

基于修正剪滞模型的竹纤维/基体界面应力理论

李红波^{*1,2}, 申胜平², 郭建刚³

(1. 山西农业大学 工学院, 太谷 030801; 2. 西安交通大学 机械结构强度与振动国家重点实验室, 西安 710049;

3. 天津大学 机械工程学院, 天津 300072)

摘要: 竹维管束鞘中竹纤维/基体界面力学问题对分析竹维管束在微观尺度下的力学行为起着重要作用。本文针对竹纤维排布方式, 并结合竹纤维锥形尖端几何特征, 提出了适用于对竹维管束鞘做分析的修正剪滞理论模型, 推导出了纤维轴向应力及纤维/基体界面位置处剪应力计算公式, 在此基础上讨论了竹纤维长径比和纤维锥形尖端对复合材料内部应力分布的影响。分析发现, 竹纤维较大长径比和细长锥形尖端可以实现纤维/基体界面间应力的有效传递。

关键词: 维管束; 竹纤维; 界面; 应力; 力学模型

中图分类号: O34; S795 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-3851(2018)08-2252-08

A modified shear-lag model for interface stress transfer in bamboo fiber/matrix composites

LI Hongbo^{*1,2}, SHEN Shengping², GUO Jian'gang³

(1. College of Engineering, Shanxi Agricultural University, Taigu 030801, China; 2. State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures, Xi'an Jiaotong University,

Xi'an 710049, China; 3. School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: The interface stress between bamboo fiber and matrix plays an important role in controlling the micro-mechanical behavior of bamboo vascular bundles. Based on the staggered alignment pattern and conical-end geometrical character of bamboo fiber, a modified shear-lag model was developed to study the stress transfer problem in bamboo vascular bundle sheath, with which the axial average stresses of bamboo fiber and fiber/matrix interface shear stress were derived. Then the effects of fiber-aspect ratio and fiber tip-length ratio on the stress distribution along the fiber length were investigated. The analysis results show that the large aspect ratio and sharp tapered-end of bamboo tiny fiber can make the interfacial stress transfer effectively.

Keywords: vascular bundle; bamboo fiber; interface; stress; mechanical model

作为天然生物复合材料, 竹材具有高强度、高韧性及耐冲击等优良力学性能, 这与其天然多级结构有关。为了揭示竹材优良力学性能本质, 研究人员分别从竹材^[1-3]、竹片^[4-8]、维管束^[9-10]、纤维^[11-13]、细胞壁^[14-16]及竹纤维^[17]等不同尺度对竹材各级结构做了许多测试, 研究了竹材在不同尺度下弹性模量、强度及断裂韧性等力学性能的变化规律。相关研究为开展竹材深加工、发展生物质建筑

材料实现以竹代木及研制新型仿生材料等提供了大量参考依据。

生物复合材料由基本结构单元组成, 基本结构的组成特点及力学特性决定了宏观生物复合材料的力学行为, 因此对生物复合材料基本结构单元的研究至关重要。天然竹材的良好表现与其增强相即竹维管束有关, 而竹维管束又由竹纤维、基体和多孔相组成, 其力学性能的好坏与竹纤维结构特征、力

收稿日期: 2017-07-24; 录用日期: 2017-09-30; 网络出版时间: 2017-10-25 15:39

网络出版地址: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20171025.001>

基金项目: 西安交通大学机械结构强度与振动国家重点实验室开放课题(SV2015-KF-15); 国家重点研发计划课题(2016YFD0701801); 国家自然科学基金(11502167; 11372216); 山西农业大学引进人才项目(2013YJ27)

通讯作者: 李红波, 博士, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为农业物料生物力学及竹木材植物力学 E-mail: lihb@sxau.edu.cn

引用格式: 李红波, 申胜平, 郭建刚. 基于修正剪滞模型的竹纤维/基体界面应力理论[J]. 复合材料学报, 2018, 35(8): 2252-2259.

LI Hongbo, SHEN Shengping, GUO Jian'gang. A modified shear-lag model for interface stress transfer in bamboo fiber/matrix composites[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2018, 35(8): 2252-2259 (in Chinese).

学性能及纤维相互之间布列方式紧密相关。虽然目前已经对竹维管束和竹纤维作了一些力学测试工作, 但从理论方面对二者间的关系研究还不是很深入, 因此有必要对竹维管束中基体与纤维间的应力传递现象加以研究。

竹纤维处于维管束鞘或纤维股中, 竹纤维细胞一般较细长, 其长径比很大, 两端尖锐, 相邻纤维互相穿插, 沿纵向交错排列^[18-19]。考虑到竹纤维的特殊几何形态, 本文在竹纤维应力场分析过程中, 提出了适合于对竹纤维做应力分析的修正剪滞模型 (Modified shear-lag model, MSL)。讨论了竹纤维长径比和纤维锥形尖端对竹纤维/基体复合材料内部应力分布的影响。

