复合材料学报 第26卷 第1期 2月 2009年
Acta Materiae Compositae Sinica Vol. 26 No. 1 February 2009

文章编号：1000-3851(2009)01-0185-05

湿热环境下考虑累积失效和分层损伤 AGS 结构的稳定性

白瑞祥*，陈 博，陈浩然
（大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室 运载工程与力学学部 工程力学系 大连 116024）

摘 要： 对湿热环境下考虑累积失效和分层损伤的先进复合材料格栅加筋结构(AGS)的稳定性进行了数值分析。基于一阶剪切理论和 Von Karman 非线性变形假设建立了含分层损伤复合材料 AGS 结构的有限元模型，并推导了考虑温度和湿度效应的 AGS 结构有限元列式，同时给出了材料破坏准则。通过典型算例讨论了湿热环境、累积失效及分层损伤等因素对复合材料 AGS 结构稳定性的影响，数值结果表明当上述因素导致结构的屈曲模式发生突变时，其对 AGS 结构稳定性能的影响是不容忽视的。

关键词： 复合材料；格栅加筋结构；累积失效；分层损伤；湿热效应；屈曲和后屈曲
中图分类号： TB330.1；O242；U663 **文献标志码：** A

Stability of advanced composite grid stiffened structures with delamination considering progressive failure and hygrothermal effects

BAI Ruixiang*，CHEN Bo，CHEN Haoran
(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment，Department of Mechanical Engineering，Faculty of Vehicle Engineering and Mechanics，Dalian University of Technology，Dalian 116024，China)

Abstract： The stability behavior of advanced grid stiffened structures (AGS) with delamination considering progressive failure and hygrothermal effects was investigated by numerical method. Based on the first order shear theory and the Von Karman non-linear assumption，the corresponding finite element formula was developed，and an appropriate progressive failure criterion was adopted. By some typical numerical examples，the effects of delamination，hygrothermal and the progressive failure on the stability behaviors of the AGS plate and shell are discussed. The numerical results indicate that the effects of delamination，hygrothermal and progressive failure on the stability of composite AGS structures can not be neglected when the above factors result in a jump of the buckling mode.

Keywords： composite；AGS；progressive failure；delamination；hygrothermal effect；buckling and postbuckling

先进复合材料格栅加筋(AGS)结构是在20世纪末发展起来的一种新型的复合材料结构形式，是由加强筋(格栅)和被支撑的壳体(蒙皮)组成的结构，筋(或肋骨)可以布置在蒙皮的同侧或两侧。AGS 结构不仅继承了已有复合材料层合板结构比强度高、比刚度高、隔热防震以及结构可设计性好等特点，而且还具有其自身所固有的诸多优点，例如环境鲁棒性、自动化的低成本制造过程和高可靠性等。纤维缠绕和自动化纤维铺设等新制造技术的应用，极大地降低了以往昂贵的制造成本，而且新设备的出现也解决了许多传统制造过程的困难[1-4]，在有限增加复合材料板壳结构重量的前提下，大幅度提高复合材料结构的载荷容限和损伤容限，对蒙皮和筋均由纤维增强复合材料制成的结构尤为明显，AGS 结构已经愈来愈多地应用于航天航空领域和各种工程结构中，因而对 AGS 结构的研究要求也愈来愈迫切，其中，稳定性是 AGS 结构设计和优化设计需要考虑的主要问题之一[5-7]。AGS 结构在制造和服役过程中极易产生多种初始损伤，如格栅和蒙皮的纤维断裂、蒙皮基体开裂、蒙皮和格栅局部脱开等，使得 AGS 具有更加复杂的屈曲性态；AGS 通常在复杂的工况下工作，材料具有吸湿

收稿日期： 2008-01-25；**收修改稿日期：** 2008-04-07
基金项目： 国家自然科学基金(10302004)
通讯作者： 白瑞祥，博士，副教授，主要从事复合材料和结构损伤力学研究 E-mail：bairx@dlut.edu.cn

