复合材料学报 Acta Materiae Compositae Sinica
第 26 卷 第 5 期 10 月 2009 年
Vol. 26 No. 5 October 2009

文章编号：1000-3851(2009)05-0159-08

三维复合材料层合板渐进损伤非线性分析模型

王跃全，童明波*，朱书华
（南京航空航天大学 飞行器先进设计技术国防重点学科实验室，南京 210016）

摘 要： 为有效反映复合材料层合板层间相互作用和材料损伤非线性，建立了中等尺度的三维复合材料层合板渐进损伤分析模型。非线性渐进损伤分析过程包括应力求解、材料损伤失效判据及材料性能退化方案 3 个方面。讨论了损伤材料性能退化方案，引入与材料损伤模式相对应的损伤变量表征材料点的损伤状态，材料的刚度矩阵按损伤变量退化。基于该模型可成功预测复合材料层合板损伤起始、扩展直至最终失效的整个过程和极限强度。经文献试验数据验证，12 种不同铺层顺序层合板的计算强度与试验数据均吻合较好，表明该模型在复合材料层合板极限强度预测上的有效性。

关键词： 渐进损伤分析；有限元模型；层合板；强度
中图分类号： TB330.1 **文献标志码：** A

3D nonlinear progressive damage analysis model for composite laminates

WANG Yuequan, TONG Mingbo*, ZHU Shuhua
(Key Laboratory of Fundamental Science for National Defense - Advanced Design Technology of Flight Vehicle, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: A three-dimensional (3D) nonlinear progressive damage analysis (PDA) model at the mesoscale level was presented in order to take into account the interlaminar stress and damaged material nonlinearity. The typical PDA consists of stress analysis, material failure initiation criteria and damaged material degradation rules. A damaged material degradation rule was discussed mainly to introduce damage status invariables corresponding to different damage modes. The material stiffness matrix at each material point was degraded directly through damage status invariables. The proposed model can predict composites laminates damage initiation, progression until final failure and ultimate strength. 12 laminates with different stacking designs were analyzed with the model. The good agreement between the predicted ultimate strength and the experiments shows correctness of the model for laminates ultimate strength prediction.

Keywords: progressive damage analysis; finite element model; laminates; strength

先进复合材料结构因其高强度、高模量、可设计性强等优点已广泛应用于航空航天等工业领域。但纤维增强复合材料结构铺层设计的灵活性为结构的应力计算、变形分析以及强度预测带来额外的复杂性。同时，绝大多数纤维增强复合材料层合板表现为脆性失效，完全破坏前没有明显的塑性变形，并且在首层失效后仍能继续承受更大的载荷。复合材料层合板的这些特点决定了建立有效的复合材料层合板分析模型的重要性。

为预测纤维增强复合材料层合板的损伤扩展和极限强度，Chang[1-3]、Tan[4-5] 和 Sleight[6] 等较早地结合复合材料结构损伤机制引入了渐进损伤有限元分析方法，获得了与试验数据较吻合的分析结果。随后，渐进损伤分析方法被广泛应用于复合材料结构的损伤分析和强度预测[7-12]，并能够获得较好的分析结果。渐进损伤分析方法包括应力求解、失效分析和材料属性退化，这些步骤重复迭代直至结构整体失效。Chang、Tan 和 Sleight 的渐进损伤分析模型中采用基于经典层板理论的二维有限元法进行应力求解，无法较好地反映层合板三维效应和

收稿日期： 2008-09-10；**收修改稿日期：** 2008-12-03
基金项目： 国家自然科学基金(10872091)
通讯作者： 童明波，教授，博士生导师，主要研究方向：复合材料结构设计、强度分析、可靠性分析等
E-mail：tongw@nuaa.edu.cn

铺层之间的相互作用。后来，研究人员建立了复合材料层合板螺栓连接的渐进损伤分析模型，采用三维有限元进行应力求解[7-9]。Apalak 等[10]建立了复合材料层合板的胶粘搭接渐进损伤分析模型，也是采用三维有限元法进行应力求解。McCarthy 采用 ABAQUS 软件中的三维实体单元进行应力求解。王丹勇、张爽和 Apalak 的分析模型中对复合材料层合板采用 ANSYS 软件中的八节点三维层状体单元进行应力求解。应力求解后，需根据基于应力的失效准则判断材料积分点的损伤状态。现有渐进损伤分析模型[1-10]中的损伤分析主要采用可以区分破坏模式的失效准则、如最大应力准则、Hashin 准则[11-12]、Chang 准则[1]、Puck 准则[13]、LaRC04 准则[14]等。当材料积分点发生损伤后，需对材料属性进行退化。大多数复合材料结构渐进损伤分析中的材料属性退化方案是根据材料失效模式对材料弹性常数进行直接折减[1-10]，由于折减系数多为经验数据，不恰当的折减系数可能造成刚度矩阵计算的奇异性。另外，一些模型[15-16]中采用连续损伤力学中的损伤状态变量表征材料损伤状态，并对材料积分点的刚度矩阵进行退化。不同损伤模式采用不同状态变量表示。损伤状态变量由材料属性确定，但相应材料属性不易测得。

