复合材料学报
Acta Materiae Compositae Sinica
第31卷 第6期 12月 2014年
Vol. 31 No. 6 December 2014

文章编号：1000-3851(2014)06-1503-06

孔隙分布不均匀性对陶瓷材料强度的影响

付云伟[1]，张 龙[1]，倪新华*[2]，刘协权[3]，冉 超[4]

（1. 军械工程学院 火炮工程系，石家庄 050003；2. 军械工程学院 车辆与电气工程系，石家庄 050003；
3. 军械工程学院 基础部，石家庄 050003；4. 中国人民解放军 78636 部队，什邡 618419）

摘 要： 由于工艺特殊性，一些陶瓷材料中不可避免地存在孔隙、夹杂等缺陷，且孔隙、夹杂大多分布不均匀，而这种不均匀性对陶瓷材料力学性能有较大影响。根据分布不均匀性特点，以陶瓷材料中孔隙分布为例，定义了均匀度对孔隙分布的不均匀性进行量化，提出了利用图像处理确定均匀度的方法。根据图像处理结果，将材料分为富含孔隙的等效基体相和不含孔隙的等效颗粒相，利用相互作用直推估计(IDD)法研究了材料强度随均匀度的变化关系。结果表明：孔隙分布均匀度对材料强度有较大影响，孔隙分布的均匀度越小，材料强度越低，并且在均匀度低于 0.2 时造成强度的剧烈降低，当均匀度大于 0.5 时，对材料强度的影响很小。

关键词： 陶瓷；孔隙；均匀度；图像处理；强度

中图分类号： TB332 **文献标志码：** A

Influence of pore distribution nonuniformity on strength of ceramic

FU Yunwei[1], ZHANG Long[1], NI Xinhua*[2], LIU Xiequan[3], RAN Chao[4]

(1. Department of Artillery Engineering, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China;
2. Department of Vehicle and Electric Engineering, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China;
3. Department of Basic Courses, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China;
4. Unit No. 78636 of People's Liberation Army, Shifang 618419, China)

Abstract: Pores, inclusions and other defects in ceramics are inevitable due to the special process, and they generally ununiformly distribute, this nonuniformity has big impact on ceramic properties. Base on the pore distribution characteristic in ceramics, the parameter uniformity was defined to quantize the uniformity of pore and inclusions distribution, and an image processing method was introduced to confirm the uniformity. According to the image processing results, ceramic was divided to two parts, the effective matrix phase enriched pores and the effective grain phase without pores. Based on interact direct derivative (IDD) estimate, the relationship between strength and uniformity was analyzed. The results indicate that uniformity has significant influence on the strength of ceramic, the strength reduces with uniformity decreasing, especially when the uniformity is lower than 0.2, and influence of uniformity is limited when it is higher than 0.5.

Keywords: ceramic; pore; uniformity; image processing; strength

造成陶瓷材料力学性能下降的缺陷通常有 2 类：一类是不可避免的微裂纹，这类微裂纹由陶瓷细观组分的弹性失配和热应变失配引起，与陶瓷细观晶粒特性密切相关，其尺寸通常小于晶粒尺寸[1]；一类是未排尽的气体形成的孔隙，通常为近似球形，多分布于晶界，除特殊的工艺需要外，这类缺陷应尽力避免。到目前为止，各种先进工艺在降低孔隙和杂质的含量方面取得了较大进步，但在一些特殊的陶瓷工艺中难以排除此类缺陷，如燃烧合成法，其制备过程迅速、温度变化剧烈，且一般

收稿日期： 2013-10-18；**录用日期：** 2013-12-25；**网络出版时间：** 2013-12-30 13:59
网络出版地址： www.cnki.net/kcms/detail/11.1801.TB.20131230.1359.009.html
基金项目： 国家自然科学基金（11272355）
通讯作者： 倪新华，博士，教授，研究方向为复合材料力学。 E-mail：jxxynxh@163.com

引用格式：付云伟，张 龙，倪新华，等. 孔隙分布不均匀性对陶瓷材料强度的影响[J]. 复合材料学报，2014，31(6)：1503-1508. Fu Yunwei, Zhang Long, Ni Xinhua, et al. Influence of pore distribution nonuniformity on strength of ceramic[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2014, 31(6): 1503-1508.

