

DOI: 10.13801/j.cnki.fhclxb.20170608.005

含孔洞缺陷复合材料的压阻效应

余灵君, 杨庆生*

(北京工业大学 机械工程与应用电子技术学院, 北京 100124)

摘要: 以康铜材料为例, 将具有孔洞的不均匀复合材料的平均应力和平均电阻率之间的关系由均质材料的应力和电阻率关系代替, 运用有限元方法和均匀化方法计算了含孔洞正方形板的初始电阻率和压阻系数。结果发现: 康铜材料的初始电阻率和压阻系数 $\bar{\pi}_{11}$ 和 $\bar{\pi}_{22}$ 均随着孔洞体分比的增大而增大, 压阻系数 $\bar{\pi}_{12}$ 和 $\bar{\pi}_{21}$ 反而随着孔洞体分比的增大而减小, 其中, 三角形孔洞对康铜材料的初始电阻率和压阻系数影响最大。

关键词: 压阻效应; 孔洞缺陷; 均匀化方法; 压阻系数; 电阻率

中图分类号: TB330.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-3851(2018)03-0623-09

Piezoresistive behavior of composites with hole defects

YU Lingjun, YANG Qingsheng

(College of Mechanical Engineering and Applied Electronics Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract: The effect of holes on initial electrical resistivity and piezoresistive coefficients was investigated by taking constantan as an example. The relationship between average stresses and average electrical resistivity of an inhomogeneous composites with holes was replaced by that of a homogeneous material. The homogenization method was used to calculate initial electrical resistivity and piezoresistive coefficients of a square plate with holes. The conclusions can be summarized as follows. Initial electrical resistivity and piezoresistive coefficients $\bar{\pi}_{11}$, $\bar{\pi}_{22}$ of constantan material increase with the increase of volume fraction of holes, and piezoresistive coefficients $\bar{\pi}_{12}$, $\bar{\pi}_{21}$ decrease. Effect of triangle holes on initial electrical resistivity and piezoresistive coefficients of constantan material is the most obvious.

Keywords: piezoresistive effects; hole defects; homogenization method; piezoresistive coefficients; electrical resistivity

压阻效应是指当材料受到应力时, 其载流子的平均有效质量增加或减小(取决于应力方向、晶体取向和电流方向), 从而电阻率发生改变的现象。压阻效应一般比电阻应变效应大两个数量级, 被广泛应用于各种压阻传感器^[1-3]。合金薄膜压阻传感器应变灵敏度高, 具有较好的耐高温、耐腐蚀性, 多用于各种恶劣环境的压力测量。研究合金薄膜压阻传感器, 讨论影响材料电阻率和压阻系数的因素是一项很有价值的工作^[4-7]。Chen 等^[8]用实验方法

研究了温度、薄膜厚度等因素对镍铬合金薄膜电阻的影响。Zhang 等^[9]为保护传感器免受外部恶劣环境的伤害, 在保持一定可靠性的同时还能有足够的准确性, 于是通过扩散焊接方法将纳米合金薄膜 Ti6Al4V 嵌入在 PdCr 中, 其包括扩散阻挡层和绝缘层, 成功设计出一种嵌入式薄膜传感器, 并通过功能测试和材料表征验证了该嵌入式传感器的可靠性。

康铜合金具有良好的电学性能及频率响应特

性,同时使用成本低廉,在压阻传感器上有良好的市场前景。Iraj 等^[10]和 Hur 等^[11]研究了康铜薄膜的制作,考虑了生产过程中温度、电压等因素对康铜薄膜生长质量的影响。Hu 等^[12]用实验方法证明了经过退火处理后的康铜为各向同性材料,并给出了其压阻系数矩阵形式。Xiao 等^[13]在静电理论和经典薄板理论的基础上,研究了多层正交各向异性材料层合板的电阻率和压阻系数,并提出了求解平面应力状态下正交各向异性材料层合板压阻系数的层合理论。Todoroki 等^[14]用实验证实了碳纤维体分比和正交各向异性电导率之间的关系,并用有限元方法(FEM)进行了分析。Abot 等^[15-16]将碳纳米管线(CNT Yarn)铺排在树脂上,制作出一款新型应变传感器,并用 CNT Yarn 所占体分比计算了传感器的电导率,用 FEM 研究了传感器内的 CNT Yarn 铺排角度、CNT Yarn 间距以及 CNT Yarn 铺排层数等对该传感器的影响,最终得到足够灵敏的应变传感器。

由于传感器制作工艺复杂,需要较大成本投入,制作出实物后再进行相关研究会造成不必要的浪费。武文革等^[17-18]使用有限元分析软件对康铜薄膜电阻栅和导线组成的惠斯通电桥进行了仿真分析,通过改变薄膜厚度和所受载荷大小,比较传感器的输出电压,发现相同条件下传感器的输出电压随载荷增加而增大,随薄膜厚度的减小而增大,变化呈近似线性关系。本文利用有限元分析软件对带有孔洞缺陷的康铜薄膜进行静态分析,研究了孔洞对康铜薄膜的电阻率和压阻系数的影响。将含孔洞的不均匀复合材料的平均应力和平均电阻率之间的函数关系由均质材料的应力和电阻率关系代替,该均质材料具有压阻系数 $\bar{\pi}_{11}$ 、 $\bar{\pi}_{22}$ 等。用均匀化方法计算含孔洞的正方形康铜薄膜的电阻率和压阻系数,考虑了不同孔洞体分比对电阻率和压阻系数的影响,并且讨论了孔洞的数量、位置和形状等因素对电阻率和压阻系数的影响。