随着计算机性能的不断提高，为了更加详细地研究复合材料层合板的损伤累积和失效过程，本文中建立了中等尺度层合板的三维渐进损伤有限元分析模型。首先，按层合板的铺层顺序建立每一铺层的三维有限元模型，这样层合板的应力分析可以考虑各铺层之间的相互作用。其次，材料失效分析中采用工程中普遍采用的三维 Hashin 准则，可以较好地预测层合板的破坏模式。最后，对于纤维增强复合材料损伤累积引起的材料非线性，损伤材料退化模型采用连续损伤力学中的损伤状态变量对损伤材料点的刚度矩阵进行退化，损伤状态变量为固定值，这样既可以避免刚度矩阵的奇异性，又可以减小所需材料属性的数量。本文中基于 ABAQUS 软件的用户材料子程序 UMAT，建立了该三维渐进损伤分析模型，针对 12 个不同铺层顺序和圆孔直径的层合板试件，计算了其静拉伸极限强度并详细给出了典型层合板试件的损伤扩展过程，预测强度与试验数据均吻合较好，说明了本文模型用于层合板损伤和强度预测的有效性。

1　渐进损伤分析方法

渐进损伤分析方法是基于含损伤材料能够按材料性能退化后的属性继续承载的假设进行的计算方法。典型的渐进损伤分析方法包括非线性有限元平衡方程的应力求解、基于失效准则的损伤模式预测和材料性能退化方案[6]，分析流程如图 1 所示。

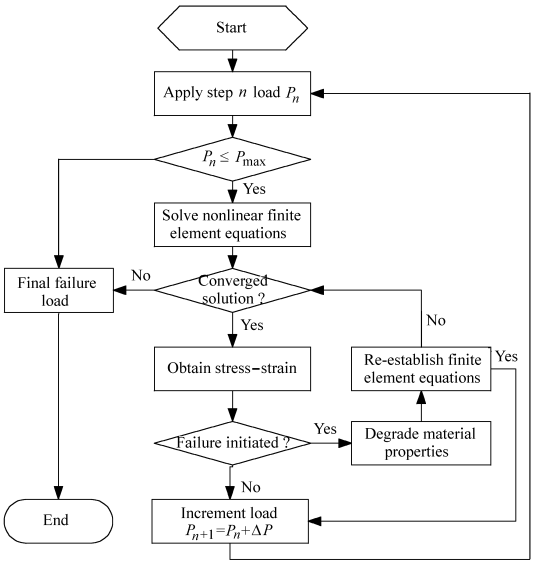


图 1　渐进损伤分析基本流程

Fig. 1　Progressive damage analysis flow

在渐进损伤分析过程中，外载荷采用逐级增加的方法。在每一载荷增量步中，首先假定材料状态不变，对整个复合材料结构建立有限元平衡方程并求解此非线性方程组得到位移收敛解。然后，根据得到的位移收敛解计算各材料点的应力-应变状态，将得到的应力-应变带入材料失效准则，判断材料点是否失效。如果材料点失效，则根据材料失效模式按照材料属性退化模型对材料刚度或强度进行折减。此时先前求解的非线性方程组的收敛解不再满足结构的平衡方程，因而需要保持当前的载荷状态不变，根据退化后的材料属性重新建立有限元平衡方程。重复前面的应力求解、失效准则判断和材料属性退化整个分析过程直到复合材料结构中不再发生新的损伤。增加载荷 ΔP 进入下一载荷增量步 P_{n+1}，重复前面的求解过程直至整个复合材料结构最终失效。如果分析过程中每一增量步之间的载荷增量 ΔP 足够小，则损伤材料点的材料属性退化后可以不需要重新建立有限元平衡方程。

1.1　材料失效准则

本文中考虑的失效模式包括纤维拉伸失效、纤

维压缩失效、基体拉伸失效、基体压缩失效和分层失效。每种失效模式可看作是在结构损伤过程中当一种特定的应力分量组合达到特定值时的一种明显的状态。也就是说，当应力分量组成的函数标量达到特定值，即满足失效准则时，定义为一种模式失效。与失效模式有关的失效准则包括最大应力准则、Hashin 准则、Chang 准则、Puck 准则、LaRC04 准则等。本文中采用已被众多研究人员成功应用的三维 Hashin 失效准则，具体形式为

(1) 纤维失效：

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_{\mathrm{T}}}\right)^2+\left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2+\left(\frac{\tau_{13}}{S_{13}}\right)^2\geqslant 1 \qquad (\sigma_{11}>0) \quad (1)$$

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_{\mathrm{C}}}\right)^2\geqslant 1 \qquad (\sigma_{11}<0) \quad (2)$$

(2) 基体失效：

$$\left(\frac{\sigma_{22}+\sigma_{33}}{Y_{\mathrm{T}}}\right)^2+\frac{1}{S_{23}^2}(\tau_{23}^2-\sigma_{22}\sigma_{33})+\left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2+\left(\frac{\tau_{13}}{S_{13}}\right)^2\geqslant 1 \qquad (\sigma_{22}+\sigma_{33}>0) \quad (3)$$

$$\frac{\sigma_{22}+\sigma_{33}}{Y_{\mathrm{C}}}\left[\left(\frac{Y_{\mathrm{C}}}{2S_{23}}\right)^2-1\right]+\frac{(\sigma_{22}+\sigma_{33})^2}{4S_{23}^2}+\frac{\tau_{23}^2-\sigma_{22}\sigma_{33}}{S_{23}^2}+\left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2+\left(\frac{\tau_{13}}{S_{13}}\right)^2\geqslant 1 \qquad (\sigma_{22}+\sigma_{33}<0) \quad (4)$$