经由液相迅速凝固形成陶瓷固体，如燃烧合成 $Al_2O_3-ZrO_2$ 共晶复合陶瓷[2]，反应温度达到了 3 000 ℃，并且在几秒钟之内就完成反应并凝结，其中的缺陷含量极高，通过超重力合成，能够减少大量缺陷[3]，但仍不可完全避免。

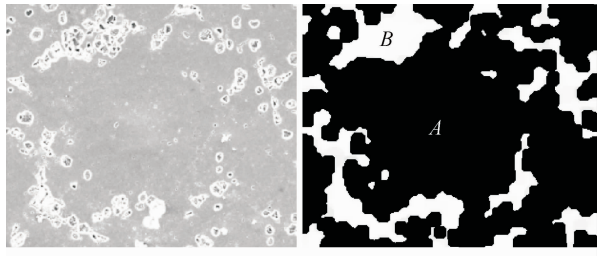
由于燃烧合成法反应剧烈，杂质在液相复杂剧烈的紊流中容易产生偏聚现象而形成带状分布，对于热压烧结陶瓷，随着晶粒长大，材料中孔隙也有聚集的趋势[4]。李斌等[5]对这种分布不均匀性进行了数值模拟，这种偏聚现象是普遍的[6]。细观组分分布不均匀性对材料弹性性能、强度等有重要影响[7-8]，材料断裂往往就发生在缺陷和杂质的偏聚区或富集区[9]，有关颗粒聚团的影响已有不少研究[10-11]，但对于孔隙分布不均匀的影响，目前理论模型通常只重视孔隙尺寸和总含量的影响，而对分布均匀性的影响研究较少[12-13]。因此，有必要对孔隙或颗粒杂质分布的均匀性(或不均匀性)对材料性能的影响特别是对脆性材料强度的影响进行理论研究。文献[8]研究了不均匀性的影响，但使用的理论在计算孔隙密集区域有效性能时将产生较大误差，对均匀度的表征也不够明确。本文定义表征材料细观组分分布均匀性的参量 h，并引入更加明确的确定均匀度 h 的图像分割方法，结合具有较高精度的相互作用直推估计(IDD)法[14]分析了材料不均匀性对强度的影响。

1　均匀度 h 的确定和材料结构模型的建立

材料中的杂质、孔隙、颗粒等异性相的存在，将导致这些异性相周围应力重新分布，同样，由于不同区域异性相含量不均匀，也会造成不同区域承担的应力水平有差异。研究不均匀性对材料性能的影响，比较方便的一种做法是将有相似异性相含量的部分看作是一种等效均匀组织，研究这种等效组织上的应力应变情况，将其作为边界条件，再在这个边界条件下研究等效组织内部杂质、孔隙、颗粒等异性相造成的影响。基于这种思想，将根据材料断面显微照片显示的孔隙分布不均匀性特点，通过图像处理方法，量化不均匀程度，研究不均匀程度对材料强度的影响。

均匀度 h 是表征孔隙分布均匀性的关键参量，均匀度的确定方法也应当直观且可靠。通过对材料断面照片图像处理予以确定。

将材料断面显微照片图像基于脉冲耦合神经网络(PCNN)在 MATLAB 中进行图像分割[15]，提取图像的孔隙特征，得到断面孔隙面积分数作为孔隙含量 f_0。为使得通过图像处理提取的孔隙含量准确，可根据实验改变 PCNN 中参数以符合实验结果。根据等效夹杂理论[16]，单个夹杂仅对其周围约 3 倍半径距离内的应力场有较大影响，超过此范围相互作用较小。因此，将孔隙的径向范围扩大 3 倍，再将扩大后的孔隙范围间的区域填补，得到孔隙影响较大的区域，近似认为是孔隙富集区域 B，计算这部分面积比例 f_{em}，氧化铝陶瓷断面显微照片及孔隙富集区域特征提取如图 1 所示，其中，A 区域为孔隙稀疏区域。