1 压阻复合材料平均性能的统一化理论

1.1 微分欧姆定律

各向异性介质的微分欧姆定律：
$$E = \rho J \tag{1}$$
式中： E 为电场强度； ρ 为电阻率； J 为电流密度。各向异性介质压阻本构关系：
$$\rho = \rho_0 + \rho^* \pi \sigma \tag{2a}$$

$$\Delta \rho = \pi \sigma \tag{2b}$$
式中： $\Delta \rho$ 为电阻率张量增量； ρ_0 为初始电阻率； π 为压阻系数张量。

$$\Delta \rho = \frac{\rho - \rho_0}{\rho^*} \tag{3a}$$

$$\rho^* = \frac{\rho_{11}^0 + \rho_{22}^0 + \rho_{33}^0}{3} \tag{3b}$$

电阻率的变化由应力引起,压阻系数张量 π 可用一个 6×6 的矩阵表示。由于下标太多,使用起来不方便,一般将下标简化为

$$\pi = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{13} & \pi_{14} & \pi_{15} & \pi_{16} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \pi_{23} & \pi_{24} & \pi_{25} & \pi_{26} \\ \pi_{31} & \pi_{32} & \pi_{33} & \pi_{34} & \pi_{35} & \pi_{36} \\ \pi_{41} & \pi_{42} & \pi_{43} & \pi_{44} & \pi_{45} & \pi_{46} \\ \pi_{51} & \pi_{52} & \pi_{53} & \pi_{54} & \pi_{55} & \pi_{56} \\ \pi_{61} & \pi_{62} & \pi_{63} & \pi_{64} & \pi_{65} & \pi_{66} \end{bmatrix} \tag{4}$$

硅、康铜等材料的压阻系数有如下特征^[19]：
(1)剪应力不产生正向压阻效应；(2)正向应力不产生剪切压阻效应；(3)剪应力只在自身剪应力平面内产生压阻效应。故硅、康铜等材料的压阻矩阵为

$$\pi = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \pi_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{31} & \pi_{32} & \pi_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pi_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{66} \end{bmatrix} \tag{5}$$

1.2 均匀化理论

1.2.1 力学均匀化理论

预测复合材料的有效模量(有效刚度),将含孔洞的不均匀复合材料的平均应力与平均应变的关系用一个均匀材料的应力-应变关系代替如下：

$$\bar{\sigma} = \bar{D} \bar{\epsilon} \tag{6}$$

式中： $\bar{\sigma}$ 为该均匀材料的应力,即平均应力； $\bar{\epsilon}$ 为该均匀材料的应变,即平均应变； $\bar{D}$ 为该均匀材料的刚度矩阵,即平均刚度。平均应力 $\bar{\sigma}$ 计算如下：

$$\bar{\sigma} = \frac{\iiint_{\Omega} \sigma(x, y, z) dx dy dz}{\iiint_{\Omega} dx dy dz} \tag{7}$$

式中： $\sigma(x, y, z)$ 为有限元软件计算得出的应力； Ω 表示模型的体积。整体体积等于各单元体积之和,则式(7)可转化为

$$\bar{\sigma} = \frac{\sum_{e=1}^m \iiint_{\Omega^e} \sigma(x, y, z) dx dy dz}{\sum_{e=1}^m \iiint_{\Omega^e} dx dy dz} \quad (8)$$

式中: m 表示单元数; Ω^e 表示每个单元的体积。式(8)是在整体坐标系下建立的, 在计算过程中, 将式(8)转换为局部坐标系下:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sum_{e=1}^m \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 |J_e| \sigma(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta}{\sum_{e=1}^m \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 |J_e| d\xi d\eta d\zeta} \quad (9)$$

式中: $|J_e|$ 为雅各比矩阵; ξ, η 和 ζ 为局部坐标系的三个坐标轴。当计算平面问题时, 式(9)则变换为

$$\bar{\sigma} = \frac{\sum_{e=1}^m \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \sigma(\xi, \eta) t_e |J_e| d\xi d\eta}{\sum_{e=1}^m \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 t_e |J_e| d\xi d\eta} \quad (10)$$

若模型截面厚度是常数, 即 t_e 为常数, 则式(10)为

$$\bar{\sigma} = \frac{\sum_{e=1}^m \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \sigma(\xi, \eta) |J_e| d\xi d\eta}{\sum_{e=1}^m \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 |J_e| d\xi d\eta} \quad (11)$$

对于式(11)中的积分, 用高斯积分方法计算, 平面问题采用了四个高斯点积分, 式(11)变为

$$\bar{\sigma} = \frac{\sum_{e=1}^m \sum_{j=1}^4 |J_{e_j}| W_j \sigma(\xi_j, \eta_j)}{\sum_{e=1}^m \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 |J_{e_j}| W_j} \quad (12)$$

式中: $|J_{e_j}|$ 表示 e 单元 j 高斯点的雅各比矩阵; W_j 为 j 高斯点的权重系数; $\sigma(\xi_j, \eta_j)$ 为 j 高斯点的应力。高斯点的应力值用形函数插值求得

$$\sigma(\xi_j, \eta_j) = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi_j, \eta_j) \sigma(x_i, y_i) \quad (13)$$

式中: $\sigma(x_i, y_i)$ 表示 i 节点上应力值, 该值由有限元软件计算得出; $N_i(\xi_j, \eta_j)$ 表示四节点四边形的形函数。本文采用拉格朗日插值形函数如下:

$$N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{4} (1 + \xi_i \xi) (1 + \eta_i \eta) \quad (14)$$

式(12)中, 雅各比矩阵 $|J_{e_j}|$ 表达式为

$$|J_{e_j}| = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{vmatrix} \quad (15)$$

式中:

$$\frac{\partial x}{\partial \xi} = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i \quad (16a)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \xi} = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i \quad (16b)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \eta} = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i \quad (16c)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \eta} = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i \quad (16d)$$

式中, x_i 和 y_i 分别表示单元节点在整体坐标系下的两个方向的坐标值。

用相同方法计算出平均应变 $\bar{\epsilon}$, 进一步计算出刚度系数 $\bar{D}$ 。计算平均应变 $\bar{\epsilon}$ 的时候, 可以换一种更容易的均匀化理论计算^[20]。如图1所示, 计算 y 方向的应变 $\bar{\epsilon}_y$ 时, 先用均匀化理论方程计算出 y 方向平均位移 $\bar{u}_y$, 然后用 $\bar{u}_y$ 与模型 y 方向长度的比值得到 y 方向的平均应变为

$$\bar{\epsilon}_y = \frac{\bar{u}_y}{h} \quad (17a)$$

$$\bar{u}_y = \int_0^l \frac{u_y(x)}{l} dx \quad (17b)$$

式中: $\bar{\epsilon}_y$ 表示 y 方向平均应变; $\bar{u}_y$ 表示上边界 y 方向平均位移; h 表示 y 方向的总长度; $u_y(x)$ 表示上边界 y 方向边界位移; l 表示 x 方向的总长度。

