}, N^3_1, \cdots, N^3_{2n_3}]$，

$Q = [\, Q^1_1, \cdots, Q^1_{n_1+k}, Q^2_1, \cdots, Q^2_{2n_2}, Q^3_1, \cdots, Q^3_{2n_3}]$。

将式(11) 得到的单元插值函数代入热平衡有限元方程组 $\tilde{C}\dot{T} + \tilde{K}T = \tilde{P}$ 的热容矩阵$\tilde{C}$、热传导矩阵$\tilde{K}$与热载荷列阵$\tilde{P}$ 的表达式[11] 中，即可得到所要计算的复合材料夹芯结构传热问题有限元方程的热容矩阵$\tilde{C}$、热传导矩阵$\tilde{K}$ 与热载荷列阵$\tilde{P}$。这些矩阵的元素都可由单元相应的元素集成得到：

$$\tilde{K} = \sum_e K^e_c + \sum_e K^e_h \quad (12)$$

$$\tilde{C} = \sum_e C^e \quad (13)$$

$$\tilde{P} = \sum_e P^e_{\bar{q}} + \sum_e P^e_H \quad (14)$$

式(12) ～(14) 中各项的含义分别为

单元对热传导矩阵的贡献

$$K^e_c = \int_{V^e} B^{\mathrm{T}} \cdot k \cdot B \mathrm{d}V \quad (15)$$

对流边界条件对热传导矩阵的修正

$$K^e_h = \int_{\Gamma^e_3} h N^{\mathrm{T}} N \mathrm{d}\Gamma \quad (16)$$

单元对热容矩阵的贡献

$$C^e = \int_{V^e} c\rho N^{\mathrm{T}} N \mathrm{d}V \quad (17)$$

单元给定热流边界条件的热载荷

$$P^e_q = \int_{\Gamma^e_2} \bar{q} N^{\mathrm{T}} \mathrm{d}\Gamma \quad (18)$$

单元对流边界的热载荷

$$P^e_h = \int_{\Gamma^e_3} h T_e N^{\mathrm{T}} \mathrm{d}\Gamma \quad (19)$$

其中式(15) 中的B 为

$$B^{\mathrm{T}} = \frac{N^{\mathrm{T}}}{x} \quad \frac{N^{\mathrm{T}}}{y} \quad \frac{N^{\mathrm{T}}}{z} \quad (20)$$

上述各式中：上下标e 均代表一个单元；k 为材料导热系数张量；c 为材料比热容；h 为对流热交换系数；ρ为材料密度；$\bar{q}$ 为边界热流密度；v 为单元体积；Γ_2 为给定热流边界；Γ_3 为对流边界。

由于热容矩阵$\tilde{C}$、热传导矩阵$\tilde{K}$ 与热载荷列阵$\tilde{P}$ 与夹芯结构热传导参数k、c 有关[11]，因此若夹芯结构的热传导参数k、c 受温度影响，随着温度变化而改变，则最后得到的热传导有限元方程将是一个非线性有限元方程。

2　非线性动力学平衡方程改进解法

以求解动力学平衡方程时常用的 Wilson θ方法为例说明对非线性动力学平衡方程解法的改进。Wilson θ方法实质上是线性加速度方法的推广。线性加速度法假定加速度从时刻t 到时刻t + Δt 为线性变化。Wilson θ方法则假定加速度从时刻t 到时刻t + Δt 为线性变化，其中 $\theta \geq 1.0$。当 $\theta = 1.0$ 时该方法就简化为线性加速度格式。