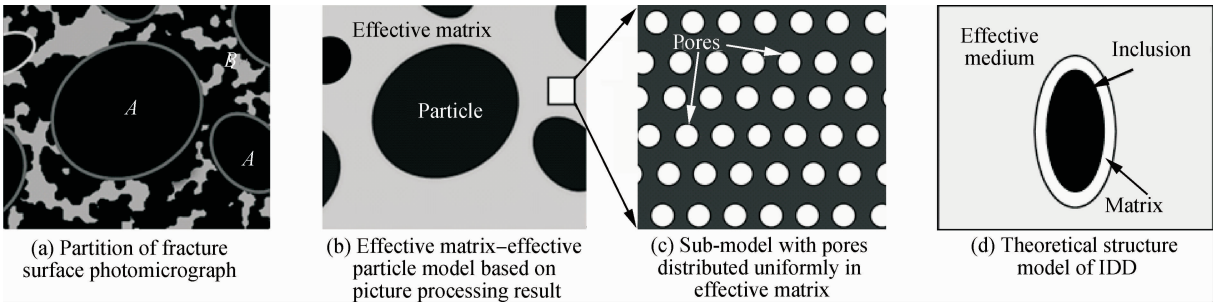
(a) Original photomicrograph[8]　(b) Pore rich area (white)

图 1　氧化铝陶瓷断面显微照片及孔隙富集区域特征提取

Fig. 1　Photomicrograph of alumina ceramic fracture surface and feature extraction of pore rich area

从图 1 中可以看出，孔隙富集区有连成片的趋势，不含孔隙区被其分隔，这也为模型化时等效基体-等效颗粒的划分提供了依据，也说明此方法在获取均匀度的同时也获得了细观组织结构形态，有利于理论结构模型的建立。

根据材料断面微观图像处理结果，对其进行模型抽象。将材料大致分为孔隙富集区域和孔隙稀疏区域，如图 2(a)所示。容易看出，孔隙富集区域具有连续特征，而不含孔隙(或孔隙稀疏)部分被分割成了近似椭球状的颗粒状，因此，将材料抽象为规则的连续等效基体椭球结构，如图 2(b)所示。为便于描述，不妨将 A 区域称为等效颗粒相(图 2(b)中 particle)，将 B 区域称为等效基体相(图 2(b)中 effective matrix)，等效颗粒相和等效基体相中的基体具有与密实材料相同的材料常数，而等效基体相视为均匀连续的介质，其材料常数是通过在实际材料单相介质中混以均匀的孔隙计算得到，其结构如图 2(c)所示。这样，材料就被分为 2 个尺度来研究，一是在较大尺度上形成的等效基体相-等效颗粒相结构模型，二是在较小尺度上形成的基体-孔隙亚结构模型，这 2 个尺度上的分析都可用 IDD 法



(a) Partition of fracture surface photomicrograph　(b) Effective matrix–effective particle model based on picture processing result　(c) Sub-model with pores distributed uniformly in effective matrix　(d) Theoretical structure model of IDD

图 2　陶瓷材料分区和结构模型

Fig. 2　Partition of ceramic materials and structure model

进行研究。IDD 法认为夹杂和周围部分基体介质组成二相胞元，再将这种二相胞元置于无限大待求有效介质中，该有效介质与基体-夹杂复合材料具有相同的弹性常数，IDD 法结构模型如图 2(d)所示。

为定量研究孔隙分布的不均匀程度，以及这种不均匀性对材料性能的影响规律，定义孔隙分布均匀度：

$$h = f_1/(1-f_0) \tag{1}$$

式中：f_1 为属于等效基体相 B 中的基体介质的体积含量；f_0 为材料的孔隙率。假设孔隙全部位于富集孔隙的等效基体相中，则等效基体相中孔隙含量为

$$f_2 = \frac{f_0}{f_0 + h(1-f_0)} \tag{2}$$

为便于理解，各体积含量具体定义如下，设材料总体积为 V，富集孔隙的等效基体相 B 的体积为 V_B，等效颗粒相 A 的体积含量为 V_A，孔隙体积为 V_0，基体体积为 V_1，基体 V_1 中属于 B 的体积为 $V_{1,B}$，则有

$$\begin{cases} V = V_0 + V_1 = V_A + V_B = V_A + (V_0 + V_{1,B}) \\ f_0 = V_0/V,\ f_1 = V_{1,B}/V,\ f_2 = V_0/(V_0 + V_{1,B}) \end{cases} \tag{3}$$