和吸热性，使湿热效应对 AGS 结构稳定性产生了不可忽视的影响，目前该方面的研究成果还非常有限[8]。本文中建立了湿热环境下考虑分层损伤和损伤累积的 AGS 板壳结构有限元分析模型，在湿热环境下对其稳定性进行数值分析，得出了湿热环境、材料破坏及分层损伤等因素对 AGS 结构稳定性的影响。

1　分析模型

进行有限元分析时，将蒙皮和肋骨分别模拟为板单元和梁单元，相对于各自中面分别计算刚度阵，根据板梁连接处的位移协调条件，将梁单元刚度阵和节点载荷向量分别转换后，再与相应的板单元组合，即形成 AGS 板壳结构的单元刚度矩阵和等效节点载荷向量[9]。对于 AGS 板，板单元和梁单元的节点位移可分别表示为$\{u_0, v_0, w_0, \theta_x, \theta_y\}$和$\{u_0, w_0, \theta_x, \theta_y\}$；对于 AGS 壳，则可相应地扩充为$\{u_0, v_0, w_0, \theta_x, \theta_y, \theta_z\}$，将平板单元通过坐标变换拟合壳体结构。

AGS 结构在低速冲击后，结构中心区域的蒙皮产生圆形分层损伤。蒙皮分层区分为上子板、下子板和基板三部分，其分层前缘各子板位移协调条件为

$$\left.\begin{aligned} w &= w_1 = w_2 = w_3 \\ u_1 &= u_3 + \theta_y(H - h_u)/2 \\ u_2 &= u_3 + \theta_y h_u/2 \\ v_1 &= v_3 - \theta_x(H - h_u)/2 \\ v_2 &= v_3 + \theta_x h_u/2 \\ \theta_x &= \theta_{x1} = \theta_{x2} = \theta_{x3} \\ \theta_y &= \theta_{y1} = \theta_{y2} = \theta_{y3} \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

式中：H 和h_u 分别为基板和上子板的厚度；u_i、v_i、w_i、θ_{xi}、$\theta_{yi}(i=1, 3)$分别代表分层前缘蒙皮分层上子板、分层下子板和基板节点沿 x、y、z 轴的位移以及绕 x 轴和 y 轴的转角。

2　AGS 湿热环境下累积失效有限元分析

2.1　考虑湿热效应 AGS 的有限元列式

根据一阶剪切理论和 Von Karman 大挠度理论，板单元应变和位移关系为

$$\{\boldsymbol{e}\} = \{\boldsymbol{\varepsilon}\} + z\{\boldsymbol{\kappa}\} = \{\boldsymbol{\varepsilon}_m\} + \{\boldsymbol{\varepsilon}_\theta\} + z\{\boldsymbol{\kappa}\} \tag{2}$$

$$\{\boldsymbol{\gamma}\} = \{\gamma_{yz} \quad \gamma_{xz}\}^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

式中

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}_m\} = \{u_{,x} \quad v_{,y} \quad u_{,y} + v_{,x}\}^{\mathrm{T}},$$

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}_\theta\} = \frac{1}{2}\{w_{,x}^2 \quad w_{,y}^2 \quad 2w_{,x}w_{,y}\}^{\mathrm{T}},$$

$$\{\boldsymbol{\kappa}\} = \{\theta_{y,x} \quad -\theta_{x,y} \quad \theta_{y,y} - \theta_{x,x}\}^{\mathrm{T}}.$$

其中：u、v、w 分别为沿 x、y 和 z 方向的位移；θ_x 和θ_y 分别为绕 x 轴和 y 轴的转角。

温度变化为 ΔT 的蒙皮、面内温度载荷和力矩可写为

$$\{\Delta\boldsymbol{N}_T \quad \Delta\boldsymbol{M}_T\} = \sum_{k=1}^{n}\int_{z_k}^{z_{k-1}}[\overline{\boldsymbol{Q}}]_k\{\overline{\alpha}\}_k(1, z)\Delta T\mathrm{d}z \tag{4}$$

式中，$\{\overline{\alpha}\}_k$ 为第 k 铺层偏轴热膨胀系数。当吸湿浓度为 C 时，面内湿度载荷和力矩向量可写成

$$\{\Delta\boldsymbol{N}_C \quad \Delta\boldsymbol{M}_C\} = \sum_{k=1}^{n}\int_{z_k}^{z_{k-1}}[\overline{\boldsymbol{Q}}]_k\{\overline{\beta}\}_k(1, z)C\mathrm{d}z \tag{5}$$