(3) 分层失效：

$$\left(\frac{\sigma_{33}}{Z_{\mathrm{T}}}\right)^2+\left(\frac{\tau_{13}}{S_{13}}\right)^2+\left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}}\right)^2\geqslant 1 \qquad (\sigma_{33}>0) \quad (5)$$

$$\left(\frac{\tau_{13}}{S_{13}}\right)^2+\left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}}\right)^2\geqslant 1 \qquad (\sigma_{33}<0) \quad (6)$$

式中：下标 1、2、3 分别表示坐标方向，1 为纤维方向，2 为层合板面内垂直于纤维方向的方向，3 为层合板铺层叠加的厚度方向；X_P、Y_P、Z_P 分别表示单向复合材料铺层 1、2、3 方向的强度，$P=\mathrm{T}$ 为拉伸强度，$P=\mathrm{C}$ 为压缩强度；S_{ij} 为相应面内的剪切强度。

1.2 损伤材料退化方案

如果分析过程中材料点的应力状态已满足失效准则，则材料点的材料属性必须根据材料退化方案进行更新，但要准确给出受损材料退化后的材料属性是很困难的。目前为止，已有很多的材料退化模型应用于复合材料渐进损伤分析模型中，主要可分为两大类：(1) 试探性的材料属性退化模型[1-10]，即根据损伤模式对材料的工程弹性常数按照预先定义的方案进行折减，不当的折减系数选取可能引起材料点刚度矩阵奇异。(2) 基于连续损伤力学的内部损伤状态变量对损伤材料属性进行退化[15-16]，即在材料点的刚度矩阵中引入损伤状态变量，损伤状态变量是以材料点的应力或应变为变量的连续函数，此方法中所需的材料属性很难全部获得。本文中在材料点的刚度矩阵中引入损伤状态变量，但所采用的损伤状态变量是预先设定的常数。

复合材料在无损伤情况时，材料点本构关系为

$$\boldsymbol{\sigma}=\boldsymbol{C}^0\boldsymbol{\varepsilon} \qquad (7)$$

其中：

$\boldsymbol{\varepsilon}=[\varepsilon_{11},\varepsilon_{22},\varepsilon_{33},\varepsilon_{12},\varepsilon_{13},\varepsilon_{23}]^{\mathrm{T}}$；

$\boldsymbol{\sigma}=[\sigma_{11},\sigma_{22},\sigma_{33},\sigma_{12},\sigma_{13},\sigma_{23}]^{\mathrm{T}}$；

初始刚度矩阵

$$\boldsymbol{C}^0=\begin{bmatrix} C_{11}^0 & C_{12}^0 & C_{13}^0 & 0 & 0 & 0\\ C_{12}^0 & C_{22}^0 & C_{23}^0 & 0 & 0 & 0\\ C_{13}^0 & C_{23}^0 & C_{33}^0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & C_{44}^0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55}^0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66}^0 \end{bmatrix}.$$

当材料点发生损伤后，引入损伤张量 $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{D})$，则等效应力表示为

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}}=\boldsymbol{M}(\boldsymbol{D}):\boldsymbol{\sigma}$$

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{D})=\mathrm{diag}\left[\frac{1}{1-d_1},\frac{1}{1-d_2},\frac{1}{1-d_3},\frac{1}{1-d_{12}},\frac{1}{1-d_{13}},\frac{1}{1-d_{23}}\right]$$

其中：

$1-d_{12}=\sqrt{(1-d_1)(1-d_2)}$；

$1-d_{13}=\sqrt{(1-d_1)(1-d_3)}$；

$1-d_{23}=\sqrt{(1-d_2)(1-d_3)}$.

根据能量等效性假设：损伤材料的余能函数与无损伤材料的余能函数形式相同，只要将应力替换为有效应力即可。可得材料点的损伤刚度矩阵为

$$\boldsymbol{C}^{\mathrm{d}}=\boldsymbol{M}^{-1}:\boldsymbol{C}^0:\boldsymbol{M}^{\mathrm{T},-1}$$

如果不计重复脚标，则损伤刚度矩阵 $\boldsymbol{C}^{\mathrm{d}}$ 为

$$\boldsymbol{C}^{\mathrm{d}}=\begin{bmatrix} C_{11}^{\mathrm{d}} & C_{12}^{\mathrm{d}} & C_{13}^{\mathrm{d}} & 0 & 0 & 0\\ C_{12}^{\mathrm{d}} & C_{22}^{\mathrm{d}} & C_{23}^{\mathrm{d}} & 0 & 0 & 0\\ C_{13}^{\mathrm{d}} & C_{23}^{\mathrm{d}} & C_{33}^{\mathrm{d}} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & C_{44}^{\mathrm{d}} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55}^{\mathrm{d}} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66}^{\mathrm{d}} \end{bmatrix}$$

其中：

$C_{11}^{\mathrm{d}}=C_{11}^0(1-d_1)$，$C_{22}^{\mathrm{d}}=C_{22}^0(1-d_2)$，$C_{33}^{\mathrm{d}}=C_{33}^0(1-d_3)$，

$C_{12}^{\mathrm{d}}=C_{12}^0(1-d_1)(1-d_2)$，$C_{13}^{\mathrm{d}}=C_{13}^0(1-d_1)(1-d_3)$，

$C_{23}^{\mathrm{d}}=C_{23}^0(1-d_2)(1-d_3)$，$C_{44}^{\mathrm{d}}=C_{44}^0(1-d_1)(1-d_2)$，

$C_{55}^{\mathrm{d}}=C_{55}^{0}(1-d_1)(1-d_3)$，$C_{66}^{\mathrm{d}}=C_{66}^{0}(1-d_2)(1-d_3)$.