当质量矩阵 M_t、阻尼矩阵C_t 和刚度矩阵K_t 并不保持常值，而是u_t 的函数时，动态平衡方程 $M\ddot{u}_t + C\dot{u}_t + Ku_t = Q_t$ 求解问题为非线性问题，如果采用 Wilson θ方法对其进行求解，常用的作法是在每一时间推进步长上进行迭代运算[11]。本文中在 Wilson θ方法的基础上做出改变，改变后的算法可以避免在每一时间推进步长上的迭代运算，从而提高利用 Wilson θ方法求解非线性动态平衡方程的计算效率。待动力学平衡方程为

$$M\ddot{u}_t + C\dot{u}_t + Ku_t = \bar{Q}_t \quad (21)$$

Wilson θ方法要得到在时刻t + Δt 的位移、速度和加速度，需考虑在时刻t + θΔt 的平衡方程。然而因为假定加速度为线性变化，故所用的投影载荷向量是线性变化的，即所用的方程是

$$M_{t+\theta\Delta t}\ddot{u}_{t+\theta\Delta t} + C_{t+\theta\Delta t}\dot{u}_{t+\theta\Delta t} + K_{t+\theta\Delta t}u_{t+\theta\Delta t} = \bar{Q}_{t+\theta\Delta t} \quad (22)$$

其中

$$\bar{Q}_{t+\theta\Delta t} = Q_t + \theta(Q_{t+\Delta t} - Q_t) \quad (23)$$

此时，$M_{t+\theta\Delta t}$、$C_{t+\theta\Delta t}$ 和$K_{t+\theta\Delta t}$ 是$u_{t+\theta\Delta t}$ 的函数，其值是未知的。为此对 $M_{t+\theta\Delta t}$、$C_{t+\theta\Delta t}$ 和$K_{t+\theta\Delta t}$ 在时刻t 进行泰勒展开，以 $M_{t+\Delta t}$、$C_{t+\Delta t}$ 和$K_{t+\Delta t}$ 的一阶泰勒展开为例，可得

$$M_{t+\theta\Delta t} = M_t + \left.\frac{M}{t}\right|_t \theta\Delta t = M_t + \left.\frac{M}{u}\frac{u}{t}\right|_t \theta\Delta t \tag{24}$$

$$C_{t+\theta\Delta t} = C_t + \left.\frac{C}{t}\right|_t \theta\Delta t = C_t + \left.\frac{C}{u}\frac{u}{t}\right|_t \theta\Delta t \tag{25}$$

$$K_{t+\theta\Delta t} = K_t + \left.\frac{K}{t}\right|_t \theta\Delta t = K_t + \left.\frac{K}{u}\frac{u}{t}\right|_t \theta\Delta t \tag{26}$$

由于 M、C_t 和 K_t 关于 u_t 的函数是已知的，因此 $\frac{M}{u}$、$\frac{C}{u}$ 和 $\frac{K}{u}$ 的表达式可以通过 M_t、C_t 和 K_t 对 u_t 的求导运算得到，同时式(24) ～(26) 中的 $\frac{u}{t}$ 即为 $\dot{u}$，假设在时刻 t 的 u_t，$\dot{u}_t$，$\ddot{u}_t$ 为已知，则在时刻 t 的 M_t、C_t、K_t 和 $\left.\frac{M}{u}\frac{u}{t}\right|_t$、$\left.\frac{C}{u}\frac{u}{t}\right|_t$、$\left.\frac{K}{u}\frac{u}{t}\right|_t$ 均可求得，由于在式(24) ～(26) 中的 Δt 即为 Wilson θ 方法的时间推进步长，也为事先确定的常值，这样 $M_{t+\theta\Delta t}$、$C_{t+\theta\Delta t}$ 和 $K_{t+\theta\Delta t}$ 的一阶泰勒展开式的值即可被求得。

将式(24) ～(26) 代入方程式(22)，可得

$$M + \left.\frac{M}{u}\frac{u}{t}\right|_t \ddot{u}_{t+\theta\Delta t} + C_t + \left.\frac{C}{u}\frac{u}{t}\right|_t \theta\Delta t\ \dot{u}_{t+\theta\Delta t} + K_t + \left.\frac{K}{u}\frac{u}{t}\right|_t \theta\Delta t\ u_{t+\theta\Delta t} = \bar{Q}_{t+\theta\Delta t} \tag{27}$$

再根据传统的 Wilson θ 方法步骤继续计算便可得到 $\ddot{u}_{t+\Delta t}$，$\dot{u}_{t+\Delta t}$ 和 $u_{t+\Delta t}$。