1 竹纤维代表体元的建立

对纤维作应力分析时, 一般把纤维看作两端平齐的单元, 如骨材料中的矿物质板^[27-28], 分析发现在纤维端部会出现应力集中现象^[29-30]。许多生物材料如植物纤维及胶原纤丝端部往往呈尖状或抛物线形状^[31]。细长的竹纤维端部亦呈锥尖状。

图 1 为竹维管束鞘中的竹纤维。观察竹维管束横截面发现, 竹纤维相靠紧密, 粗细不一, 截面多呈六边形或近似圆形, 有助于它们更紧密地结合在一起。

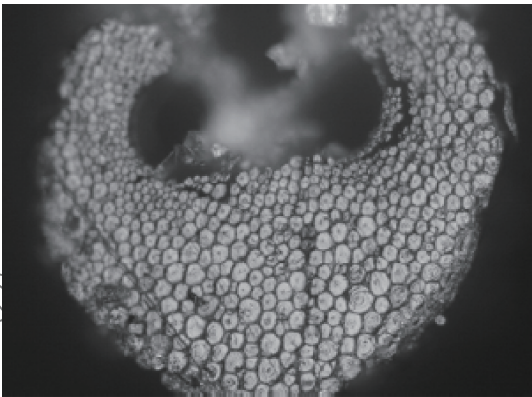
针对竹维管束鞘中的竹纤维几何形态建立复合材料代表体元, 如图 2 所示。对纤维中段部分考虑纤维几何形状, 可知, 纤维为近六棱柱形, 它与周围纤维紧密结合, 中间填充着胞间层基体。为了分析方便, 这里假设纤维的粗细程度、力学性质等完全相同。在分析纤维之间的应力传递时, 考虑到采用六棱柱不易处理, 这里把中心纤维看作圆柱形, 周围纤维可用圆环纤维替代, 中间部分为基体。

设中间纤维为 f_1 , 半径为 r_0 , 外围纤维为 f_2 , 其内、外半径分别为 r_1 和 r_2 , 纤维 f_1 与 f_2 二者之间填充以基体, 基体厚度为 s , 设 f_1 与 f_2 厚度相同, 均为 r_0 , 则 r_1 和 r_2 分别满足以下关系:

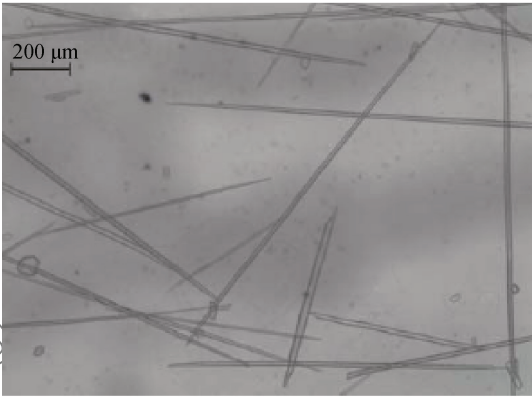
$$r_1 = r_0 + s \tag{1}$$

$$r_2 = r_1 + r_0 = 2r_0 + s \tag{2}$$

图 3 为维管束鞘体元在柱坐标系下的受力情况, 体元受轴向力作用。其中纤维 f_1 中段长度为 L , 锥尖长度为 l , 锥尖部分所占比例很小, 其受力情况在图 3(b)中单独给出。



(a) Cross-section of vascular sheath



(b) Bamboo fiber

图 1 竹维管束鞘中的竹纤维

Fig. 1 Bamboo fiber in vascular bundle sheath

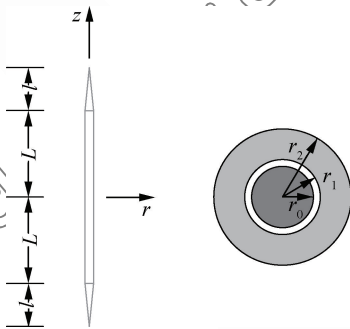


图 2 竹纤维几何模型

Fig. 2 Bamboo fiber geometrical model

2 纤维基体应力场理论分析

在极坐标系 (r, θ, z) 下, 对于圆柱轴对称问题, 其控制方程为

平衡方程:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} &= 0 \end{aligned} \right\} \tag{3}$$

几何方程:

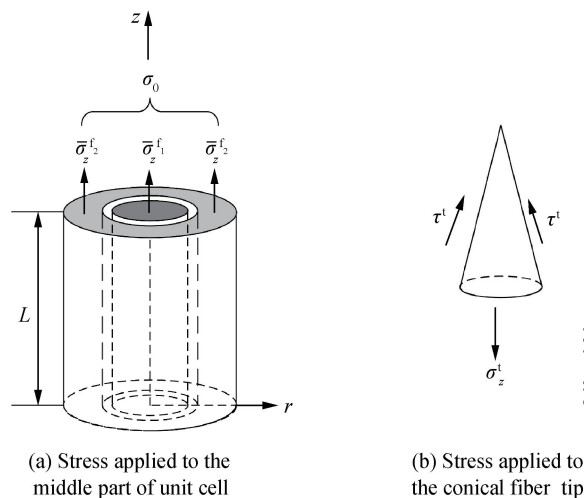


图3 竹维管束鞘代表体元

Fig. 3 Representative volume element (RVE) of bamboo vascular bundle sheath

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_r &= \frac{\partial u}{\partial r} \\ \epsilon_\theta &= \frac{u}{r} \\ \epsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ \gamma_{rz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \end{aligned} \right\}$$

