复合材料学报
Acta Materiae Compositae Sinica
第31卷 第5期 10月 2014年
Vol. 31 No. 5 October 2014

文章编号：1000-3851(2014)05-1277-07

孔隙形状及孔隙率对多孔材料弹性性能的影响

沈 明，魏大盛*
（北京航空航天大学 能源与动力工程学院，北京 100191）

摘 要： 利用通用单胞法(GMC)计算了不同孔隙形状及孔隙率对多孔材料等效弹性参数的影响，计算中分别采用二维方形、圆形孔隙模型和三维立方体、球形孔隙模型模拟多孔材料。不同孔隙率下等效弹性参数的计算结果表明：不同孔隙形状下，多孔材料等效弹性参数随孔隙率增大的退化程度不同；通过对比二维简化模型与三维模型的差异，发现二维简化模型对多孔材料等效弹性参数的估算值偏低。进一步将GMC计算结果和已有文献实验结果进行比较，发现两者具有较高的吻合度。最后将GMC模型与有限元、经验模型进行对比，得出GMC模型的局限性。综合计算结果，GMC具有一定的计算精度，可应用于工程实际分析中。

关键词： 通用单胞法；多孔材料；孔隙形状；孔隙率；弹性性能
中图分类号： TB330.1 **文献标志码：** A

Influence of pore geometry and porosity on elastic properties of porous materials

SHEN Ming, WEI Dasheng*
(School of Energy and Power Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: The generalized method of cells(GMC)was used to study the influence of pore geometry and porosity on equivalent elastic parameters of porous materials. 2D models with square and circular pore geometry and 3D models with cubic and spherical pore geometry were used to simulate porous materials. The results of equivalent elastic parameters under different porosities show that different pore geometry affects the degradation of equivalent elastic parameters with increasing of porosity. The comparison of 2D and 3D models indicates that 2D models would underestimate equivalent elastic parameters of porous materials. Experimental data from existing literature were used to verify the accuracy of GMC prediction, and both are in good agreement. Finally, GMC results were compared with finite element and empirical model to obtain the limitation of GMC model. It can be summarized from all the calculations that GMC has certain accuracy and could be used in engineering analysis.

Keywords: generalized method of cells; porous materials; pore geometry; porosity; elastic properties

在航空航天领域，为了充分利用材料的性能，追求高比强度、高隔热性能，多孔材料越来越受到关注。例如蜂窝材料就是一种用途比较广泛的多孔材料，其孔隙率通常较高。通过控制不同的孔隙形状和孔隙率，可以得到特定的刚度、强度以及热导率，并且多孔材料的孔隙能在发生失效时阻止裂纹的扩展。目前航天飞行器表面的热防护材料多为多孔材料，它们除了满足隔热要求之外，还要承受一定的气动载荷，研究多孔材料的力学性能可以为其设计提供一定的参考。本文研究重点是多孔材料的孔隙形状及孔隙率对其力学性能的影响。

人们对多孔材料的结构、制备方法、物理、力学性能及用途做了大量的分析研究，其方法包括理论分析、实验研究和计算机模拟等多个方面。Gibson等较早对多孔材料进行了力学性能研究，他们计算了六边形蜂窝材料在互相垂直的两个方向加载时的弹性模量和泊松比，并导出了屈服应力的表达式[1]。之后还得出了三维蜂窝材料的弹性模量、坍

收稿日期： 2013-08-13；**录用日期：** 2013-11-27；**网络出版时间：** 2013-12-27 16:12
网络出版地址： www.cnki.net/kcms/detail/11.1801.TB.20131227.1612.003.html
通讯作者： 魏大盛，博士，副教授，研究方向为高温复合材料及其结构强度及寿命分析。 E-mail: dasheng.w@163.com

引用格式：沈 明，魏大盛. 孔隙形状及孔隙率对多孔材料弹性性能的影响[J]. 复合材料学报，2014，31(5)：1277-1283. Shen Ming, Wei Dasheng. Influence of pore geometry and porosity on elastic properties of porous materials [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2014, 31(5): 1277-1283.