因此，损伤材料点的应力-应变关系为

$$\boldsymbol{\sigma}=\boldsymbol{C}^{\mathrm{d}}\boldsymbol{\varepsilon} \tag{8}$$

本文中采用确定的损伤状态变量建立损伤材料退化模型。单向拉伸载荷作用下，纤维失效 $d_1=1$，基体失效 $d_2=0.99$，分层失效 $d_3=0.99$；单向压缩载荷作用下，纤维失效 $d_1=1$，基体失效 $d_2=0.99$，分层失效 $d_3=1$。

1.3　平衡方程建立及应力求解

在分析过程中对复合材料层合板施加面内位移载荷，采用增量法逐级加载，每个位移增量对应一个应变增量。

模型在第 n 增量步时，因忽略体积力作用，其在 V^{n-1} 内平衡方程为

$$\sigma_{ij,j}^{n}=0 \qquad (i,j=1,2,3) \tag{9}$$

此时，力的边界条件为

$$\sigma_{ij,j}^{n}n_j^{n}-\overline{T}_i^{n}=0 \qquad (\text{在 } S_\sigma \text{ 上}) \tag{10}$$

其中：$\sigma_{ij,j}^{n}$ 为该时刻应力；n_j^{n} 为该时刻边界外法线的方向余弦；$\overline{T}_i^{n}$ 为该时刻边界 S_σ 单位面积上的面积力；V^{n-1} 为 $n-1$ 时刻时位形。

根据虚位移原理，以上 2 个方程(9)和(10)可写为

$$\int_{V^{n-1}}\sigma_{ij}^{n}\Delta\varepsilon_{ij}\,\mathrm{d}V-\int_{S_\sigma}\overline{T}_i^{n}\Delta u_j\,\mathrm{d}S=0 \tag{11}$$

式中，$\Delta\varepsilon_{ij}$ 和 Δu_j 为第 $n-1$ 步到第 n 步时的应变增量和位移增量。第 n 步时的应力 σ_{ij}^{n} 可由第 $n-1$ 步时的应力 σ_{ij}^{n-1} 和第 $n-1$ 步到第 n 步的应力增量 $\Delta\sigma_{ij}$ 组成，即

$$\sigma_{ij}^{n}=\sigma_{ij}^{n-1}+\Delta\sigma_{ij} \tag{12}$$

将式(12)带入虚位移原理(11)中可得

$$\int_{V^{n-1}}\Delta\sigma_{ij}^{n}\Delta\varepsilon_{ij}\,\mathrm{d}V=\int_{S_\sigma}\overline{T}_i^{n}\Delta u_j\,\mathrm{d}S-\int_{V^{n-1}}\sigma_{ij}^{n-1}\Delta\varepsilon_{ij}\,\mathrm{d}V \tag{13}$$

为求解上式(13)，需知道材料本构关系。现假定每一增量步所施加的载荷足够小，以保证从第$n-1$步到第 n 步时的应力-应变关系保持线性关系，即

$$\Delta\sigma_{ij}=C_{ijkl}^{n-1}\Delta\varepsilon_{kl} \tag{14}$$

式中，C_{ijkl}^{n-1} 为第 $n-1$ 步结束时的材料刚度矩阵。将式(14)带入式(13)得

$$\int_{V^{n-1}}\Delta\varepsilon_{kl}C_{ijkl}^{n-1}\Delta\varepsilon_{ij}\,\mathrm{d}V=\int_{S_\sigma}\overline{T}_i^{n}\Delta u_j\,\mathrm{d}S-\int_{V^{n-1}}\sigma_{ij}^{n-1}\Delta\varepsilon_{ij}\,\mathrm{d}V \tag{15}$$

式中，$\Delta\varepsilon_{ij}=(\Delta u_{i,j}+\Delta u_{j,i})/2$。

将上式变分可得到关于位移增量的线性方程组。以 ABAQUS 有限元软件为平台，采用用户材料子程序 UMAT 嵌入材料本构方程及材料失效准则，应用 Newton-Raphson 方法求解该非线性方程组[17]。

2　分析实例

为了验证本文中建立的复合材料层合板三维渐进损伤分析模型的有效性，分析计算了文献[1]中复合材料层合板试件的拉伸极限强度和损伤破坏过程，选取其中 12 种相同厚度、但不同铺层顺序和圆孔直径的复合材料层合板。

2.1　几何模型

复合材料层合板试件构型如图 2 所示。W 为层合板宽度，L 为层合板长度，D 为中心圆孔直径，P 为施加的外载荷，θ 为铺层角度。另外，层合板厚度为 H。本文中选取的 12 种不同铺层顺序和不同圆孔直径的复合材料层合板，详细尺寸构型如表 1 所示。