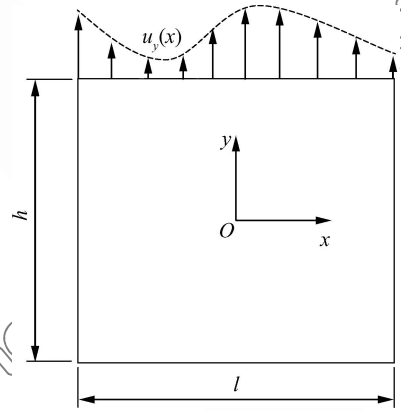


图1 均匀化边界位移

Fig. 1 Homogenizing boundary displacement

1.2.2 电场均匀化

电场均匀化分为无应力和有应力两种情况。无应力时, 能计算出该均匀材料的初始电阻率 $\bar{\rho}_0$, 而有应力的情况下, 能计算出该均匀材料的压阻系数 $\bar{\pi}$ 。

无应力时, 能得到模型无应力时的电场强度 E 和电流密度 J , 同样, 通过式(18)和式(19)计算得到该均匀材料的平均电场强度 $\bar{E}$ 和平均电流密度 $\bar{J}$, 进而根据式(20)得到该均匀材料初始电阻率 $\bar{\rho}_0$ 。

$$\bar{E} = \frac{\iiint_{\Omega} E(x, y, z) dx dy dz}{\iiint_{\Omega} dx dy dz} \tag{18}$$

$$\bar{J} = \frac{\iiint_{\Omega} J(x, y, z) dx dy dz}{\iiint_{\Omega} dx dy dz} \tag{19}$$

$$\bar{E} = \bar{\rho}_0 \bar{J} \tag{20}$$

当有应力时，同样通过式(18)和式(19)计算出该均匀材料受力后电阻率 $\bar{\rho}$ ，根据下式得出该均匀材料的压阻系数 $\bar{\pi}$ ：

$$\bar{\rho} = \bar{\rho}_0 + \bar{\rho}^* \bar{\pi} \tag{21}$$

计算平均电场强度 $\bar{E}_y$ 时，如图2所示，也可以用下式计算：

$$\bar{E}_y = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{h} \tag{22}$$

同理，可以用该方法计算 E_x 。

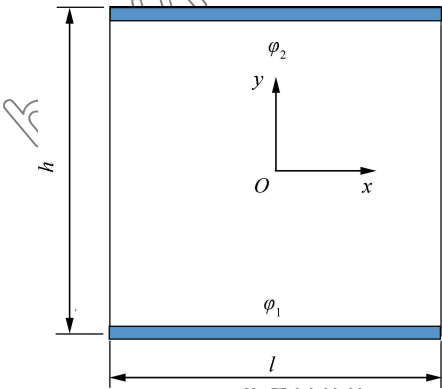


图2 均匀化电场强度
Fig. 2 Homogenizing electric field

1.3 稀疏方法

对于含孔洞材料有效模量的预测，可看成复合材料的单夹杂问题。基体为材料本身，夹杂为孔洞，弹性模量和泊松比均为0。运用单夹杂对颗粒复合材料的体积模量和剪切模量的预估^[21]为

$$\bar{K} = K_0 + \frac{K_1 - K_0}{1 + 9K_P(K_1 - K_0)} c_1 \tag{23}$$

$$\bar{G} = G_0 + \frac{G_1 - G_0}{1 + 4G_P(G_1 - G_0)} c_1 \tag{24}$$

式中：

$$K_P = \frac{1}{3(4G_0 + 3K_0)} \tag{25}$$

$$G_P = \frac{3(2G_0 + K_0)}{10G_0(4G_0 + 3K_0)} \tag{26}$$

式中： $\bar{K}$ 和 $\bar{G}$ 分别为预估的复合材料的平均体积模量和剪切模量； K_0 和 K_1 分别为基体和夹杂的体积模量； G_0 和 G_1 分别为基体和夹杂的剪切模量； c_1 为夹杂的体分比。其中：

$$G_0 = \frac{E_0}{2(1 + \mu_0)} \tag{27a}$$

$$K_0 = \frac{E_0}{3(1 - 2\mu_0)} \tag{27b}$$

$$G_1 = \frac{E_1}{2(1 + \mu_1)} \tag{27c}$$

$$K_1 = \frac{E_1}{3(1 - 2\mu_1)} \tag{27d}$$

式中： E_0 和 E_1 分别为基体和夹杂的弹性模量； μ_0 和 μ_1 分别为基体和夹杂的泊松比。

2 算例

压阻分析是一种多场耦合分析，ANSYS软件在多场耦合分析中有着其他有限元软件不可比拟的优势。用ANSYS进行压阻分析，先要设置单元类型和材料属性。在计算过程中，康铜薄膜为PLANE223单元，材料特性如表1所示。其中，康铜材料需要输入的是压阻系数矩阵，经过退火处理后的康铜可以作为各向同性材料^[12]，因此 $\pi_{44} = \pi_{11} - \pi_{12} = 0$ 。最后所得康铜压阻系数矩阵为

$$\begin{bmatrix} 2.3 \times 10^{-6} & 2.3 \times 10^{-6} & 2.3 \times 10^{-6} & 0 & 0 & 0 \\ 2.3 \times 10^{-6} & 2.3 \times 10^{-6} & 2.3 \times 10^{-6} & 0 & 0 & 0 \\ 2.3 \times 10^{-6} & 2.3 \times 10^{-6} & 2.3 \times 10^{-6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{28}$$

式中，压阻系数值的单位为 MPa^{-1} 。

表1 康铜复合材料特性

Table 1 Material properties of constantan			
Density/ (kg/m^3)	Young's modulus/(10^5 MPa)	Poisson's ratio	Resistivity/ ($\Omega \cdot \mu\text{m}$)
8 880	1.6	0.329	0.48

2.1 康铜材料初始电阻率 $\bar{\rho}_0$ 的计算

均匀压阻材料存在孔洞时，变成非均匀压阻材料，将该带有孔洞的非均匀材料整体看成均匀材料，计算该均匀材料的初始电阻率 $\bar{\rho}_0$ 。

图3为 x 方向初始电阻率的计算模型，边长为 $10 \mu\text{m}$ 、厚度为1的正方形薄板，板的中心位置有一个圆孔。在模型左侧施加0 V电压，右侧施加