根据定义，$h = 0$ 表示孔隙连成一片形成连续的裂缝将材料分开，而 $h = 1$ 表示孔隙在材料中均匀分布。

根据式(2)的定义，均匀度 h 由图像处理的数据 f_{em} 和 f_0 表示，即

$$h = (f_{em} - f_0)/(1-f_0) \tag{4}$$

而图 2(b)中等效颗粒相 B 的体积含量则为 $(1-h)(1-f_0)$。

2　理论强度模型

根据陶瓷断面图像处理结果和将材料抽象为 2 个尺度上的基体-夹杂模型，运用 IDD 法计算孔隙周围的基体的等效外载应力场，再根据球形孔隙周围的应力集中特点，计算材料强度。

这里需要说明的是，连续相中孔隙之外的基体介质或非连续相材料中都可能包含不可避免的随机分布微裂纹，基体介质的力学性能是包含微裂纹等其他更小尺度特征的等效性能，而微裂纹或更小尺度特征对这种等效性能的影响可参考其他文献。因此，考虑孔隙分布对材料强度的影响时，将基体介质作为等效的连续介质，并假设 σ_{th} 为基体介质能够承受的极限应力。假设等效颗粒中孔隙含量为 0，但实际上还是可能有极少量的孔隙存在，认为其稀疏分布在等效颗粒相中，忽略其对等效应力造成的影响，但不忽略作为孤立孔隙的开裂，因此，等效基体微量孔隙开裂也是一种可能的失效方式。

为简化计算，假设孔隙分布稀疏的区域为球形，将其看作是置于富集孔隙的等效基体相中的颗粒，设材料受 $\boldsymbol{\sigma}_\infty$ 应力作用，在较大尺度上运用 IDD 法，则等效基体平均应力场 $\boldsymbol{\sigma}_0$ 和等效颗粒中平均应力 $\boldsymbol{\sigma}_p$ 分别为

$$\boldsymbol{\sigma}_0 = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Omega}_1 \boldsymbol{H}_1)^{-1} \boldsymbol{\sigma}_\infty \tag{5}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_p = \boldsymbol{H}_p \boldsymbol{\sigma}_\infty \tag{6}$$

其中：

$$\begin{cases} \boldsymbol{H}_p = (\boldsymbol{I} + \boldsymbol{\Omega}_1 \boldsymbol{H}_{12})^{-1} (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Omega}_1 \boldsymbol{H}_1)^{-1} \\ \boldsymbol{H}_1 = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Omega}_1 \boldsymbol{H}^{d1})^{-1} \boldsymbol{H}^{d1} \\ \boldsymbol{H}^{d1} = [(1-h)(1-f_0)](\boldsymbol{I} + \boldsymbol{\Omega}_1 \boldsymbol{H}_{12})^{-1} \boldsymbol{H}_{12} \end{cases}$$

式中：$\boldsymbol{I}$ 为四阶单位张量；粒子对应本征刚度 $\boldsymbol{\Omega}_1 = \boldsymbol{C}_2(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{M}_1)$，$\boldsymbol{M}_1$ 为等效基体中粒子形状对应的 Eshelby 张量，$\boldsymbol{C}_0$、$\boldsymbol{C}_2$ 分别为基体和等效基体刚度矩阵；柔度波动 $\boldsymbol{H}_{12} = \boldsymbol{S}_2 - \boldsymbol{S}_0$，其中 $\boldsymbol{S}_0$、$\boldsymbol{S}_2$ 分别为基体介质和等效基体柔度矩阵。

在等效基体中，认为球状孔隙均匀分布，在等效基体中较小尺度上再次运用 IDD 法，则连续相刚度 $\boldsymbol{C}_2$ 可表示为

$$\boldsymbol{C}_2 = (\boldsymbol{C}_0 + \boldsymbol{H}_2)^{-1} \tag{7}$$

其中：

$$\begin{cases} \boldsymbol{H}_2 = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Omega}_2 \boldsymbol{H}^{d2})^{-1} \boldsymbol{H}^{d2} \\ \boldsymbol{H}^{d2} = f_2 (\boldsymbol{I} + \boldsymbol{\Omega}_2 \boldsymbol{H}_{02})^{-1} \boldsymbol{H}_{02} \\ \boldsymbol{\Omega}_2 = \boldsymbol{C}_0 (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{M}_2) \end{cases}$$

$\boldsymbol{\Omega}_2$ 为孔隙对应的本征刚度，$\boldsymbol{M}_2$ 为孔隙对应的 Eshelby 张量，由于孔隙刚度为零，孔隙与基体的柔度波动 $\boldsymbol{H}_{02}$ 趋于无穷大，因此，$\boldsymbol{H}_2 = (f_2^{-1} - 1)^{-1} \boldsymbol{\Omega}_2^{-1}$。