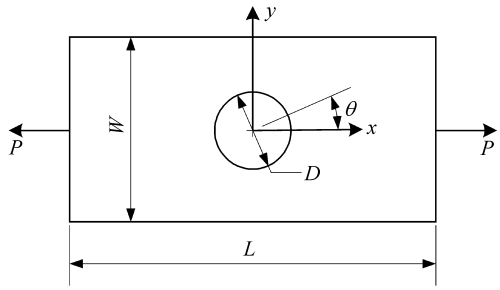


图 2　层合板试件构型

Fig. 2　Laminates configuration

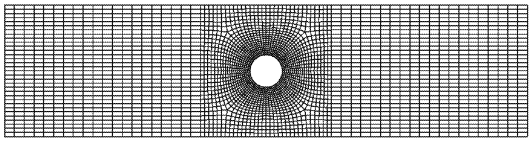
由于本文中研究试件的长宽比很大，并且试验中的初始损伤及最终破坏集中在圆孔孔周附近[1]，因此，为了减小计算工作量，选取完整复合材料层合板试件的圆孔两侧各一半长度的层合板进行有限元分析。假设未分析部分层合板在整个拉伸过程中无损伤，因此其上所受的拉应力均匀地传给进行有限元分析的部分。各试件的分析长度列在表 1 中。

2.2　有限元模型

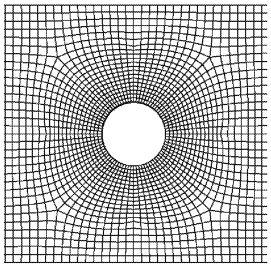
以表 1 中的 A3 板为例说明本文中的有限元网格划分策略，如图 3 所示。坐标原点选取在层合板的对称中点上；x 轴为外载荷方向，y 轴为层合板面内与 x 轴正交的方向，如图 2 所示；z 轴为层合板铺层叠加的厚度方向。图 3(a)给出了整个分析

试件的 xy 面的网格划分。由于圆孔周围的应力集中，并且是损伤初始发生的地方，因此对圆孔孔周进行局部网格细化，如图 3(b)所示。图 3(c)给出了四分之一层合板网格圆孔孔周厚度方向的网格划分的局部放大视图。对每一复合材料铺层进行网格划分，取单个铺层厚度作为相应单元厚度，这样可以更好地模拟各复合材料层合板铺层之间的相互作用，更好地考虑层合板的自由边缘的影响，包括铺层角度和铺层厚度对层合板刚度和强度的影响。由于每一铺层的厚度为 0.1308 mm，相对层合板的长度和宽度很小，远离圆孔孔周的单元的长边和短边的比例较大，全积分的六面体单元的计算性能不理想，本文中采用 ABAQUS 中一次缩减积分实体单元 C3D8R，所有层合板的单元数量列于表 1 中。

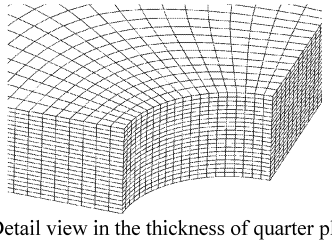
层合板的材料为 T300/1034－C 碳纤维增强环氧复合材料[2,5]，工程弹性常数和材料强度属性分别列于表 2 中，其它弹性常数和材料强度属性按关系式 $E_3=E_2$，$G_{13}=G_{12}$，$G_{23}=0.5E_2/(1+\mu_{23})$，$S_{13}=S_{12}$，$S_{23}=S_{12}$ 获得。



(a) General view of mesh in the xy plane



(b) Detail view of refine mesh around the opening hole



(c) Detail view in the thickness of quarter plate

图 3　A3 板有限元模型的网格划分

Fig. 3　Laminates A3 finite element model mesh

表 1　复合材料层合板试件几何尺寸和铺层

Table 1　Laminates geometry dimension and stacking

Index	Stacking	D/mm	L/mm	L analysis/mm	W/mm	H/mm	Element quantity
A1	$[0/(\pm45)_3/90_3]_S$	3.175	177.8	88.9	12.70	2.616	86080
A2	$[0/(\pm45)_3/90_3]_S$	3.175	203.2	101.6	19.05	2.616	86000
A3	$[0/(\pm45)_3/90_3]_S$	6.350	203.2	101.6	25.40	2.616	60480
A4	$[0/(\pm45)_3/90_3]_S$	6.350	203.2	101.6	38.10	2.616	83520
B1	$[0/(\pm45)_2/90_5]_S$	3.175	177.8	88.9	12.70	2.616	86080
B2	$[0/(\pm45)_2/90_5]_S$	3.175	203.2	101.6	19.05	2.616	86000
B3	$[0/(\pm45)_2/90_5]_S$	6.350	203.2	101.6	25.40	2.616	60480
B4	$[0/(\pm45)_2/90_5]_S$	6.350	203.2	101.6	38.10	2.616	83520
C1	$[0/(\pm45)/90_7]_S$	3.175	177.8	88.9	12.70	2.616	86080
C2	$[0/(\pm45)/90_7]_S$	3.175	203.2	101.6	19.05	2.616	86000
C3	$[0/(\pm45)/90_7]_S$	6.350	203.2	101.6	25.40	2.616	60480
C4	$[0/(\pm45)/90_7]_S$	6.350	203.2	101.6	38.10	2.616	83520

表 2　材料 T300/1034－C 工程弹性常数和强度

Table 2　T300/1034－C material engineering properties and strength

E_1/GPa	E_2/GPa	G_{12}/GPa	μ_{12}	μ_{23}	X_T/MPa	X_C/MPa	Y_T/MPa	Y_C/MPa	S_{12}/MPa
146.9	11.4	6.18	0.3	0.4	1370.6	1379.0	66.5	268.2	133.8