式中，$\{\overline{B}\}_k$ 为第 k 铺层偏轴湿膨胀系数。则湿热环境下，相应的本构关系可写成

$$\begin{Bmatrix}\boldsymbol{N}\\ \boldsymbol{M}\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{B}\\ \boldsymbol{B} & \boldsymbol{D}\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}\boldsymbol{\varepsilon}\\ \boldsymbol{\kappa}\end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix}\Delta\boldsymbol{N}_T\\ \Delta\boldsymbol{M}_T\end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix}\Delta\boldsymbol{N}_C\\ \Delta\boldsymbol{M}_C\end{Bmatrix} \tag{6}$$

$$\{\boldsymbol{H}\} = \begin{Bmatrix}H_{yz}\\ H_{xz}\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix}A_{44} & A_{45}\\ A_{45} & A_{55}\end{bmatrix}\{\gamma\}$$

式中，$\boldsymbol{N}$、$\boldsymbol{M}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 分别为平面荷载、力矩和横向荷载向量。

当肋骨吸湿浓度为 C，温度变化为 ΔT 时，层合梁的本构方程为

$$\begin{Bmatrix}\sigma_x^{\mathrm{b}}\\ \tau_{xy}^{\mathrm{b}}\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix}\overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{16}\\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{66}\end{bmatrix}\left[\begin{Bmatrix}e_x^{\mathrm{b}}\\ \gamma_{xy}^{\mathrm{b}}\end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix}\beta_x^{\mathrm{b}}\\ \beta_{xy}^{\mathrm{b}}\end{Bmatrix}C - \begin{Bmatrix}\alpha_x^{\mathrm{b}}\\ \alpha_{xy}^{\mathrm{b}}\end{Bmatrix}\Delta T\right]$$

$$\tau_{xz}^{\mathrm{b}} = \overline{Q}_{55}\gamma_{xz} \tag{7}$$

式中上标 b 表示梁，则梁单元应变位移关系为

$$\begin{aligned}\{\boldsymbol{e}^{\mathrm{b}}\} &= \{\boldsymbol{\varepsilon}_m\} + \{\boldsymbol{\varepsilon}_n\} \\ &= \{u_{,x} + z\theta_{y,x} - z\theta_{x,x} \quad w_{,x} + \theta_y\}^{\mathrm{T}} \\ &\quad + \{w_{,x}^2/2 \quad 0 \quad 0\}^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{8}$$

设肋骨中面与蒙皮中面的距离为 d，则梁单元的节点位移与相应的板单元节点位移之间满足蒙皮和肋骨的协调条件，可写为

$$u_0^{\mathrm{b}} = u_0 + d\theta_y,\ w_0^{\mathrm{b}} = w_0,\ \theta_x^{\mathrm{b}} = \theta_x,\ \theta_y^{\mathrm{b}} = \theta_y. \tag{9}$$

2.2　累积失效准则

AGS 结构后屈曲过程常见的 3 种破坏形式为：基体断裂，纤维断裂和纤维与基体间的剪切破坏[10]。

2.2.1　基体断裂

$$\frac{\sigma_{22}}{Y_{\mathrm{c}}}\left[\left(\frac{Y_{\mathrm{c}}}{2S_{23}}\right)^2 - 1\right] + \left(\frac{\sigma_{22}}{2S_{23}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{13}}{S_{13}}\right)^2 +$$

$$\left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}}\right)^2 = 1 \quad (\sigma_{22} < 0),$$

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_t}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{13}}{S_{13}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}}\right)^2 = 1 \quad (\sigma_{22} > 0). \tag{10}$$

当方程(10)满足时，$E_2 \to 0$，$\nu_{12} \to 0$。

2.2.2 纤维断裂

$$-\sigma_{11}/X_c = 1 \quad (\sigma_{11} < 0),$$

$$\sigma_{11}/X_c = 1 \quad (\sigma_{11} > 0). \tag{11}$$

当方程(11)满足时，$E_1 \to 0$，$E_2 \to 0$，$\nu_{12} \to 0$，$G_{12} \to 0$，$G_{13} \to 0$，$G_{23} \to 0$。