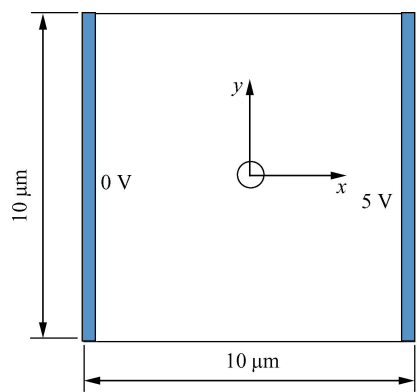


图3 x 方向初始电阻率 $\bar{\rho}_{11}^0$ 的计算模型

Fig. 3 Calculating model of initial electrical resistivity $\bar{\rho}_{11}^0$ in x directions

5 V 电压, 形成 x 方向的单场电场, 计算初始电阻率 $\bar{\rho}_{11}^0$ 。

图 4 为计算所得电场强度云图。可以看出, 当存在孔洞时, 各方向电场强度不再均匀, 且孔洞边缘电场强度出现了较大的集中现象。不存在孔洞的情况下, y 方向的电场强度应为 0; 从图 4 还可以看出, 存在孔洞时, 两个方向均有电场。因施加的边界条件关于 x 轴对称, 故 x 方向电场强度关于 x 轴对称, 而 y 方向电场强度无此规律。

用同样的方法计算该均匀材料初始电阻率 $\bar{\rho}_{22}^0$, 即在模型上侧施加 5 V 电压, 下侧施加 0 V 电压, 形成 y 方向的单向电场。计算均匀材料初始电阻率 $\bar{\rho}_0$ 时, 使用式(22)均匀化电场强度 $\bar{E}$, 再使用式(19), 编写程序, 均匀化电流密度 $\bar{J}$, 进一步得到均匀材料初始电阻率 $\bar{\rho}_0$ 。表 2 为模型存在一个直径为 $0.6 \mu\text{m}$ 的圆孔时, 该均匀材料的初始电阻率 $\bar{\rho}_0$ 与非均匀材料的初始电阻率 ρ_0 的对比。此情况下, 孔洞体分比为 0.283%, 各方向的初始电阻率均增加了 0.564%。

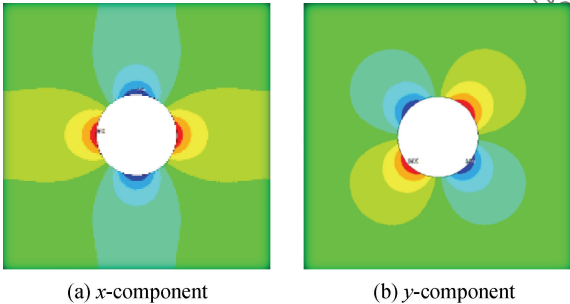


图 4 计算 x 方向康铜初始电阻率 $\bar{\rho}_{11}^0$ 时的电场强度云图

Fig. 4 Cloud of electric field of constantan when calculating initial electrical resistivity $\bar{\rho}_{11}^0$ in x directions

表 2 存在一个直径为 $0.6 \mu\text{m}$ 的圆孔时, 康铜均匀材料的初始电阻率与非均匀材料的初始电阻率

Table 2 Initial electrical resistivity of homogeneous constantan material and initial electrical resistivity of inhomogeneous material when existing one circular hole with diameter $0.6 \mu\text{m}$

Electrical resistivity	ρ_{11}	ρ_{22}
$\rho_0 / (\Omega \cdot \mu\text{m})$	0.4800	0.4800
$\bar{\rho}_0 / (\Omega \cdot \mu\text{m})$	0.48271	0.48271
$(\bar{\rho}_0 - \rho_0) / \rho_0 / \%$	0.564	0.564

Notes: ρ_0 —Initial electrical resistivity of inhomogeneous material; ρ_0 —Initial electrical resistivity of homogeneous material; ρ_{11} —Initial electrical resistivity in x directions; ρ_{22} —Initial electrical resistivity in y directions.

2.2 康铜材料柔度系数 $\bar{\delta}$ 和压阻系数 $\bar{\pi}$ 的计算

边长为 $10 \mu\text{m}$ 、厚度为 1 的正方形薄板, 板的中心位置有一个直径为 $0.6 \mu\text{m}$ 的圆孔, 如图 5 所示。计算柔度系数 $\bar{\delta}_{11}$ 和压阻系数 $\bar{\pi}_{11}$, 板的左侧固定 x 方向的位移, 板的左下点固定 y 方向的位移, 右侧施加位移载荷 $0.1 \mu\text{m}$, 构造模型受 x 方向单应力场, 且在左侧施加 0 V 电压, 右侧施加 5 V 电压, 形成 x 方向单电场。得到模型的 x 方向和 y 方向应力云图, 如图 6 所示。模型无孔洞时, 只有 x 方向存在均匀应力场, 其他方向应力为零。而存在一个圆孔时, 可以清楚地发现在圆孔附近出现明显的应力集中现象。

用相同方法施加不同的边界条件和载荷, 构建不同的单方向应力场和单方向电场的模型, 可以计算出其余的柔度系数和压阻系数。有所不同的是, 计算 $\bar{\delta}_{33}$ 时, 需构建纯剪切模型, 如图 7 所示。板的下侧固定 x 方向位移, 板的左侧固定 y 方向位移, 上、下侧应用表面效应单元, 根据剪应力互等原理施加均匀剪应力 $1\,000 \text{ MPa}$ 。当存在一个直径为

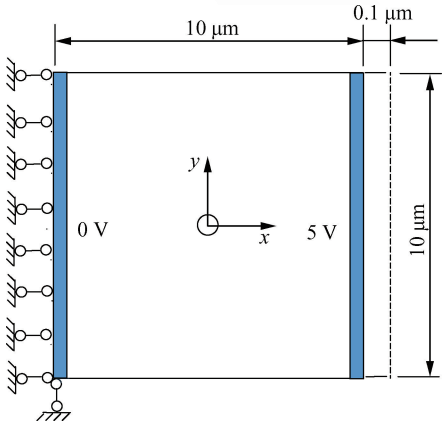


图 5 康铜材料柔度系数 $\bar{\delta}_{11}$ 和压阻系数 $\bar{\pi}_{11}$ 的计算模型

Fig. 5 Flexibility coefficient $\bar{\delta}_{11}$ and piezoresistive coefficient $\bar{\pi}_{11}$ of calculating model of constantan