在平均应力场 $\boldsymbol{\sigma}_0$ 作用下，假设孔隙为球形，且具有相同的尺寸，均匀分布在基体相中，代入相应参数，可得到连续相基体中的平均应力场：

$$\boldsymbol{\sigma}_1 = \boldsymbol{H}\boldsymbol{\sigma}_\infty \tag{8}$$

式中：$\boldsymbol{H} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Omega}_2 \boldsymbol{H}_2)^{-1} (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Omega}_1 \boldsymbol{H}_1)^{-1}$。

基于脆性材料的弹性假设，简单拉伸条件下，孔洞为球形时，孔隙边缘应力集中系数为 2，假设在 3 方向受拉，即 $\boldsymbol{\sigma}_\infty^{\mathrm{T}} = (0,0,\sigma_\infty,0,0,0)$，认为当外加应力场在孔洞边缘的最大主应力达到基体材料能够承受的极限应力（基体本征强度）σ_{th} 时，孔隙开裂，即当 $\sigma_\infty = \sigma_c$ 时，满足下列条件：

$$\sigma_{th} = \max(2H_{31}\sigma_c, 2H_{p31}\sigma_c) \tag{9}$$

得到的 σ_c 的值即为材料强度，其中，H_{31}、H_{p31} 分别为矩阵 $\boldsymbol{H}$、$\boldsymbol{H}_p$ 中的对应分量，这样，材料拉伸强度也可以记为

$$\sigma_c = \min\left(\frac{\sigma_{th}}{2H_{31}}, \frac{\sigma_{th}}{2H_{p31}}\right) \tag{10}$$

3　结果分析

3.1　孔隙开裂位置分析

如果将 H_{p31} 和 H_{31} 分别看作等效颗粒和等效基体的应力集中系数，显然，应力集中系数大的孔隙将首先开裂，由此决定材料的强度。不同均匀度下，随孔隙率增加，H_{p31}/H_{31} 的变化情况如图 3 所示。可以看出，等效基体中孔隙周围的应力集中程度始终会大于等效颗粒中稀疏分布孔隙的集中程度，也就是说，断裂始终是从等效基体中的孔隙开始的。

3.2　均匀度对材料强度的影响

假设材料中孔隙率分别为 1%、5%和 10%，定义无量纲量——名义强度 σ_n，$\sigma_n = \sigma_c/\sigma_{th}$，则材料名义强度与孔隙分布均匀度 h 的关系如图 4 所示。可以很明显地看出，当均匀度很小（$h \to 0$）时，即孔隙分布极为集中时，材料强度极低，均匀度越大，

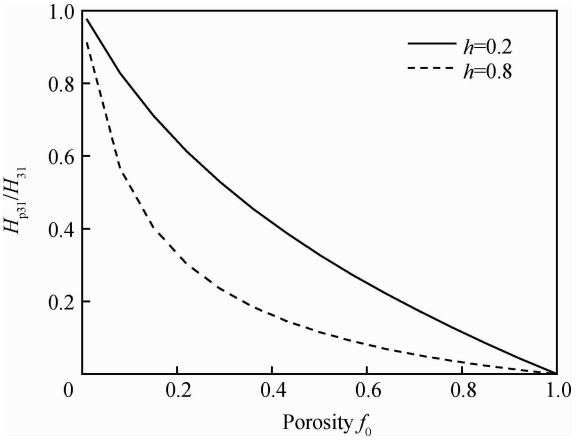


图 3　等效颗粒和等效基体的应力集中系数 H_{p31}/H_{31} 随孔隙体积含量的变化

Fig. 3　Variation of stress concentration proportion H_{p31}/H_{31} of effective particle and effective matrix with porosity volume content