按照上述非线性问题 Wilson θ 方法的算法步骤，可以得到求解热传导物理性质受温度变化影响传热问题 $C\dot{T} + KT = P$ 的算法步骤：

(1) 给定 $\ddot{T}_0$、$\dot{T}_0$、T_0；

(2) 选择时间步长 Δt 和 θ，并且计算积分常数

$$c_0 = \frac{6}{\theta\Delta t^2},\ c_1 = \frac{3}{\theta\Delta t},\ c_2 = 2c_1,$$

$$c_3 = \frac{\theta\Delta t}{2},\ c_4 = \frac{c_0}{\theta},\ c_5 = \frac{-c_2}{\theta},$$

$$c_6 = 1 - \frac{3}{\theta},\ c_7 = \frac{\Delta t}{2},\ c_8 = \frac{\Delta t^2}{6};$$

(3) 计算矩阵 K_t 和矩阵 C_t；

(4) 计算 $\left.\frac{K}{T}\frac{T}{t}\right|_t$ 和 $\left.\frac{C}{T}\frac{T}{t}\right|_t$；

(5) 形成有效刚度矩阵

$$\hat{K}_{t+\theta\Delta t} = K_t + \left.\frac{K}{T}\frac{T}{t}\right|_t \theta\Delta t + c_1\left(C_t + \left.\frac{C}{T}\frac{T}{t}\right|_t \theta\Delta t\right);$$

(6) 三角分解 $\hat{K}_{t+\theta\Delta t}$，$\hat{K}_{t+\theta\Delta t} = L_{t+\theta\Delta t} D_{t+\theta\Delta t} L_{t+\theta\Delta t}^{\mathrm{T}}$；

(7) 计算时间 $t + \theta\Delta t$ 的有效载荷

$$\hat{P}_{t+\theta\Delta t} = P_t + \theta(P_{t+\Delta t} - P_t) + \left(C_t + \left.\frac{C}{T}\frac{T}{t}\right|_t \theta\Delta t\right)(c_1 T_t + 2\dot{T}_t + c_3 \ddot{T}_t);$$

(8) 求解时间 $t + \theta\Delta t$ 的温度

$$L_{t+\Delta t} D_{t+\Delta t} L_{t+\Delta t}^{\mathrm{T}} T_{t+\Delta t} = \hat{P}_{t+\Delta t};$$

(9) 计算时间 $t + \Delta t$ 的温度及温度的一阶和二阶导数

$$\ddot{T}_{t+\Delta t} = c_4(T_{t+\theta\Delta t} - T_t) + c_5\dot{T}_t - c_6\ddot{T}_t,$$

$$\dot{T}_{t+\Delta t} = \dot{T}_t + c_7(\ddot{T}_{t+\Delta t} + \ddot{T}_t),$$

$$T_{t+\Delta t} = T_t + \Delta t\,\dot{T}_t + c_8(\ddot{T}_{t+\Delta t} + 2\ddot{T}_t)。$$