3　数值分析与讨论

采用前面讨论的三维渐进损伤分析模型对表 1 中的复合材料层合板进行有限元数值分析。

3.1　缩减有限元模型验证

全尺寸有限元模型与缩减长度有限元模型重叠部分的网格划分完全相同。图 4 给出了 2 个有限元模型计算得到的载荷-位移曲线。从曲线上可以看出，虽然 2 种模型计算得到的试件失效位移相差很多，但得到的极限强度十分接近。表 3 给出了 2 种有限元模型计算得到的破坏载荷与试验值的比较。可以看出全尺寸试件的拉伸破坏载荷与试验值很好地吻合，缩短的有限元模型计算结果比全尺寸有限元模型计算结果略小，但误差只相差 2%。因此本文中建立的有限元模型假设是正确的，缩短的试件有限元模型可以用于本文中的含孔层合板的极限强度计算。

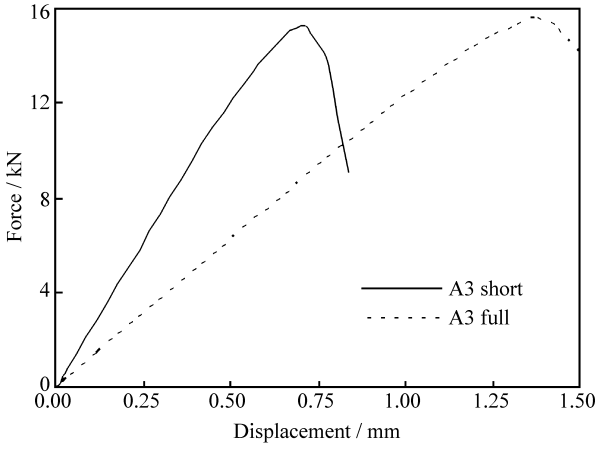


图 4　A3 全尺寸与缩减尺寸的载荷-位移曲线

Fig. 4　Force - displacement curves of full laminates A3 and short laminates A3

表 3　层合板 A3 的破坏拉力

Table 3　Laminates A3 failure load

FEM model	Analysis/N	Experiment/N	Error/%
Full	15598.6	15669.2	−0.5
Short	15287.5	15669.2	−2.4

3.2　极限强度计算

表 1 中所列的层合板计算得到的极限强度结果在表 4 中给出。根据表 4 中的结果可以看出，本文中的模型对不同铺层顺序、不同圆孔直径的复合材料层合板均能较好地预测其极限强度。表 4 同时给出了 Tan 模型[4-5] 和 Chang 模型[1-3] 的计算结果。比较可知，本文中的三维渐进损伤分析模型的预测结果更加符合试验数据。这是因为三维有限元模型能较为真实地反映不同角度铺层之间的相互作用，能够反映层合板自由边缘的影响。

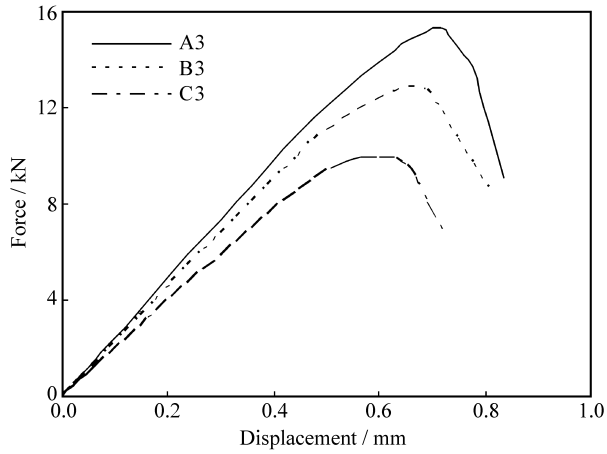


图 5　层合板 A3、B3 和 C3 的载荷-位移曲线

Fig. 5　Force - displacement curves of laminates A3, B3 and C3

图 5 给出表 1 中 A3、B3 和 C3 三个含相同圆孔直径、但不同铺层顺序的层合板拉伸的载荷-位移曲线。可以看出中间含 90°铺层较厚的 C3 板极限强度最小，其次是 B3 板和 A3 板。可见中间 90°铺层数量对层合板强度影响很大，这与试验结果相吻合。