2.2.3 纤维-基体剪切破坏

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_c}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{13}}{S_{13}}\right)^2 = 1 \quad (\sigma_{11} < 0),$$

$$\left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{13}}{S_{13}}\right)^2 = 1 \quad (\sigma_{11} > 0). \tag{12}$$

当方程(12)满足时，$\nu_{12} \to 0$，$G_{12} \to 0$，$G_{13} \to 0$。

2.3 有限元控制方程及求解策略

根据稳定性理论和最小势能原理，可以得到在小变形情况下 AGS 屈曲前平衡方程

$$[\boldsymbol{K}]\{q\} = \{P\} + \{P\}_T + \{P\}_C \tag{13}$$

式中，$\{P\}_T$ 和 $\{P\}_C$ 分别是温度、湿度当量载荷。

屈曲临界状态下平衡方程为

$$([\boldsymbol{K}] + [\boldsymbol{K}_\sigma]_T + [\boldsymbol{K}_\sigma]_C)\{q\} + \lambda[\boldsymbol{K}_\sigma]\{q\} = 0 \tag{14}$$

本文中采用逆迭代法求解 AGS 结构的屈曲临界载荷及其对应的屈曲模态。

考虑材料累积失效的后屈曲分析属于典型的物理非线性与几何非线性耦合问题，要准确模拟随着外载荷的增加材料损伤的演化以及导致的结构刚度折减，将外载荷以足够小的增量形式施加是十分必要的，由虚功原理，可得 AGS 结构累积失效分析增量型平衡方程为

$$K\Delta q = \Delta P + \Delta P_T + \Delta P_C \tag{15}$$

为了解决纯增量法可能导致的解的偏离问题并兼顾求解效率，本文中首先求解式(15)，而后进一步求解单元各铺层高斯积分点应力，再由累积失效准则判断损伤演化情况，得到本增量步材料的有效弹性模量；在同一增量步内采用修正的 Newton-Raphson 迭代法(等刚度)求解非线性方程组，其迭代格式为

$$K_T(q_i^{(1)})\Delta q_i^{(n)} = (\Delta P + \Delta P_T + \Delta P_C) - \Delta R(q_i^{(n-1)} - q_i^{(1)}),$$

$$q_i^{(n)} = q_{i-1} + (\Delta q_i^{(1)} + \Delta q_i^{(2)} + \cdots + \Delta q_i^{(n)}). \tag{16}$$

其中，$q_i^{(1)} = q_{i-1}^{(n)}$，$\Delta R(q_i^{(n-1)} - q_i^{(1)})$为在本增量步内第 $n-1$ 次迭代结束时相应于增量载荷的结构反力向量。

3 算例分析

考虑一半径 $R=115$ mm，长 $L=500$ mm 的1/4 AGS 圆柱壳，铺层方式为$[50_4/-50_4/50_4/-50_4/50_4]$，单层厚度为 0.125 mm，材料参数为 $E_{11}=53.8$ GPa，$E_{22}=18.0$ GPa，$G_{12}=8.6$ GPa，$\nu=0.25$，热膨胀系数为 $\alpha_1=6.3\times10^{-6}/℃$，$\alpha_2=20.5\times10^{-6}/℃$，湿膨胀系数为 $\beta_1=0$，$\beta_2=0.6$。宽度 $b=10$ mm，高度 $h=6$ mm 的矩形截面肋骨，铺层与轴线一致。相邻环向肋骨和斜向肋骨间的距离均为 16.428 mm。斜向肋骨的倾斜角弧度是 $\pi/3$。边界条件设为四边简支，一端轴向位移可移简支。在 AGS 壳中心蒙皮厚度的 2/5 处嵌入一圆形分层损伤。