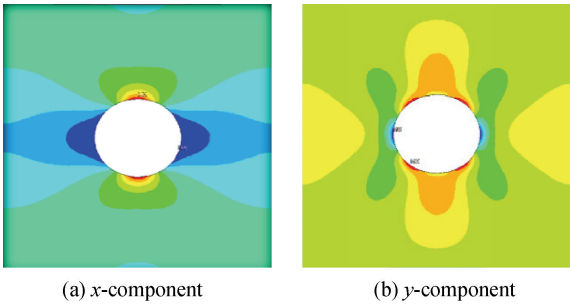


图6 康铜材料计算柔度系数 $\bar{\delta}_{11}$ 和压阻系数 $\bar{\pi}_{11}$ 时的应力云图

Fig.6 Cloud of stress when calculating flexibility coefficient $\bar{\delta}_{11}$ and piezoresistive coefficient $\bar{\pi}_{11}$ of constantan

0.6 μm (孔洞体分比为 0.283%, 小于 5%)^[21]圆孔时, 利用稀疏方法对颗粒复合材料的体积模量和剪切模量进行估计, 进一步得到各个柔度系数 $\bar{\delta}^s$, 并将其值与本文中均匀化方法计算得出的柔度系数 $\bar{\delta}^h$ 相对比, 结果如表3所示。可以看出, 两种方法

表3 稀疏方法与均匀化理论得到的模型存在一个直径为 0.6 μm 的圆孔时康铜材料的柔度系数

Table 3 Flexibility coefficients of constantan calculated by the sparse method and the homogenization theory of model of constantan when existing one circular hole with diameter 0.6 μm

Flexibility coefficients	$\bar{\delta}_{11}$	$\bar{\delta}_{12}$	$\bar{\delta}_{21}$	$\bar{\delta}_{22}$	$\bar{\delta}_{33}$
$\bar{\delta}^s / (10^{-6} \text{MPa}^{-1})$	6.30293	-2.07879	-2.07379	6.30293	16.57861
$\bar{\delta}^h / (10^{-6} \text{MPa}^{-1})$	6.28557	-2.06506	-2.06506	6.28557	16.70126
$(\bar{\delta}^h - \bar{\delta}^s) / \bar{\delta}^h / \%$	0.27543	0.42097	0.42097	0.27543	0.7702

Notes: $\bar{\delta}^s$ — Flexibility coefficients calculated by the sparse method; $\bar{\delta}^h$ — Flexibility coefficients calculated by the homogenization theory; $\bar{\delta}_{ij}$ — Flexibility coefficients component in all directions.

3 结果与讨论

运用上述方法, 施加不同的边界条件和载荷, 构建出不同的单方向应力场和单方向电场, 计算了一个圆孔、两个圆孔、五个圆孔、三角形孔洞和正方形孔洞五种情况下不同孔洞体分比的初始电阻率和压阻系数。将同类型孔洞、不同孔洞体分比下各个初始电阻率和压阻系数之间进行对比, 研究康铜材料含孔洞时各个初始电阻率和各个压阻系数之间的联系及孔洞位置对初始电阻率和压阻系数的影响; 将同一初始电阻率和同一压阻系数在不同类型孔洞下进行对比, 研究何种孔洞对康铜材料的影响最大。分析孔洞的形状、位置对初始电阻率和压阻系数的影响。

图8为康铜材料初始电阻率和孔洞体分比的关系。可知, 含孔洞的康铜材料的初始电阻率随着孔洞体分比的增加而增大; 当孔洞形状和孔洞位置对称时, 各方向的初始电阻率相等, 反之, 当孔洞形状和位置不对称时, 各方向的初始电阻率不相等。

估算出来的柔度系数值相差很小, 各柔度系数的相对差值均小于1%, 结果吻合良好。说明本文中的均匀化方法能很好地计算复合材料的力学性能和电学性能。

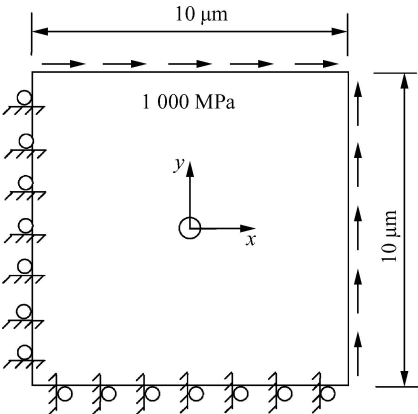


图7 康铜材料柔度系数 $\bar{\delta}_{33}$ 的计算模型

Fig.7 Flexibility coefficient $\bar{\delta}_{33}$ of calculating model of constantan

图9为康铜材料压阻系数和孔洞体分比的关系。可知, 孔洞体分比越大, 压阻系数 $\bar{\pi}_{11}$ 和 $\bar{\pi}_{22}$ 越大, 压阻系数 $\bar{\pi}_{12}$ 和 $\bar{\pi}_{21}$ 反而越小; 孔洞对压阻系数 $\bar{\pi}_{11}$ 和 $\bar{\pi}_{22}$ 的影响比对压阻系数 $\bar{\pi}_{12}$ 和 $\bar{\pi}_{21}$ 的影响大; 当孔洞形状和孔洞位置对称时, 康铜材料的均匀压阻系数 $\bar{\pi}_{11}$ 与 $\bar{\pi}_{22}$ 相等, $\bar{\pi}_{12}$ 与 $\bar{\pi}_{21}$ 相等; 当其不对称时, 各压阻系数均不相等, 没有明显函数关系。说明当出现孔洞时, 无论孔洞位置和形状是否对称, 原本的均匀压阻材料都变成了非均匀材料。横向压阻效应型传感器是利用压阻材料在压力作用下产生应力时, 材料对称性受到破坏, 使其电阻率表现出各向异性, 在电流流过时, 横向产生相应的电压输出, 因此, 制作横向压阻效应型传感器时, 在保证力学性能的条件下, 可以考虑在传感器中分布一定的孔洞, 使其电阻率的不对称性更加明显, 进而提升传感器的灵敏度。