本构方程:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_r &= \frac{1}{E} [\sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z)] \\ \epsilon_\theta &= \frac{1}{E} [\sigma_\theta - \nu(\sigma_z + \sigma_r)] \\ \epsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\theta)] \\ \gamma_{rz} &= \frac{\tau_{rz}}{G} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中: σ_r 、 σ_θ 、 σ_z 和 τ_{rz} 为应力分量; ϵ_r 、 ϵ_θ 、 ϵ_z 和 γ_{rz} 为应变分量; u 和 w 为径向和轴向位移分量; E 、 ν 和 G 分别为材料的弹性模量、泊松比和剪切模量。上述方程对纤维和基体均适用。

边界条件:

基体内外两侧剪应力相等, 由对称性可知, 纤维 f_2 外表面处剪应力为零:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{rz}^m \Big|_{r=r_0} &= \tau_{rz}^m \Big|_{r=r_1} = \tau_i \\ \tau_{rz}^{f_2} \Big|_{r=r_2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

在界面位置处, 应力满足连续性条件:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{rz}^{f_1} \Big|_{r=r_0, -L \leq z \leq L} &= \tau_{rz}^m \Big|_{r=r_0, -L \leq z \leq L} \\ \tau_{rz}^{f_2} \Big|_{r=r_1, -L \leq z \leq L} &= \tau_{rz}^m \Big|_{r=r_1, -L \leq z \leq L} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

设在 $z = \pm L$ 处复合材料平均轴向应力为 σ_0 , 即

$$\sigma_z^c \Big|_{z=\pm L} = \sigma_0 \quad (8)$$

2.1 纤维区域

平衡方程(3)第二式为沿 z 轴方向的平衡方程。

对纤维 f_1 区域, 将 z 轴方向平衡方程沿径向自 0 至 r_0 进行积分, 有

$$\frac{1}{\pi r_0^2} \int_0^{r_0} \frac{\partial \sigma_z^{f_1}}{\partial z} (2\pi r) dr + \frac{1}{\pi r_0^2} \int_0^{r_0} \frac{1}{r} \frac{\partial (r\tau_{rz}^{f_1})}{\partial r} (2\pi r) dr = 0 \quad (9)$$

定义横截面内纤维 f_1 沿纵向的平均应力为

$$\bar{\sigma}_z^{f_1} = \frac{1}{\pi r_0^2} \int_0^{r_0} \sigma_z^{f_1} (2\pi r) dr \quad (10)$$

式(10)代入式(9), 有

$$\frac{d\bar{\sigma}_z^{f_1}}{dz} = -\frac{2}{r_0} \tau_{1z} \quad (11)$$

在式(11)推导过程中, 引入了纤维 f_1 轴心位置处剪应力为零的情况, 即

$$\tau_{rz}^{f_1} \Big|_{r=0} = 0, \tau_{rz}^{f_1} \Big|_{r=r_0} = \tau_{1z} \quad (12)$$

其中, τ_{1z} 为纤维 f_1 与基体界面处的剪应力。

类似地, 对纤维 f_2 增强区域, 有平衡方程:

$$\frac{d\bar{\sigma}_z^{f_2}}{dz} = \frac{2r_1}{r_2^2 - r_1^2} \tau_{2z} \quad (13)$$

其中,

$$\bar{\sigma}_z^{f_2} = \frac{1}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} \int_{r_1}^{r_2} \sigma_z^{f_2} (2\pi r) dr \quad (14)$$

为纤维 f_2 在横截面内沿纵向的平均应力。

同样地, 式(14)推导过程中, 引入了纤维 f_2 的应力边界条件:

$$\tau_{rz}^{f_2} \Big|_{r=r_1} = \tau_{2z}, \tau_{rz}^{f_2} \Big|_{r=r_2} = 0 \quad (15)$$

其中, τ_{2z} 为纤维 f_2 与基体界面处的剪应力。

2.2 基体区域

在基体中, 由于不考虑轴向正应力, 加之其厚度非常小, 故可设其内外两侧界面处剪应力相等, 即

$$\tau_{1z} = \tau_{2z} = \tau_{iz} \quad (16)$$

则对式(11)和式(13), 有

$$\frac{d\bar{\sigma}_z^{f_1}}{dz} = -\frac{2}{r_0} \tau_{iz} \quad (17)$$

$$\frac{d\bar{\sigma}_z^{f_2}}{dz} = \frac{2r_1}{r_2^2 - r_1^2} \tau_{iz} \quad (18)$$