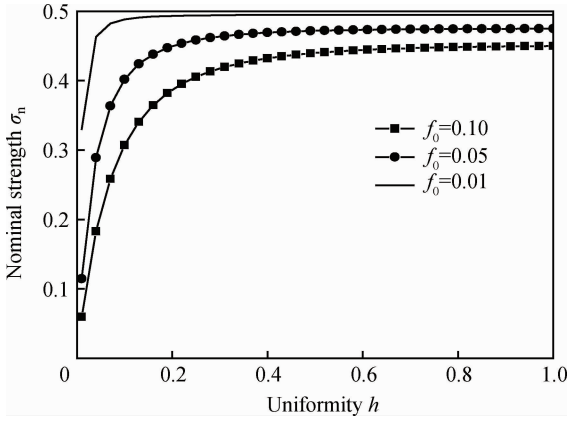


图 4　材料名义强度与孔隙分布均匀度 h 的关系

Fig. 4　Relationship between material nominal strength and uniformity h of pore distribution

强度值越大，表明孔隙的集中会造成较大的应力集中，并且在集中程度较高时表现（约低于 0.2）得极为明显，局部孔隙较高的集中程度却会造成强度的极大下降，因此材料制备应极力避免这种现象的发生，当均匀度大于 0.5 时，均匀度对强度的影响作用已经比较小了，尤其当孔隙率较低时基本可以忽略其影响。

3.3　孔隙率对材料强度的影响

假设均匀度 $h = 0.5$，材料名义强度与孔隙体积含量的关系如图 5 所示。可以看出，随着孔隙含量增加，强度值在孔隙含量较低时降低较快。

3.4　理论结果的实验验证

为进一步验证理论的正确性，将氧化铝陶瓷强度的计算结果与文献[8]中的实验结果进行比较，

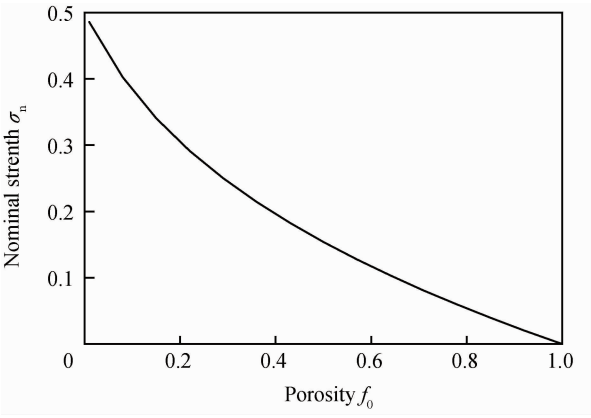


图 5　材料名义强度与孔隙体积含量的关系

Fig. 5　Relationship between material nominal strength and porosity volume content

结果如表 1 所示。其中，σ_{c0} 为文献[8]中的氧化铝陶瓷强度，孔隙分布的均匀度根据图像处理结果对比做了适度修正(图像处理得到的均匀度约为文献公布数据的 50%)，σ_c 为文献[8]中的致密度和均匀度计算得到的强度值。

表 1　氧化铝陶瓷强度的计算结果与文献[8]实验结果对比

Table 1　Strength comparison between calculation results and test data in Ref. [8] of alumina ceramics

Consistency/%	σ_{c0} /MPa	σ_c /MPa	Error/%
100.0	300	300	
97.4	257	264	2.7
94.6	228	223	2.2
91.9	175	199	13.7
88.2	162	176	8.6

由表 1 可见，预测结果与实验结果符合较好，说明本文模型能够在一定程度上反映孔隙分布不均匀对材料强度性能的影响规律，强度预测中考虑均匀度是很有必要的。计算结果偏小，可能是孔隙形状的不规则或图像处理的误差造成的。

4　结　论

(1)孔隙、杂质、颗粒在陶瓷基体介质中的分布通常不是完全均匀的，本文定义的均匀度 h 能够较为直观地表征材料细观结构不均匀程度，在此基础上提出了一种相对简便的确定均匀度的图像处理方法，在获得均匀度的同时还能够得到分布形态，在实验研究中有一定的实用价值。

(2)基于相互作用直推估计(IDD)法，根据图像处理结果分 2 个层次建立了材料强度模型，模型与孔隙尺度无关，能够反映材料强度与均匀度之间的函数关系，结果表明，孔隙分布的均匀度越小，材料强度越低，并且在均匀度约低于 0.2 时造成强度的剧烈降低，当均匀度大于 0.5 时，对材料强度的影响很小。

参考文献：

[1] Lorca J L, Orera V M. Directionally solidified eutectic ceramic oxides [J]. Progress in Materials Science, 2006, 51(6): 711-809.