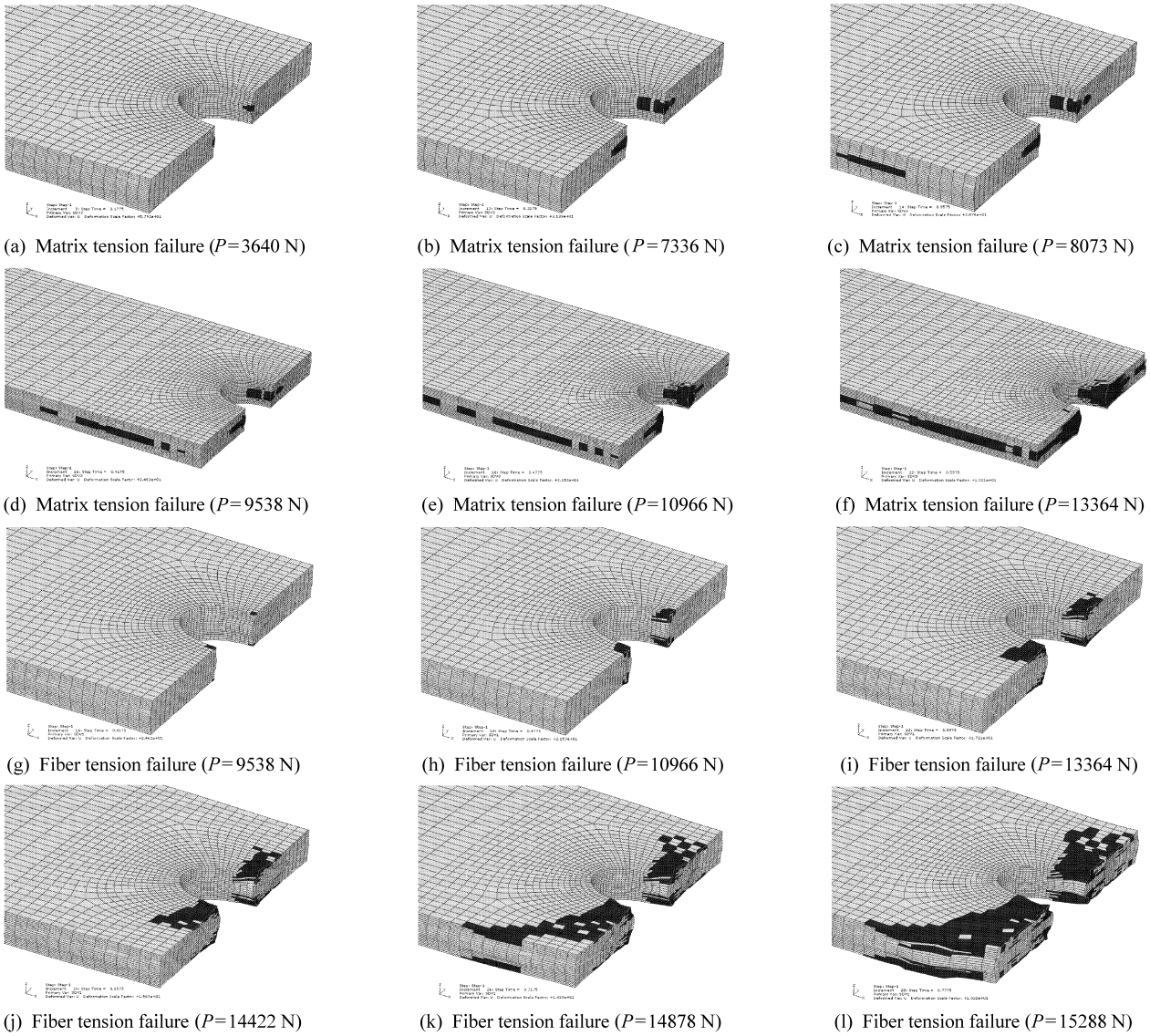
3.3　损伤扩展过程

本文中以 A3 试件的拉伸分析计算为例说明层合板的破坏过程，图 6 中给出层合板的不同损伤破坏模式的过程，其中深色的单元为已破坏单元，图 6(a)～6(f)为基体拉伸破坏模式，图 6(g)～6(l)为纤维拉伸破坏模式。首先，中间的 90°铺层的孔周 yz 平面附近最先出现基体拉伸破坏，如图 6(a)所示，载荷为 3640 N；随后此处的基体拉伸破坏范围逐渐扩大，如图 6(b)所示。当载荷增大到图6(c)所示时，拉伸试件的平行于 xz 平面的自由侧边开始出现基体拉伸破坏。当外载荷达到 9583 N 时，层合板的表面 0°铺层的圆孔孔周开始出现纤维拉伸损伤，如图 6(g)所示，基体拉伸损伤范围继续扩大至图 6(d)所示状态。随着拉伸载荷的继续增大，圆孔周围的基体损伤范围从中间 90°铺层向±45°铺层方向扩展，而自由侧边的基体损伤范围在 90°铺层内不断扩大，如图 6(e)和 6(f)所示。纤维拉伸损伤范围随着外载荷的增大也逐渐扩大，如图6(h)～6(l)所示，纤维拉伸失效主要集中在 0°铺层和±45°

表 4　层合板拉伸破坏强度计算结果与试验数值的比较

Table 4　Comparison between the calculation results and experimental data of laminates tension strength

Index	Experiment[5]	Present		Chang[1-3]		Tan[4-5]	
	σ_N/MPa	σ_N/MPa	Error/%	σ_N/MPa	Error/%	σ_N/MPa	Error/%
A1	226.1	213.8	−5.5	206.8	−8.5	262.0	15.9
A2	277.2	267.5	−3.5	227.5	−17.9	275.8	−0.5
A3	235.8	230.1	−2.4	179.3	−24.0	248.2	5.3
A4	256.5	259.3	1.1	206.8	−19.4	275.8	7.5
B1	177.9	190.6	7.1	165.5	−7.0	213.7	20.2
B2	236.5	221.4	−6.1	193.1	−18.4	227.5	−3.8
B3	185.5	192.9	4.0	151.7	−18.2	199.9	7.8
B4	204.1	211.0	3.4	172.4	−15.5	227.5	11.5
C1	134.4	154.6	15.0	124.1	−7.7	172.4	28.2
C2	191.0	176.2	−7.8	144.8	−24.2	186.2	−2.5
C3	160.0	149.1	−6.8	103.4	−35.3	158.6	−0.9
C4	158.6	164.3	3.6	124.1	−21.7	186.2	17.4