纤维 f_1 和 f_2 沿轴向位移的差异使基体中产生剪应变 γ^m , 参考 Nairn^[26] 的工作, 忽略基体的径向位移, 有

$$\omega_{2z} - \omega_{1z} = s\gamma^m \quad (19)$$

式(19)两边对 z 进行微分, 可得

$$\epsilon_{2z} - \epsilon_{1z} = \frac{s}{G^m} \frac{d\tau_{iz}}{dz} \quad (20)$$

2.3 纤维轴向应力基本方程

设纤维 f_1 和 f_2 均有相同的纵向弹性模量 E_f , 将式(17)代入式(20), 同时忽略横向应力的影响, 并令 $\epsilon_z = \bar{\sigma}_z/E_f$, 有

$$\frac{\bar{\sigma}_z^{f_2} - \bar{\sigma}_z^{f_1}}{E_f} = -\frac{s}{G^m} \frac{r_0}{2} \frac{d^2 \bar{\sigma}_z^{f_1}}{dz^2} \quad (21)$$

为了考虑 $\bar{\sigma}_z^{f_2}$ 和 $\bar{\sigma}_z^{f_1}$ 的关系, 设复合材料在横截面内整体平均应力为 σ_0 , 考虑纤维与整体复合材料受力关系, 同时忽略基体轴向正应力影响, 有

$$\bar{\sigma}_z^{f_1} r_0^2 + \bar{\sigma}_z^{f_2} (r_2^2 - r_1^2) = \sigma_0 r_2^2 \quad (22)$$

可以得出:

$$\bar{\sigma}_z^{f_2} = \sigma_0 \frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} - \frac{\bar{\sigma}_z^{f_1} r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \quad (23)$$

式(23)代入式(21), 整理可得

$$\frac{d^2 \bar{\sigma}_z^{f_1}}{dz^2} - \frac{2G^m}{sr_0 E_f} \left(1 + \frac{r_0^2}{r_2^2 - r_1^2}\right) \bar{\sigma}_z^{f_1} + \frac{2G^m}{sr_0 E_f} \frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \sigma_0 = 0 \quad (24)$$

式(24)即为纤维 f_1 轴向应力的控制方程。

2.4 纤维轴向应力求解

对式(24)求解, 得纤维 f_1 轴向应力:

$$\bar{\sigma}_z^{f_1} = \frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2 + r_0^2} \sigma_0 + A \cosh(\beta z) + B \sinh(\beta z) \quad (25)$$

其中: A 和 B 为常系数; β 为剪滞系数, 当 $r_1 = r_0 + s$, $r_2 = r_1 + r_0$ 时, β 为

$$\beta = \sqrt{\frac{4G^m}{E_f} \frac{2r_0 + s}{(3r_0 + 2s)r_0 s}} \quad (26)$$

考虑中心纤维 f_1 与周围基体组成的复合材料, 设 v_f 为纤维 f_1 的体积含量:

$$v_f = \frac{r_0^2}{(r_0 + s/2)^2} \quad (27)$$

则 β 可用 v_f 表达为

$$\beta = \sqrt{\frac{G^m}{E_f} \cdot \frac{4\sqrt{v_f}}{(4 - \sqrt{v_f})(1 - \sqrt{v_f})}} \frac{1}{r_0} \quad (28)$$

常数 A 和 B 可由边界条件求出, 下面分别对其计算。

首先, 由对称性 $\bar{\sigma}_z^{f_1}|_{z=-L} = \bar{\sigma}_z^{f_1}|_{z=L}$, 可知 $B = 0$, 从而

$$\bar{\sigma}_z^{f_1} = \frac{1}{\sqrt{v_f}} \sigma_0 + A \cosh(\beta z) \quad (29)$$

联立式(17)和式(29), 求出纤维 f_1 与基体界面处的剪应力 τ_{1z} 为

$$\tau_{1z} = \tau_{iz} = -\frac{r_0}{2} \frac{d\bar{\sigma}_z^{f_1}}{dz} = -\frac{r_0}{2} A \beta \sinh(\beta z) \quad (30)$$

其次, 为了求常数 A , 需考虑纤维尖端部分的应力分布情况。

2.5 纤维尖端部分的应力分布

Goh 等^[21]对具有不同尖端形状的纤维研究发现, 圆柱形纤维增强复合材料, 轴向应力沿纤维长度方向线性增加, 端部应力为零, 至中间部位增至最大; 而对尖端呈圆锥形的纤维, 其轴向应力沿纤维长度方向保持不变; 尖端呈抛物线和椭圆形状的纤维应力分布居于柱形纤维和锥形纤维之间。一般而言, 纤维端部逐渐变细可以降低纤维中间位置处的峰值应力, 并使轴向应力分布更均匀^[21-25]。