利用以上方法即可对热传导参数受温度变化影响的复合材料夹芯结构非线性瞬态热传导问题进行数值求解。

3　数值算例

采用本文中方法，对以下算例进行研究。简单模拟一个热载荷作用下的复合材料夹芯结构，分析其在工作时间内的温度场变化情况。其结构示意图如图1 所示。

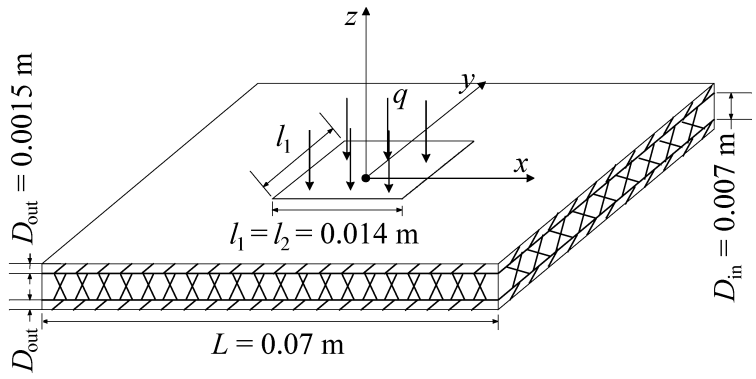


图1　算例示意图

Fig .1　Sketch for the example

本算例中的复合材料夹芯结构为一边长 $L = 0.07$ m 的正方形板。其芯层和面板均为热各向异性材料。结构面板厚度 $D_{out} = 0.0015$ m，芯层厚度 $D_{in} = 0.007$ m。结构上表面中央区域 $S = l_1 \times l_2 = 0.014 \times 0.014 = 0.000196$ m^2 面积内承受垂直于 xy 平面的入射热流 $q = 400$ W/m^2，并且上下表面均同外部环境进行对流换热，其对流换热系数均为 $h = 30$ W/(m^2·K)。外部环境温度 $T_{out} = 350$ K，结构初始温度 $T_0 = 300$ K，结构四周4 个端面作为绝热边界处理。计算所需随温度变化的材料热传导参数列于表1 中。

对此算例采用2 种方案进行了分析：(1) 应用

本文中构造的专门针对复合材料夹芯结构的有限单元模型对结构进行建模，然后对得到的非线性有限元动力学方程应用本文中修改后的动力学平衡方程解法进行求解，这时在每个时间步长上不必进行迭代运算。(2) 严格应用三维有限元模型对所分析的复合材料夹芯结构进行分层建模，其中内壁层和外壁层划分为1 层，中间夹芯划分为4 层，然后对得到的非线性有限元动力学方程应用常用的动力学平衡方程解法进行求解，在每个时间推进步长上进行迭代运算解决非线性问题。

表1　算例夹芯结构材料热传导参数

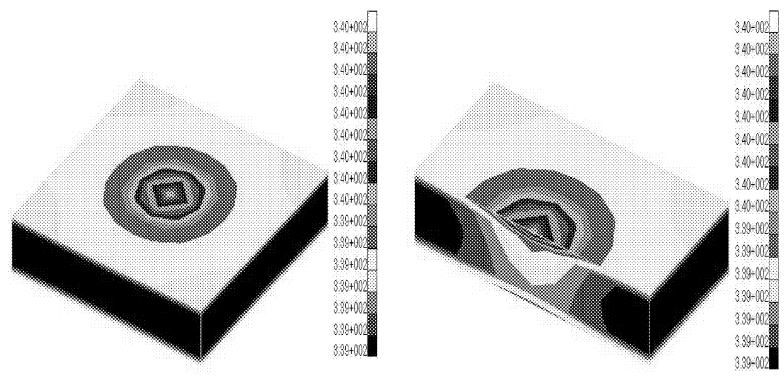
Table 1　Thermal property of the sandwich composite example

	Skin layer	Core layer
ρ(kg·m^{-3})	1600	37.14
c/(J·K^{-1})	$924[1+0.001(T-T_0)]$	$1026[1+0.002(T-T_0)]$
k_1/(W·(mK)$^{-1}$)	$11.56[1-0.001(T-T_0)]$	$0.57[1-0.001(T-T_0)]$
k_2/(W·(mK)$^{-1}$)	$11.56[1-0.001(T-T_0)]$	$0.85[1-0.001(T-T_0)]$
k_3/(W·(mK)$^{-1}$)	$0.78[1-0.001(T-T_0)]$	$1.501[1-0.001(T-T_0)]$