图10为不同孔洞下康铜初始电阻率和孔洞体分比的关系。可知, 各种形状的孔洞对康铜材料的

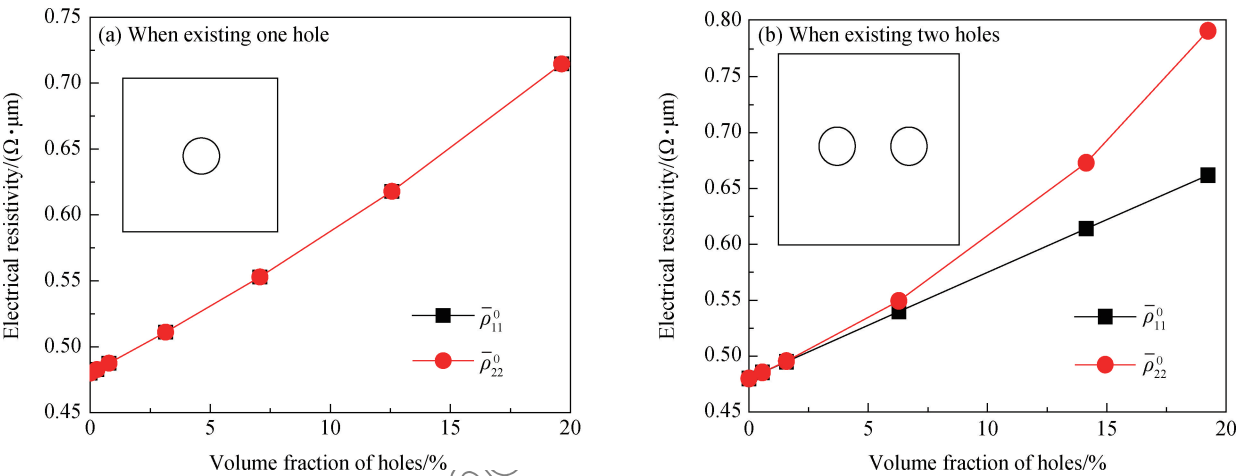


图 8 康铜材料初始电阻率 $\bar{\rho}_0$ 和孔洞体分比的关系

Fig. 8 Relationship between initial electrical resistivity $\bar{\rho}_0$ of constantan and volume fraction of holes

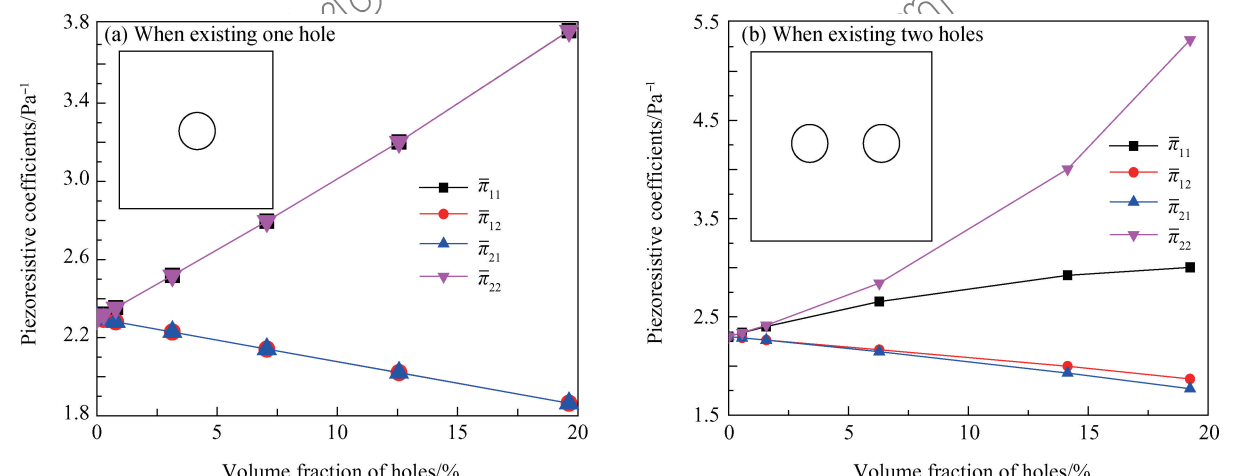


图 9 康铜材料压阻系数 $\bar{\pi}$ 和孔洞体分比的关系

Fig. 9 Relationship between piezoresistive coefficients $\bar{\pi}$ of constantan and volume fraction of holes

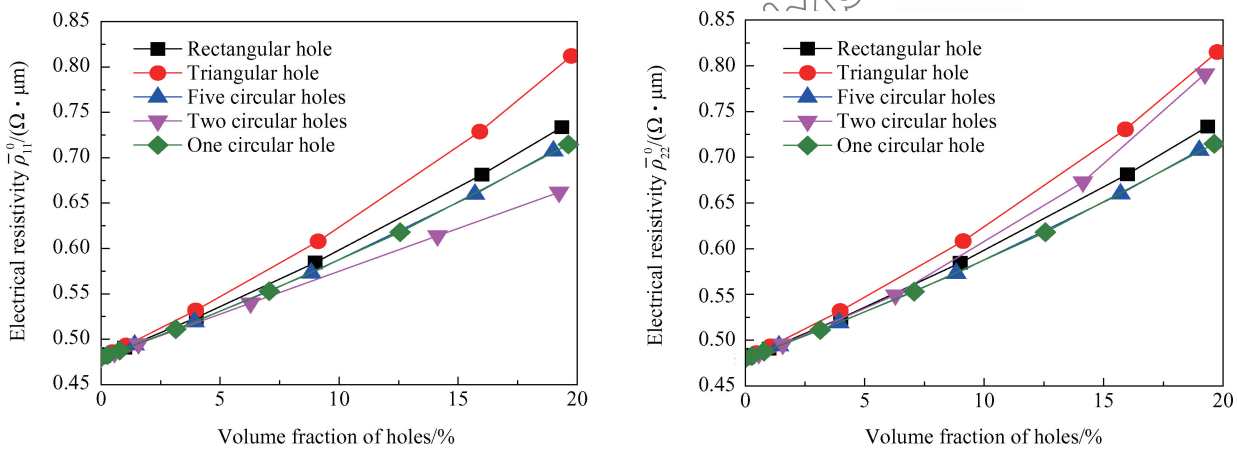


图 10 不同孔洞下康铜初始电阻率 $\bar{\rho}_0$ 和孔洞体分比的关系

Fig. 10 Relationship between initial electrical resistivity $\bar{\rho}_0$ of constantan and volume fraction of holes under different holes

初始电阻率均有影响, 其初始电阻 $\bar{\rho}_{11}^0$ 和 $\bar{\rho}_{22}^0$ 均随孔洞体分比的增大而增大, 但是并非线性关系, 这和