3.1 分层大小对 AGS 结构屈曲性态的影响

图 1 给出了不考虑湿热效应时屈曲临界力随分层损伤半径的变化曲线。从图 1 看出，分层损伤半径较小时，分层损伤半径变化，结构屈曲临界力几乎保持不变，AGS 出现整体屈曲，说明较小的分层损伤对 AGS 结构的稳定性影响不大；当分层损伤半径增大到 11 mm 时，屈曲临界力突然减小，AGS 结构出现了混合屈曲现象，分层损伤对 AGS 稳定性的影响开始逐步显露出来，随着分层半径大小的变化，屈曲临界力平稳减小；当分层半径增大到 11.15 mm 时，屈曲临界力又出现了第 2 次骤减，

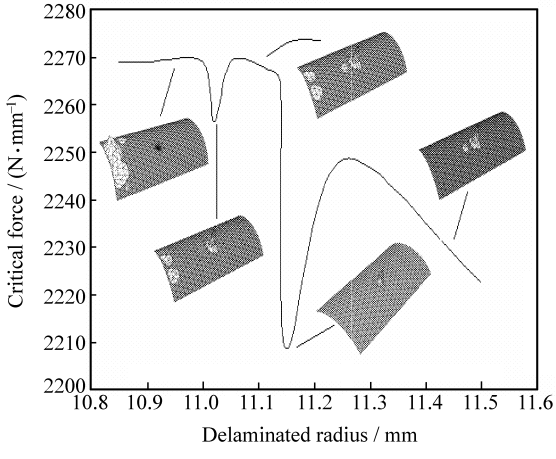

图 1 屈曲临界力随分层半径的变化曲线

Fig. 1 Buckling critical force vs delaminated radius

结构表现为分层区域内的局部屈曲模态，分层对结构稳定性的影响非常明显，随着分层半径的增大，屈曲临界力显著减小。

3.2　考虑湿热效应和蒙皮分层损伤的 AGS 壳体的稳定性分析

图 2 中给出了 3 种吸湿浓度下特征值屈曲临界载荷随环境温度的变化曲线，由图 2 可以看出，湿度越大结构越易发生屈曲，但屈曲模式是分层损伤区蒙皮的局部屈曲，故通过特征值屈曲分析，屈曲临界载荷受环境温度的影响不明显。图 3(a)给出了结构在周围环境为 100℃时，由几何非线性分析得到的 3 种不同湿度下蒙皮分层上子板中心点的挠度值与端部压缩量的关系曲线。由于初始温度，材料首先发生了温度膨胀，在中点挠度为零时，结构端部已经具有一个初始位移。而在不同湿度条件下，蒙皮分层上子板中心点的挠度明显不同；温度相同时，吸湿浓度越大，蒙皮分层上子板中心点的挠度值越大。图 3(b)给出了吸湿浓度为 0.93%时，3 种温度下蒙皮分层上子板中心点的挠度值与端部压缩量的关系曲线。通过与图 3(a)中曲线比较可以发现，温度效应与吸湿效应对 AGS 结构稳定性的影响十分相似。当屈曲模式仅为某个胞元内蒙皮的局部屈曲时，通常并不影响结构的整体承载能力，而当结构有多处蒙皮出现屈曲时，载荷在一定程度将会重新分配，随着载荷的增加，结构将会出现混合屈曲和整体屈曲，因此几何非线性分析能更好地反映结构的稳定性特征和承载潜力以及破坏过程。

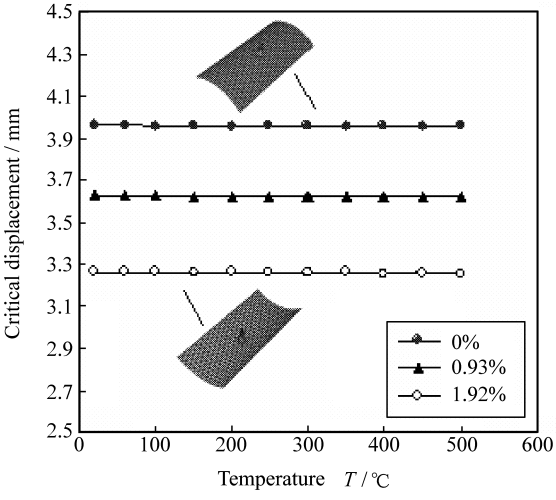

图 2　不同吸湿浓度时端部屈曲临界位移随温度的变化曲线

Fig. 2　End critical displacement vs temperature under different hygroscopic concentrations