设纤维中段的长径比为

$$q = L/r_0 \quad (31)$$

锥尖部分长径比为

$$q^* = l/r_0 \quad (32)$$

令锥尖长度 l 与纤维中段长度 L 的比值为

$$k = l/L \quad (33)$$

则由式(31)~(33)可得

$$q^* = kq \quad (34)$$

当纤维尖端部位呈圆锥形时, 纤维轴向应力沿轴向保持不变(图 3(b)), Goh 等^[21]给出了圆锥形纤维轴向应力计算公式

$$\sigma_z^* = \tau^* q^* \quad (35)$$

其中: σ_z^* 为锥形纤维轴向应力; τ^* 为锥形纤维表面剪应力, 在纤维尖端保持不变。

对竹纤维尖端测量发现, 竹纤维尖端部位夹角一般 $2^\circ \sim 5^\circ$, 中段部分向尖端部分过渡非常缓慢, 可以认为纤维 1 中间圆柱部分与端部锥尖部分在连接处满足应力连续, 由连续性条件可知

$$\tau^* = \tau_{iz} |_{z=L} \quad (36)$$

及

$$\sigma_z^* = \bar{\sigma}_z^{f_1} |_{z=L} \quad (37)$$

联立式(30)、式(35)~(37), 解得常系数 A :

$$A = -\frac{1}{\sqrt{v_f}} \frac{2}{2 \cosh(\beta L) + \beta L k \sinh(\beta L)} \sigma_0 \quad (38)$$

将式(38)代入式(29)和式(30), 求得纤维 f_1 轴向应力及界面处剪应力分别为

$$\bar{\sigma}_z^{f_1} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{v_f}} \left(1 - \frac{\cosh(\beta z)}{T_1 \cosh(\beta L)}\right) \quad (39)$$

$$\tau_{iz} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{v_f}} \frac{\beta \sinh(\beta z)}{2 T_1 \cosh(\beta L)} \tag{40}$$

其中：

$$T_1 = 1 + \frac{\beta L k}{2} \tanh(\beta L) \tag{41}$$

3 纤维几何参数对竹纤维/基体复合材料内部应力分布的影响

本节利用所建立的修正剪滞模型，结合竹纤维测试数据，分析了竹纤维几何参数变化对维管束鞘体内应力分布的影响。

首先将纤维应力无量纲化。在式(39)和式(40)左右两边分别除以 σ_0 ，得到纤维 1 中段部分轴向应力及界面处剪应力表达式

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{v_f}} \left(1 - \frac{\cosh(\beta z)}{T_1 \cosh(\beta L)} \right) \tag{42}$$

$$\bar{\tau} = \frac{1}{q \sqrt{v_f}} \frac{\beta L \sinh(\beta z)}{2 T_1 \cosh(\beta L)} \tag{43}$$

竹纤维力学参数给定如下：

竹纤维： $E_f = 33.83 \text{ GPa}$ ^[32]，

基体： $E_m = 2.16 \text{ GPa}$ ^[9]， $\mu_m = 0.28$ ^[33]。

竹纤维几何参数在表 1 中给出。

表 1 毛竹纤维几何参数
Table 1 Geometric parameters of bamboo fiber

	Radius $r_0 / \mu\text{m}$	Fiber volume fraction v_f	Fiber-aspect ratio of the middle part q	Fiber-aspect ratio of the tip part q_t	Ratio of tip part to middle part k
Max	11.2	0.96	115.9	17.2	0.25
Min	4.2	0.89	48.0	4.4	0.06
Mean	7.3	0.93	79.0	8.3	0.1

3.1 纤维长径比 q 对纤维应力的影响

由式(28)可知，剪滞参数 β 与纤维长径比 q 成正比，随着 q 的增大， β 逐渐增大，应力传递特征长度 $1/\beta$ 逐渐减小。由式(42)和式(43)可知，纤维长径比 q 的大小只对纤维端部参与应力传递的区域有影响。由式(35)可知，纤维长径比 q 的变化对纤维锥尖部分的轴向应力也有影响。

为分析纤维长径比 q 对复合材料纤维/基体间应力传递的影响，图 4(a)和图 4(b)分别为长径比 q 取值分别为 10、20、50 和 100 时纤维轴向正应力及纤维/基体间界面剪应力沿纤维长度的变化趋势。其中，锥尖长度比例 k 和纤维体积含量 v_f 的取值参考表 1 测量数据，分别取 $k=0.1$ ， $v_f=0.93$ 。可以看出，纤维在靠近端部位置处与周围基体发生应力传递，基体通过剪应力将载荷传递至纤维。一般纤维长径比 q 越小， β 越小，应力传递也越缓慢，同时纤维中段参与应力传递的范围也就越宽(由于这时 $1/\beta$ 变大)，而随着纤维长径比 q 的增大，纤维参与应力传递的范围将逐渐变窄，应力传递将愈为迅速。另外，锥尖部分的应力值随着 q 的增大而逐渐增大，使纤维中段轴向应力与锥尖部分应力差值逐渐减小，减小了纤维端部的应力集中程度。