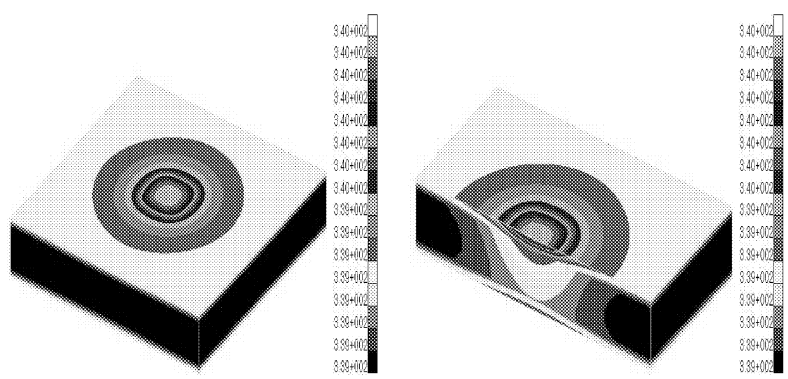
方案(1) 的有限单元模型共包括100 个本文中提出的专门针对复合材料夹芯结构的有限单元模型，共605 个节点。方案(2) 的有限单元模型共包括7350 个八节点六面体有限单元模型，共9072 个节点。方案(2) 相对来说是比较精确的处理方案，采用方案(2) 的目的是验证方案(1) 中所应用的单元模型的有效性及本文中修改后的动力学平衡方程解法的可靠性。

本算例的计算目的是确定复合材料夹芯结构在工作时间内的温度场变化情况，在此选取工作时间为120 s。本算例2 种方案计算得到的120 s 后温度场如图2 所示。

图2(a) 为通过方案(1) 计算得到的120 s 后的夹芯结构总体温度场分布图和中央截面温度分布图。图2(b) 为通过方案(2) 计算得到的120 s 后的夹芯结构总体温度场分布图和中央截面温度分布图。图3 为通过2 种方案得到的120 s 内热载中心点温度变化曲线。比较2 种方案的温度场计算结果，可以看到计算结束时2 种方案得到的温度场基本是一致的，这说明文中提出的专门针对复合材料夹芯结构的有限单元模型是有效的。本文中提出的单元主要用于复合材料夹芯结构精细温度场的分析，在需要计算复合材料夹芯结构温度场细节数据



(a) Temperature field result of scheme (1)



(b) Temperature field result of scheme (2)