孔洞的形状和存在的位置有关, 其中三角形孔洞对康铜材料的初始电阻率影响最大。由于一个圆

孔和五个圆孔形状和存在位置均关于 x 轴和 y 轴对称,故相同体分比下,模型存在一个圆孔和五个圆孔两种情况的各方向初始电阻亦相同,两种情况下各方向初始电阻随孔洞体分比的变化趋势相一致。

图 11 为不同孔洞下康铜压阻系数和孔洞体分比的关系。由图 11(a)可知,三角形孔洞对压阻系数 $\bar{\pi}_{11}$ 影响最大,两个圆孔对压阻系数 $\bar{\pi}_{11}$ 影响最小;由图 11(b)可知,一个圆孔对压阻系数 $\bar{\pi}_{12}$ 的影响最大,正方形孔洞对压阻系数 $\bar{\pi}_{12}$ 的影响最小;由图 11(c)可知,两个圆孔对压阻系数 $\bar{\pi}_{21}$ 影响最大,正方形孔洞对压阻系数 $\bar{\pi}_{21}$ 的影响最小;由图

11(d)可知,两个圆孔对压阻系数 $\bar{\pi}_{22}$ 的影响最大,一个圆孔、五个圆孔和正方形孔洞对压阻系数 $\bar{\pi}_{22}$ 的影响比较接近。由图 11 可知,任何类型的孔洞都会使压阻系数 $\bar{\pi}_{11}$ 和 $\bar{\pi}_{22}$ 增大,使压阻系数 $\bar{\pi}_{12}$ 和 $\bar{\pi}_{21}$ 降低,其中孔洞体分比和压阻系数并非线性关系。值得注意的是,孔洞存在的位置和数量对材料压阻系数同样有影响。当材料存在孔洞时,材料的刚度系数减小,主方向压阻系数增大,其他向压阻系数减小。因此,当一些传感器必须存在孔洞时,例如,使用传感器实时监控身体状况,为了使身体与传感器能有更好的相容性,做成多孔结构后,并不会大幅度降低传感器的灵敏度。

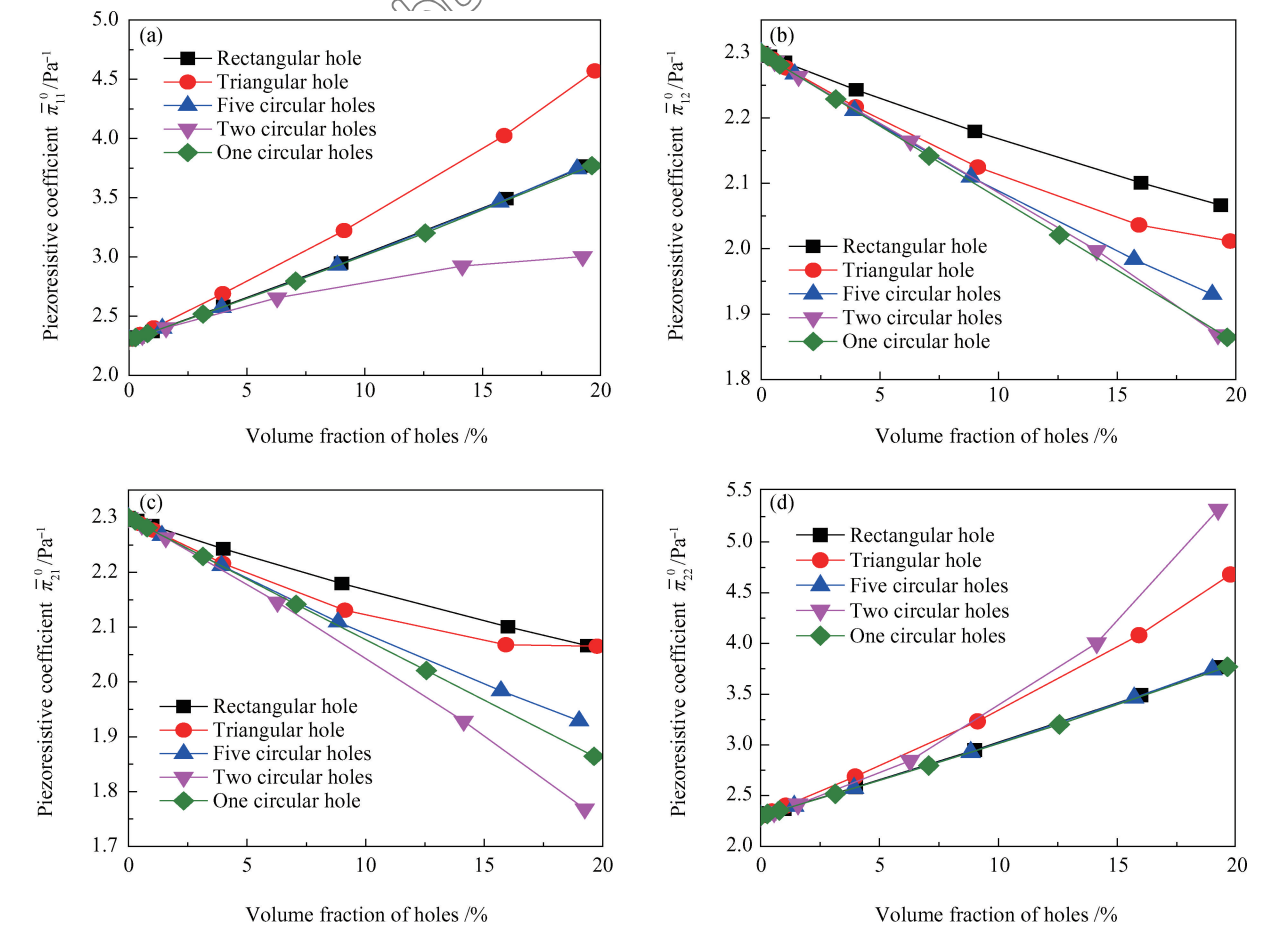


图 11 不同孔洞下康铜压阻系数 $\bar{\pi}$ 和孔洞体分比的关系

Fig. 11 Relationship between piezoresistive coefficient $\bar{\pi}$ of constantan and volume fraction of holes under different holes