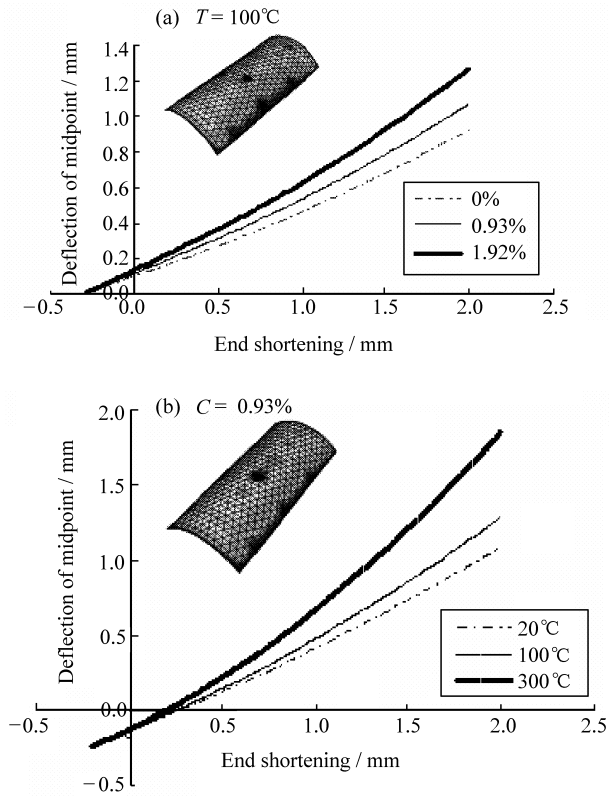

图 3　中心点挠度与端部压缩量的关系曲线

Fig. 3　Deflection of midpoint vs end shortening

3.3　热载和压缩载荷共同作用下 AGS 结构内部逐步破坏行为

考虑一边长为 500 mm 的正方形等格栅加筋板，如图 4 所示，加载端沿 y 方向线位移自由，采用单面加筋，肋骨横截面宽为6 mm，其中等边三角形加筋格子边长为 200 mm。筋和板为同种材料，铺层顺序分别是$[45°/-45°/0°/90°]_S$ 和$[0°]_{40}$，材料单层厚度为 0.125 mm，材料参数为 $G_{12}=G_{13}=G_{23}=8.6$ GPa，$\nu_{12}=0.3$，其他参数同算例 3.1，沿

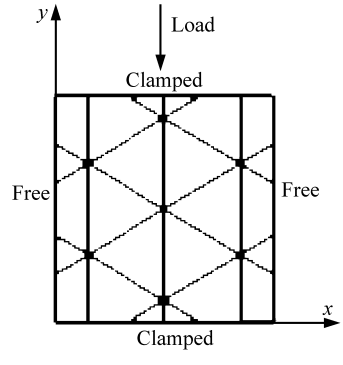

图 4　AGS 板及其边界条件示意图

Fig. 4　Scheme of AGS plate and boundary conditions

y 轴加载方式采用逐步增加的端部位移。室温假定为 300 K，考虑环境温度的变化和逐步破坏对结构稳定性分析的影响。

图 5 绘出了在外界温度达到 340 K 时结构不考虑材料破坏和考虑材料破坏两种情况下稳定性分析比较曲线。A 点表示结构发生蒙皮局部屈曲，可以看出小范围的蒙皮屈曲对结构影响不大，结构还可以继续承载。通过进一步对比图中两条曲线发现：在结构发生初始破坏前(图中 B 点)，两条曲线是完全重合的，这是因为蒙皮刚度较弱，结构首先出现蒙皮局部屈曲，屈曲载荷较小，结构应力水平较低，没有出现明显的材料破坏；而随着载荷的增加，结构发生初始破坏，且由于材料逐步破坏损失的刚度不断累积，两条曲线差别逐渐增大，从而说明了材料破坏对结构稳定性的影响不容忽视。在图 5 的曲线中，还给出了结构后屈曲破坏过程中各铺层发生的破坏情况，在本算例中出现的破坏模式是纤维-基体剪切破坏，纤维-基体剪切破坏首先会发生在±45°铺层中，而第 4～6 层未发生这种破坏形式；临近蒙皮上下表面的铺层更易发生破坏，其破坏顺序是：1－2－7－8－3 层。