纤维中段部位承受的轴向正应力最大，依据图 4(a)所示应力变化情况可知，增加长径比 q 对纤维最大正应力的影响不明显。据此可以判断，如果纤

维的失效方式取决于纤维轴向正应力的 大小，那么采取增大纤维长径比的方法并不是十分有效。

从图 4(b)可以看出，界面最大剪应力发生在纤维端部锥尖部位，故这些部位最容易发生界面脱粘现象。比较纤维长径比与剪应力的关系发现，纤维长径比越大，其最大剪应力就越小，由此可以得出，如果纤维的失效方式取决于界面剪应力的强弱程度，则纤维长径比越大，其承载能力越强。

3.2 纤维锥尖对纤维应力的影响

考虑纤维端部尖端长度对剪滞参数 β 和纤维轴向正应力的影响。由式(28)可知， β 与纤维尖端长度无关，故纤维尖端长度的变化对 β 无影响，纤维与基体间发生应力传递的区域范围不变，均为 $0 \sim \beta z$ 。

为分析锥尖长度比例 k 对复合材料纤维/基体间应力传递的影响，图 5(a)和图 5(b)分别为锥尖长度比例 k 取值分别为 0、0.05、0.1 和 0.3 时纤维轴向正应力及纤维/基体间界面剪应力沿纤维长度的变化趋势。其中纤维长径比 q 和纤维体积含量 v_f 的取值参考表 1 测量数据，分别取 $q=79$ ， $v_f=0.93$ 。

由纤维中段轴向应力表达式(42)和图 5(a)可知，锥尖长度比例 k 对纤维端部 $z=L$ 处的轴向应力 $\bar{\sigma}$ 有影响，随着锥尖长度比例 k 的增加，纤维在 $z=L$ 处的轴向应力逐渐增加，可见纤维尖端的存

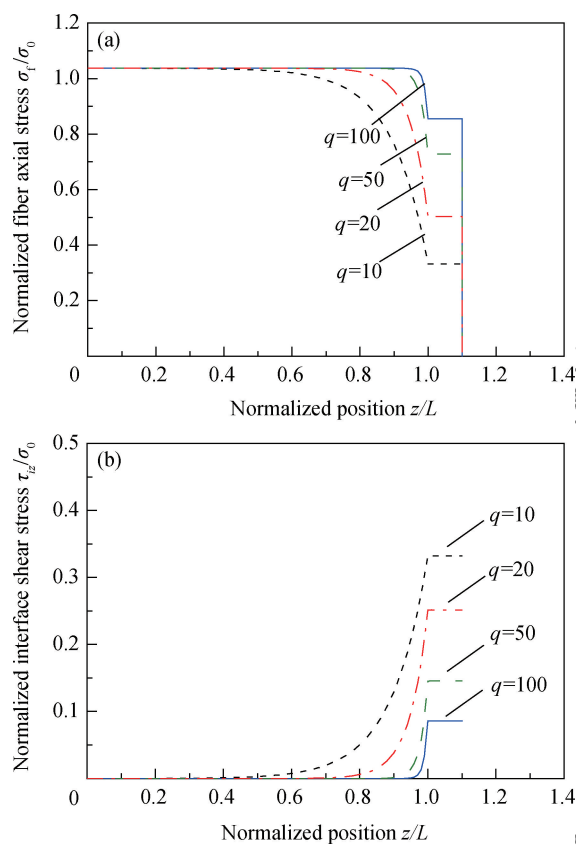


图4 不同长径比情况下纤维轴向应力(a)与界面剪应力(b)沿纤维长度的分布情况
Fig. 4 Normalized axial stress (a) and interface shear stress (b) distribution along half of the fiber length for various fiber-aspect ratios ($v_f=0.93$, $k=0.1$)

在减小了端部的应力集中, 避免了应力的急剧变化。

与纤维轴向应力变化规律相反, 由式(43)和图5(b)可知, 界面剪应力最大值随着锥尖长度比例 k 的增加而逐渐减小。如果纤维的失效方式取决于界面剪应力的强弱程度, 则纤维锥尖长度比例越大, 其承载能力越强。可见, 天然纤维锥尖部分的出现可以实现天然纤维/基体界面间应力的有效传递, 有助于减缓纤维端部应力集中的发生。

锥尖长度比例 k 可在 $0 \sim \infty$ 范围内变化, 当锥尖长度比例 $k=0$ 时, 锥尖消失, 锥尖部分不再参与应力传递, 这时修正剪滞模型完全退化为传统 Cox 剪滞模型, 而当 $k \rightarrow \infty$ 时, 纤维中段与锥尖部分的应力值将趋于相同, 剪滞效应消失。