本文使用方法实质为体积加权平均,即根据组分所占体分比计算复合材料的性能,Xiao 等^[13]、Todoroki 等^[14]和 Abot 等^[15-16]均使用过组分所占体分比来计算复合材料的力学性能和电学性能。本文均匀化理论方法计算的柔度系数和传统稀疏方法^[21]计算的柔度系数进行对比,结果吻合良好。

说明本文中均匀化方法能很好地计算复合材料的力学性能和电学性能。

4 结 论

本文运用均匀化理论和有限元方法计算了含孔洞的正方形板的电阻率和压阻系数,考虑了不同孔

洞体分比对电阻率和压阻系数的影响,并讨论了孔洞的数量、位置和形状等因素对电阻率和压阻系数的影响。

(1) 材料各方向初始电阻率均随着孔洞体积比的增大而增大,但是并非线性关系,和孔洞的位置和数量有关,其中三角形孔洞对康铜材料的影响最大。

(2) 当孔洞的形状和位置均关于坐标轴对称时,材料各方向初始电阻率相等,反之则不相等。

(3) 孔洞体分比越大,康铜材料压阻系数 π_{11} 和 π_{22} 越大,压阻系数 π_{12} 和 π_{21} 反而越小,同样并非线性关系,和孔洞的位置和数量有关,其中三角形孔洞对材料的影响最大。且所有类型孔洞对压阻系数 π_{11} 和 π_{22} 的影响均比对压阻系数 π_{12} 和 π_{21} 的影响大。

(4) 当孔洞的形状和位置均关于坐标轴对称时,材料压阻系数 π_{11} 和 π_{22} 相等,压阻系数 π_{12} 和 π_{21} 相等,当其不对称时,各压阻系数之间并无明显关系。

参考文献:

- [1] BARLIAN A A, PARK W T, MALLON J R, et al. Review: Semiconductor piezoresistance for microsystems[J]. Proceedings of the IEEE, 2009, 97(3): 513-558.
- [2] BHUSHAN B. Piezoresistive effect[M]. Dordrecht: Springer, 2012.
- [3] CULLINAN M A, PANAS R M, DIPIASIO C M, et al. Scaling electromechanical sensors down to the nanoscale[J]. Sensors & Actuators A: Physical, 2012, 187(8): 162-173.
- [4] ALPUIM P, CORREIA V, MARINS E S, et al. Piezoresistive silicon thin film sensor array for biomedical applications[J]. Thin Solid Films, 2011, 519(14): 4574-4577.
- [5] JACQ C, MAEDER T, RYSER P. High-strain response of piezoresistive thick-film resistors on titanium alloy substrates[J]. Journal of the European Ceramic Society, 2004, 24(6): 1897-1900.
- [6] RAY P, RAO V R. Al-doped ZnO thin-film transistor embedded micro-cantilever as a piezoresistive sensor[J]. Applied Physics Letters, 2013, 102(6): 289-290.
- [7] ALPUIM P, FILONOVICH S A, COSTA C M, et al. Fabrication of a strain sensor for bone implant failure detection based on piezoresistive doped nanocrystalline silicon[J]. Journal of Non-Crystalline Solids, 2008, 354(19-25): 2585-2589.
- [8] CHEN R F, ZUO D W, SUN Y L, et al. Investigation on strain films in the thin film resistance strain gauge[J]. Key Engineering Materials, 2008, 375-376: 690-694.
- [9] ZHANG X, LI X. Design and characterization of thin-film system for microsensors embedding in Ti6Al4V alloys[J]. IEEE Sensors Journal, 2010, 10(4): 839-846.
- [10] IRAJ K, ELHAM K, MANSOOR F. Fabrication and nano-structure study of ultra thin electroplating constantan film on GaAs as a thermopower sensor[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2008, 100(5): 052025-052029.
- [11] HUR S G, KIM D J, KANG B D, et al. The structural and electrical properties of CuNi thin-film resistors grown on AlN substrates for II-type attenuator application[J]. Journal of the Electrochemical Society, 2005, 152(6): G472-G476.
- [12] HU C, GAO Y, SHENG Z. The piezoresistance coefficients of copper and copper-nickel alloys[J]. Journal of Materials Science, 2000, 35(2): 381-386.
- [13] XIAO J, LI Y, FAN W X. A laminate theory of piezoresistance for composite laminates[J]. Composites Science & Technology, 1999, 59(9): 1369-1373.
- [14] TODOROKI A, TANAKA M, SHIMAMURA Y. Measurement of orthotropic electric conductance of CFRP laminates and analysis of the effect on delamination monitoring with an electric resistance change method[J]. Composites Science & Technology, 2002, 62(5): 619-628.
- [15] ABOT J L, KIYONO C Y, THOMAS G P, et al. Strain gauge sensors comprised of carbon nanotube yarn: Parametric numerical analysis of their piezoresistive response[J]. Smart Materials & Structures, 2015, 24(7): 075018-075033.
- [16] ABOT J L, SILVA E C N, KIYONO C Y, et al. Strain gauge sensor comprised of carbon nanotube yarn: Concept and modeling[J]. Blucher Material Science: Proceedings, 2014, 1(1): 98-101.
- [17] 李琦, 武文革, 李学瑞, 等. 康铜薄膜压力传感器的有限元分析[J]. 制造业自动化, 2013(15): 99-101.
- [18] LI Q, WU W G, LI X R, et al. Finite element analysis of the constantan thin-film pressure sensor[J]. Manufacturing Automation, 2013(15): 99-101 (in Chinese).
- [19] 李学瑞, 武文革, 成云平, 等. 康铜薄膜测力传感器的模型设计[J]. 机械设计与制造, 2014(03): 148-150.
- [20] LI X R, WU W G, CHENG Y P, et al. Design of a constantan thin film sensor model for measuring force[J]. Machinery Design & Manufacture, 2014(03): 148-150 (in Chinese).
- [21] 牛德芳. 力学量敏感器件及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1987.
- [22] NIU D F. The sensitive device of measuring mechanical and its application[M]. Beijing: Science Press, 1987 (in Chinese).
- [23] KULKARNI M, CARNAHAN D, KULKARNI K, et al. Elastic response of a carbon nanotube fiber reinforced polymeric composite: A numerical and experimental study[J]. Composites Part B: Engineering, 2010, 41(5): 414-421.
- [24] 沈观林, 胡更开, 刘彬. 复合材料力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2013.
- [25] SHEN G L, HU G K, LIU B. Mechanics of composite materials[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2013 (in Chinese).