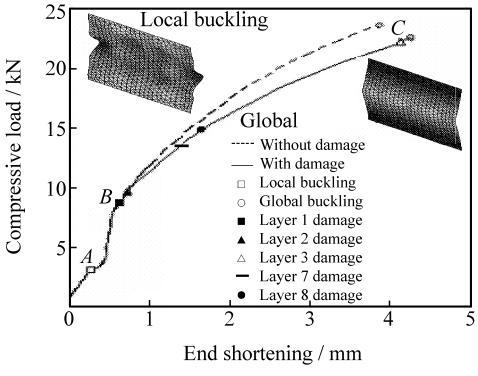

图 5　考虑和不考虑材料破坏时的压缩载荷与端部位移曲线 (T=340 K)

Fig. 5　Curves of compressive load versus boundary displacement with and without considering damage (T=340 K)

4　结　论

(1) 随着蒙皮分层损伤半径的变化，含分层损伤 AGS 结构先后出现了 3 种不同的屈曲模式：分层区外的整体屈曲、混合屈曲(分层区外的整体屈曲＋分层子板局部屈曲)以及蒙皮分层子板的局部屈曲。

(2) 湿热效应和考虑逐步累积破坏将降低 AGS 稳定性能，尤其是当湿热应力和逐步累计破坏造成的刚度折减导致结构屈曲模式发生突变时，此时湿热效应和材料破坏对 AGS 结构稳定性的影响是不容忽视的。

参考文献：

[1] Steven M H, Troy E M, Peter M W, et al. Manufacturing theory for advanced grid stiffened structures [J]. Composites Part A, 2002, 33(2): 155-161.

[2] 陈绍杰. 先进复合材料的现状与趋势 [J]. 高科技纤维与应用, 2001, 26(6): 1-5.
Chen Shaojie. Development of the advanced composite materials [J]. Hi-Tech Fiber & Application, 2001, 26(6): 1-5.

[3] Robert I M. Advanced composite structures research in Australia [J]. Composite Structures, 2002, 57(1): 3-10.

[4] Vasiliev V V, Razin A F. Anisogrid composite lattice structures for spacecraft and aircraft applications [J]. Composite Structures, 2006, 76(2): 182-189.

[5] Jaunky N, Knight N, Ambur D. Optimal design of grid-stiffened composite panels using global and local buckling analysis [J]. Journal of Aircraft, 1998, 35(3): 478-86.

[6] 白瑞祥，王　蔓，陈浩然. 含损伤复合材料 AGS 板的屈曲特性 [J]. 复合材料学报, 2005, 22(4): 136-141.
Bai Ruixiang, Wang Man, Chen Haoran. Buckling behavior of composite AGS with delamination [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2005, 22(4): 136-141.

[7] 白瑞祥，王　蔓，陈浩然. 冲击后含损伤复合材料格栅加筋板的后屈曲 [J]. 复合材料学报, 2006, 23(3): 141-145.
Bai Ruixiang, Wang Man, Chen Haoran. Postbuckling behavior of damaged advanced grid stiffened structure after impact [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2006, 23(3): 141-145.

[8] Sereir Z, Adda-Bedia E, Tounsi A. Effect of temperature on the hygrothermal behavior of unidirectional laminated plates with asymmetrical environmental conditions [J]. Composite Structures, 2006, 72(3): 383-392.

[9] Bai Ruixiang, Chen Haoran. Numerical analysis of delamination growth for stiffened composite laminated plates [J]. Applied Mathematics & Mechanics, 2004, 25(4): 405-412.

[10] Xie D, Biggers S B. Postbuckling analysis with progressive damage modeling in tailored laminated plates and shells with a cutout [J]. Composite Structures, 2003, 59(2): 199-21.