根据纤维及界面处应力分布情况也可以对维管束拉伸破坏现象作分析。由于纤维端部锥尖部位剪应力最大, 当这些部位发生局部界面脱粘时, 该部

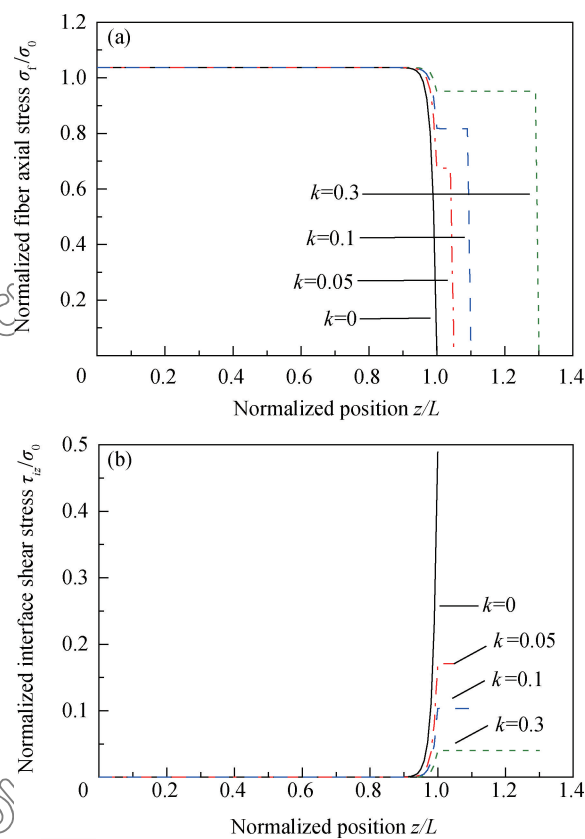


图5 不同尖长比情况下纤维轴向应力(a)与界面剪应力(b)沿纤维长度的分布情况
Fig. 5 Normalized axial stress (a) and interface shear stress (b) distribution along half of the fiber length for various tip length ratios ($q=79$, $v_f=0.93$)

分不再参与应力传递, 这时纤维/基体界面在裂尖位置处剪应力仍然最大(式(43)), 因此裂纹会沿着纤维与基体间的界面继续扩展, 直至试样发生整体破坏。

4 结 论

(1) 结合竹纤维几何特征, 提出了适用于分析竹维管束鞘的修正剪滞理论模型, 利用该理论模型推导出了纤维轴向应力及纤维/基体界面位置处剪应力计算公式。

(2) 分析了纤维长径比参数变化对纤维轴向应力及界面剪应力的影响。纤维长径比愈大, 纤维/基体界面间应力传递愈迅速, 界面剪应力及纤维端部应力集中程度亦愈小。

(3) 分析了纤维端部尖端长度对剪滞参数和纤维轴向正应力的影响。纤维尖端长度变化对剪滞参数无影响; 纤维尖端长度愈大, 界面剪应力及纤维端部应力集中程度愈小。

(4) 纤维锥形尖端可以实现纤维/基体界面间应力的有效传递。在植物纤维增强复合材料中必须对纤维尖端情况予以重视。

参考文献:

- [1] CHUNG K, YU W. Mechanical properties of structural bamboo for bamboo scaffoldings[J]. *Engineering Structures*, 2002, 24 (4): 429-442.
- [2] YU W, CHUNG K, CHAN S. Axial buckling of bamboo columns in bamboo scaffolds[J]. *Engineering Structures*, 2005, 27 (1): 61-73.
- [3] HABIBI M K, LU Y. Crack propagation in bamboo's hierarchical cellular structure[J]. *Scientific Reports*, 2014, 4 (4): 5598.
- [4] NOGATA F, TAKAHASHI H. Intelligent functionally graded material: Bamboo[J]. *Composites Engineering*, 1995, 5 (7): 743-751.
- [5] AHMAD M, KAMKE F. Analysis of calcutta bamboo for structural composite materials: Physical and mechanical properties[J]. *Wood Science and Technology*, 2005, 39(6): 448-459.
- [6] AMADA S, ICHIKAWA Y, MUNEKATA T, et al. Fiber texture and mechanical graded structure of bamboo[J]. *Composites Part B: Engineering*, 1997, 28 (1): 13-30.
- [7] SHAO Z P, FANG C H, HUANG S X, et al. Tensile properties of Moso bamboo (*phyllostachys pubescens*) and its components with respect to its fiber reinforced composite structure[J]. *Wood Science and Technology*, 2010, 44(4): 655-666.
- [8] YU H, FEI B, REN H, et al. Variation in tensile properties and relationship between tensile properties and air-dried density for moso bamboo[J]. *Frontiers of Forestry in China*, 2008, 3 (1): 127-130.
- [9] LI H B, SHEN S P. The mechanical properties of bamboo and vascular bundles[J]. *Journal of Materials Research*, 2011, 26 (21): 2749-2756.
- [10] LI H B, SHEN S P. Experimental investigation on mechanical behavior of moso bamboo vascular bundles[J]. *Key Engineering Materials*, 2011, 462: 744-749.
- [11] YU Y, JIANG Z H, FEI B H, et al. An improved microtensile technique for mechanical characterization of short plant fibers: A case study on bamboo fibers[J]. *Journal of Materials Science*, 2011, 46 (3): 739-746.
- [12] YU Y, WANG H, LU F, et al. Bamboo fibers for composite applications: A mechanical and morphological investigation [J]. *Journal of Materials Science*, 2014, 49 (6): 2559-2566.
- [13] SHANG L, SUN Z, LIU X, et al. A novel method for measuring mechanical properties of vascular bundles in moso bamboo[J]. *Journal of Wood Science*, 2015, 61(6): 562-568.
- [14] YU Y, FEI B, ZHANG B, et al. Cell-wall mechanical properties of bamboo investigated by in-situ imaging nanoindentation[J]. *Wood and Fiber Science*, 2007, 39 (4): 527-535.
- [15] YU Y, TIAN G, WANG H, et al. Mechanical characterization of single bamboo fibers with nanoindentation and microtensile technique[J]. *Holzforschung*, 2011, 65(1): 113-119.
- [16] WANG X, REN H, ZHANG B, et al. Cell wall structure and formation of maturing fibres of moso bamboo (*phyllostachys pubescens*) increase buckling resistance[J]. *Journal of the Royal Society Interface*, 2012, 9(70): 988-996.
- [17] YOUSSEFIAN S, RAHBAR N. Molecular origin of strength and stiffness in bamboo fibrils[J]. *Scientific Reports*, 2015, 5: 11116.
- [18] LIESE W. The anatomy of bamboo culms[M]. Netherlands: Brill Academic Publishers, 1998.
- [19] ZOU L, JIN H, LU W Y, et al. Nanoscale structural and mechanical characterization of the cell wall of bamboo fibers [J]. *Materials Science and Engineering C*, 2009, 29 (4): 1375-1379.
- [20] KOTHA S, KOTHA S, GUZELSU N. A shear lag model to account for interaction effects between inclusions in composites reinforced with rectangular platelets [J]. *Composites Science and Technology*, 2000, 60 (11): 2147-2158.
- [21] GOH K, ASPDEN R, MATHIAS K, et al. Effect of fibre shape on the stresses within fibres in fibre-reinforced composite materials [J]. *Proceedings of the Royal Society of London Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1999, 455 (1989): 3351-3361.
- [22] GOH K, MEAKIN J, ASPDEN R, et al. Influence of fibril taper on the function of collagen to reinforce extracellular matrix[J]. *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, 2005, 272 (1575): 1979-1983.
- [23] NG X, HUKINS D W L, GOH K. Influence of fibre taper on the work of fibre pull-out in short fibre composite fracture [J]. *Journal of Materials Science*, 2010, 45(4): 1086-1090.
- [24] GOH K L, MEAKIN J R, ASPDEN R M, et al. Stress transfer in collagen fibrils reinforcing connective tissues: Effects of collagen fibril slenderness and relative stiffness[J]. *Journal of Theoretical Biology*, 2007, 245 (2): 305-311.
- [25] GOH K, ASPDEN R, MATHIAS K, et al. Finite-element analysis of the effect of material properties and fibre shape on stresses in an elastic fibre embedded in an elastic matrix in a fibre-composite material[J]. *Proceedings of the Royal Society*

of London Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2004, 460(2048): 2339-2352.

[26] NAIRN J A. On the use of shear-lag methods for analysis of stress transfer in unidirectional composites[J]. Mechanics of Materials, 1997, 26(2): 63-80.

[27] SONG Z Q, NI Y, PENG L M, et al. Interface failure modes explain non-monotonic size-dependent mechanical properties in bioinspired nanolaminates[J]. Scientific Reports, 2016, 6: 23724.

[28] ZHANG P, HEYNE M A, TO A C. Biomimetic staggered composites with highly enhanced energy dissipation: Design, modeling, and test[J]. Journal of the Mechanics & Physics of Solids, 2015, 83: 285-300.

[29] YUAN F, STOCK S R, HAEFFNER D R, et al. A new model to simulate the elastic properties of mineralized collagen fibril[J]. Biomechanics and Modeling in Mechanobiology, 2011, 10(2): 147-160.

[30] DAI Y, MAI Y W, JI X. Predictions of stiffness and strength of nylon 6/MMT nanocomposites with an improved staggered model[J]. Composites Part B: Engineering, 2008, 39(6): 1062-1068.

[31] SORIEUL M, DICKSON A, HILL S, et al. Plant fibre: Molecular structure and biomechanical properties, of a complex living material, influencing its deconstruction towards a biobased composite[J]. Materials, 2016, 9(8): 618.

[32] 黄艳辉. 毛竹纤维细胞力学性质研究[D]. 北京: 中国林业科学研究院, 2010.

[32] HUANG Y H. Study on the mechanical properties of fiber cells of moso bamboo[D]. Beijing: Chinese Academy of Forestry, 2010 (in Chinese).

[33] 车慎思. 毛竹细观结构与力学性能试验研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2011.

[33] CHE S S. Experimental research on microstructure and mechanical performance of bamboo[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2011 (in Chinese).