图2　120 s 时算例温度场结果

Fig.2　Temperature field of example after 120 s

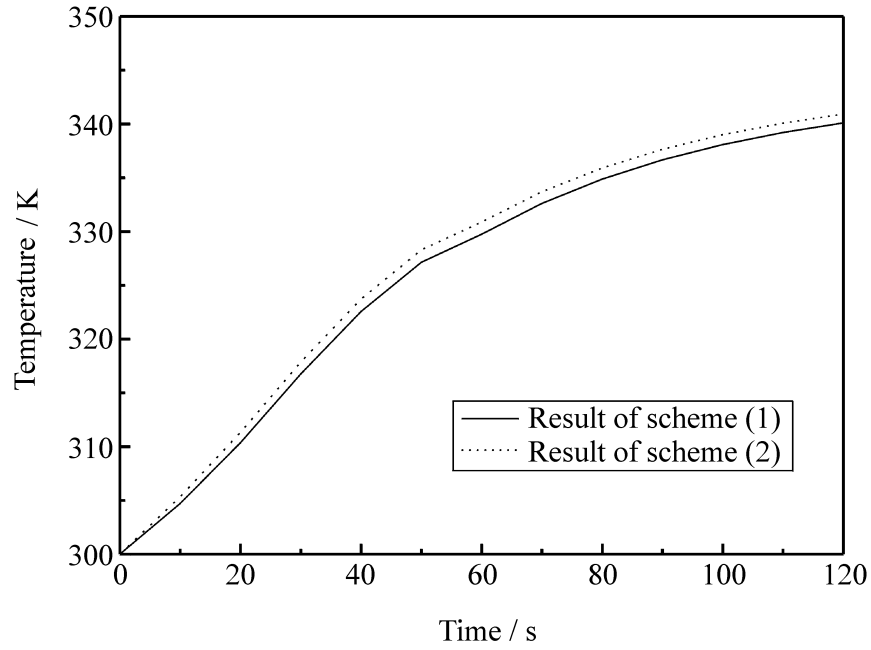


图3　120 s 内热载中心点温度变化曲线

Fig.3　Temperature curve of heat load center in 120 s

时能提供更细致的结果。而引用的进行对比的单元模型是一种常用的成熟的单元模型，并不专门针对复合材料夹芯结构精细温度场的分析。从算例插图可以看到2 种模型结果很相似，因为理论上2 种单元模型都是正确的，只能说2 种单元模型的结果都是对实际结果的不同近似，无法确定某个结果更加精确。但是通过算例中的叙述可知，要达到相同的计算精度，应用本文中提出的单元模型计算量相对更小。通过测算计算耗费时间可知，方案(1) 所耗费时间不足方案(2) 的40%，在计算效率方面本文中介绍的专门针对复合材料夹芯结构的有限单元模

型及修改后的动力学平衡方程解法具有明显优势。

4　结　论

针对复合材料夹芯结构温度场的特点，构造了一种用于复合材料夹芯结构温度场精细分析的有限单元模型。改进常用的动力学平衡方程的解法，提高了求解热传导参数受温度影响的复合材料夹芯结构瞬态热传导非线性有限单元方程的计算速度。综合文中内容可得到计算复合材料夹芯结构非线性热传导的一种具体方法。

参考文献:

[1] Padovan J. Steady conduction of heat in linear and nonlinear fully anistropic media by finite elements [J]. Journal of Hest Transfer, 1974, 96: 313-318.

[2] Tamma K K, Yurko A A. A unified finite element modeling analysis approach for thermal-structural response in layered composites [J]. Comput Struct, 1988, 29: 743-754.

[3] Rolfes R. Higher order theory and finite element for heat conduction in composites [C] // Lewis R W, Chin J H, Homsy G M, eds. Stanford USA 7th Int Conf on Numer Meth in Thermal Probl. Swansea: Pineridge Press, 1991: 880-889.

[4] Rolfes R. Nonlinear transient thermal analysis of composites structures [C] // Hirsch C H, Zienkiewicz O C, Onate E, eds. Numerical Methods in Engineering 92: Proceedings of the First European Conference on Numerical Methods in Engineering. Brussels, Belgium: [s.n.], 1992: 653-659.

[5] 李松年, 邓忠民. 复合材料叠层板的非线性热分析[J]. 北京航空航天大学学报, 1996, 22(3): 290-295.
Li Songnian, Deng Zhongmin. Nonlinear transient thermal analysis of composite laminate [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1996, 22(3): 290-295.

[6] 邱志平, 林　强. 蜂窝夹层复合材料结构非线性传热分析[J]. 复合材料学报学报, 2005, 22(5): 147-154.
Qiu Zhiping, Lin Qiang. Nonlinear heat transfer of honeycomb sandwich composite material structure [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2005, 22(5): 147-154.

[7] 马玉娥, 孙　秦, 易　龙. 复合材料层合板壳的三维退化热壳元分析[J]. 复合材料学报学报, 2005, 22(2): 143-157.
Ma Yue, Sun Qin, Yi Long. 3D-degenerated thermal shell element analysis in composite laminates [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2005, 22(2): 143-147.

[8] 杨自春, 黄玉盈. 复合材料新的热层合理论及其有限元方法研究[J]. 海军工程学院学报, 1995(3): 29-34.
Yang Zichun, Huang Yuying. A new thermal laminate theory and finite element approach for the transient temperature field analysis of composite laminates [J]. Journal of Naval Academy of Engineering, 1995(3): 29-34.

[9] 杨自春. 复合材料层合结构的非线性传热分析[J]. 海军工程大学学报, 2000(5): 9-13.
Yang Zichun. Nonlinear heat transfer of composite material laminated structure [J]. Journal of Naval Academy of Engineering, 2000(5): 9-13.

[10] 杨自春. 受热复合材料层合板的非线性振动, Part Ⅱ: 理论及数值分析[J]. 复合材料学报, 2000, 17(2): 74-78.
Yang Zichun. Nonlinear thermal vibration of composite laminated plates, Part Ⅱ: Theory and numerical analysis [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2000, 17(2): 74-78.

[11] 王勖成, 邵　敏. 有限单元法基本原理和数值方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997: 92-110.