[2] 吴　江，赵忠民，张　龙，等. 燃烧合成原位增韧氧化铝基复合陶瓷的显微结构与力学性能 [J]. 军械工程学院学报，2007, 19(4): 67-71.
Wu Jiang, Zhao Zhongmin, Zhang Long, et al. Microstructures and mechanical properties for in-situ toughening alumina matrix composite ceramics fabricated by combustion synthesis [J]. Journal of Ordnance Engineering College, 2007, 19(4): 67-71.

[3] 宋亚林，赵忠民，张　龙，等. 超重力对燃烧合成 $Al_2O_3/ZrO_2(4Y)$ 的影响 [J]. 稀有金属材料与工程，2009, 38(A02): 94-97.
Song Yalin, Zhao Zhongmin, Zhang Long, et al. Influences of high gravity on $Al_2O_3/ZrO_2(4Y)$ prepared by combustion synthesis [J]. Rare Metal Materials and Engineering, 2009, 38(A02): 94-97.

[4] Michael L P, Hugh A B. Pressureless sintering of particle-reinforced metal - ceramic composites for functionally graded materials: Part I. Porosity reduction models [J]. Acta Materialia, 2006, 54(6): 1457-1465.

[5] 李　斌，许庆彦，李旭东，等. Al - Si/SiCp 复合材料微观组织模拟及颗粒分布均匀性定量预测 [J]. 机械工程学报，2007, 43(1): 202-207.
Li Bin, Xu Qingyan, Li Xudong, et al. Microstructure simulation of Al - Si/SiCp composites and quantitative assessment of paticle distribution homogeneity [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(1): 202-207.

[6] Tsuji T, Ito A, Tanaka T. Multi-scale structure of clustering particles [J]. Powder Technology, 2008, 179(3): 115-125.

[7] Zhang T Q, Wang Y J, Zhou Y, et al. Effect of particle clustering on the effective modulus of ZrC/W composites [J]. International Journal of Refractory Metals & Hard Materials, 2009, 27(1): 14-19.

[8] Dorey R A, Yeomans J A, Smith P A. Effect of pore clustering on the mechanical properties of ceramics [J]. Journal of the European Ceramic Society, 2002, 22(4): 403-409.

[9] 薛侃时，王　滨，李　晋，等. 高锰奥氏体超低温钢低温脆断机制的研究 [J]. 机械工程学报，1998, 34(5): 1-6.

Xue Kanshi, Wang Bin, Li Jin, et al. Study on low temperature brittle fracture of high manganese austenitic cryogenic steels [J]. Journal of Mechanical Engineering, 1998, 34(5): 1-6.

[10] Li G Q, Zhao Y, Pang S S. Analytical modeling of particle size and cluster effects on particulate - filled composite [J]. Materials Science and Engineering, 1999, 271(1-2): 43-52.

[11] Estevez R, Maire E, Franciosi P, et al. Effect of particle clustering on the strengthening versus damage rivalry in particulate reinforced elastic plastic materials: A 3 - D analysis from a self-consistent modeling [J]. European Journal of Mechanics A-Solids, 1999, 18(5): 785-804.

[12] 付云伟, 刘协权, 倪新华, 等. 含固有缺陷复合材料有效弹性性能预报 [J]. 机械工程学报, 2012, 48(16): 46-51.
Fu Yunwei, Liu Xiequan, Ni Xinhua, et al. Effective elastic property prediction of ceramic composite with inherent defect [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(16): 46-51.

[13] 王志平, 程涛涛, 丁坤英. 颗粒致密度对 WC - 10Co - 4Cr 涂层性能的影响 [J]. 机械工程学报, 2011, 47(24): 63-68.
Wang Zhiping, Cheng Taotao, Ding Kunying. Effect of particle - density on the performance of WC - 10Co - 4Cr coating [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(24): 63-68.

[14] Zheng Q S, Du D X. An explicit and universally applicable estimate for the effective properties of multiphase composites which accounts for inclusion distribution [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2001, 49(11): 2765-2788.

[15] 马义德. 脉冲耦合神经网络与数字图像处理 [M]. 北京: 科学出版社, 2008: 190 - 200.
Ma Yide. Pulse coupled neural network and digital image processing [M]. Beijing: Science Press, 2008: 190 - 200.

[16] Mura T. Micromechanics of defects in solids [M]. 2nd ed. Lancaster: Martinus Nijhoff Publishers, 1987: 196.