(a) Matrix tension failure (P=3640 N)　(b) Matrix tension failure (P=7336 N)　(c) Matrix tension failure (P=8073 N)

(d) Matrix tension failure (P=9538 N)　(e) Matrix tension failure (P=10966 N)　(f) Matrix tension failure (P=13364 N)

(g) Fiber tension failure (P=9538 N)　(h) Fiber tension failure (P=10966 N)　(i) Fiber tension failure (P=13364 N)

(j) Fiber tension failure (P=14422 N)　(k) Fiber tension failure (P=14878 N)　(l) Fiber tension failure (P=15288 N)

图 6　层合板 A3 渐进损伤过程(深色为损伤单元)

Fig. 6　Laminates A3 progressive damage process (Damaged elements in dark)

铺层中，并且在 xy 面内呈扇形扩展，直至达到最终失效载荷。

4 结　论

本文中建立了中等尺度的三维复合材料层合板的渐进损伤非线性分析模型。

（1）采用固定的损伤状态变量对损伤材料的刚度矩阵进行退化，并采用三维有限元法进行应力求解，计算结果表明该模型具有很好的计算收敛性。

（2）12 个不同铺层顺序和圆孔直径的层合板数值分析极限强度与试验数据吻合，表明该模型用于预测复合材料层合板静拉伸强度的有效性。

（3）计算得到的载荷-位移曲线表明达到层合板最大载荷之前材料损伤累积造成的非线性响应。

（4）该模型可有效预测层合板各铺层中的损伤扩展过程，损伤主要集中在圆孔周围并呈扇形扩展。

参考文献：

[1] Chang F K, Chang K Y. A progressive damage model for laminated composites containing stress concentrations [J]. Journal of Composite Materials, 1987, 21(9): 834-855.

[2] Chang F K, Chang K Y. Post - failure analysis of bolted composite joints in tension or shear - out mode failure [J]. Journal of Composite Materials, 1987, 21(9): 809-833.

[3] Chang K Y, Lessard L B. Damage tolerance of laminated composites containing an open hole and subjected to compressive loadings Ⅰ: Analysis [J]. Journal of Composite Materials, 1991, 25(1): 2-43.

[4] Tan S C. A progressive failure model for composite laminates containing openings [J]. Journal of Composite Materials, 1991, 25(5): 556-577.

[5] Tan S C, Perez J. Progressive failure of laminated composites with a hole under compressive loading [J]. Journal of Reinforced Plastics and Composites, 1993, 12(10): 1043-1057.

[6] Sleight D W. Progressive failure analysis methodology for laminated composite structures, NASA/TP - 1999 - 209107 [R]. Washington: NASA, 1999: 1-25.

[7] McCarthy C T, McCarthy M A, Lawlor V P. Progressive damage analysis of multi - bolt composite joints with variable bolt-hole clearances [J]. Composites Part B, 2005, 36(4): 290-305.

[8] 王丹勇，温卫东，崔海涛. 复合材料单钉接头三维逐渐损伤破坏分析 [J]. 复合材料学报，2005，22(3)：168-174.
Wang Danyong, Wen Weidong, Cui Haitao. Three-dimensional progressive damage analysis of single fastener joints in composite laminates [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2005, 22(3): 168-174.

[9] 张　爽，王　栋，郦正能，寇长河，章怡宁. 复合材料层合板机械连接结构累积损伤模型和挤压性能试验研究 [J]. 复合材料学报，2006，23(2)：163-168.
Zhang Shuang, Wang Dong, Li Zhengneng, Kou Changhe, Zhang Yining. Numerical calculation of damage accumulation and bearing strength experimental verification for composite single bolted joint [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2006, 23(2): 163-168.

[10] Apalak Z G, Apalak M K, Genc M S. Progressive damage modeling of an adhesively bonded unidirectional composite single-lap joint in tension at the mesoscale level [J]. Journal of Thermoplastic Composite Materials, 2006, 19(6): 671-702.

[11] Hashin Z. Failure criteria for unidirectional fiber composites [J]. Journal of Applied Mechanics, 1980, 47(2): 329-335.

[12] Hashin Z, Rotem A. A fatigue failure criterion for fiber reinforced materials [J]. Journal of Composite Materials, 1973, 7(4): 448-464.

[13] Puck A, Schurmann H. Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models [J]. Composite Science and Technology, 1998, 58(7): 1045-1067.

[14] Pinho S T, Davila C G, Camanho P P, et al. Failure models and criteria for FRP under in-plane or three-dimensional stress states including shear non - linearity, NASA/TM - 2005 - 213530 [R]. Washington: NASA, 2005: 1-64.

[15] Maimi P, Camanho P P, Mayugo J A, Davila C G. A continuum damage model for composite laminates Ⅰ: Constitutive model [J]. Mechanics of Materials, 2007, 39(10): 897-908.

[16] Lapczyk I, Hurtado J A. Progressive damage modeling in fiber-reinforced materials [J]. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2007, 38(11): 2333-2341.

[17] 徐　焜，许希武. 三维编织复合材料渐进损伤的非线性数值分析 [J]. 力学学报，2007，39(3)：398-407.
Xu Kun, Xu Xiwu. Nonlinear numerical analysis of progressive damage of 3D braided composites [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2007, 39(3): 398-407.