塌强度的表达式[2]。他们在文献[3]中对蜂窝状多孔材料各方面的研究进行了系统的概括和总结。Nemat－Nasser 和 Taya[4]研究了球形孔隙材料的弹性性能，Chu 和 Hashin[5]研究了多孔钢的弹塑性响应。Aboudi[6]利用单胞法(Original Method of Cells)获得了由理想弹塑性基体组成的多孔材料的力学特性。以上关于多孔材料的研究都集中于球形孔隙，之后 Herakovich 和 Baxter[7]利用通用单胞法(Generalized Method of Cells，GMC)分析了孔隙形状及孔隙率对多孔介质弹塑性响应的影响。Herakovich 和 Baxter 就 3 维 GMC 模型的立方体、十字、球形 3 种孔隙形状进行了分析，而在有限元和理论分析中，通常会将多孔材料简化为二维模型进行分析。

本文将利用 GMC 方法对此种简化的准确性进行讨论，计算并分析二维 GMC 模型具有方形、圆形孔隙时与三维 GMC 模型具有立方体、球形孔隙时多孔材料等效弹性参数计算结果的异同。并将 GMC 方法的计算结果同实验结果、有限元和经验模型计算结果进行比较，验证了 GMC 方法在多孔材料宏观力学性能计算上的准确性，可为多孔材料/结构的设计提供参考。

1　通用单胞法简介

通用单胞法是一种基于均匀化理论的用于计算周期性复合材料代表性体元力学性能的高效算法，通过通用单胞法不仅可以直接获得单胞的等效弹性参数，而且还能计算复合材料在不同载荷下的弹塑性响应。GMC 方法将复合材料的单胞划分为多个方形的子胞，如图 1 所示。

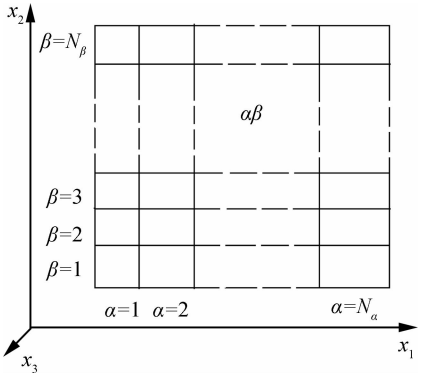

图 1　二维通用单胞法(GMC)模型

Fig. 1　2D model of generalized method of cells (GMC)

二维 GMC 单胞由 $N_\alpha \times N_\beta$ 个子胞组成，而三维 GMC 单胞在 x_3 方向上再划分出 N_γ 个子胞，共有 $N_\alpha \times N_\beta \times N_\gamma$ 个子胞。每个子胞可以填充任意一种弹塑性材料，子胞本构可以表达为

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{I}}) \tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{\sigma}$ 为应力；$\boldsymbol{\varepsilon}$ 和 $\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{I}}$ 分别为总应变和塑性应变；$\boldsymbol{C}$ 为子胞的弹性刚度矩阵。

当利用 GMC 单胞模型分析孔隙材料时，其方法是将孔隙等效为一种各向同性材料，并为处于孔隙区域的子胞定义极小的弹性模量 E 以及较大的泊松比 ν，这样能确保一个极小的剪切模量 $G = \dfrac{E}{2(1+\nu)}$。

通用单胞法的基本过程可参考文献[6]，主要由以下 4 步组成：

(1)代表性体积单元(单胞)的确定。

(2)宏观应力应变与微观应力应变关系的确立，根据图 1 所示的二维情况，可以得到：

$$\begin{cases} \bar{\boldsymbol{\sigma}} = \dfrac{1}{dh}\displaystyle\sum_{\beta=1}^{N_\beta}\sum_{\alpha=1}^{N_\alpha} d_\alpha h_\beta \bar{\boldsymbol{\sigma}}^{(\alpha\beta)} \\ \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dfrac{1}{dh}\displaystyle\sum_{\beta=1}^{N_\beta}\sum_{\alpha=1}^{N_\alpha} d_\alpha h_\beta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(\alpha\beta)} \end{cases} \tag{2}$$

式中：$d = \displaystyle\sum_{\alpha=1}^{N_\alpha} d_\alpha$；$h = \displaystyle\sum_{\beta=1}^{N_\beta} h_\beta$；$\bar{\boldsymbol{\sigma}}^{(\alpha\beta)}$ 和 $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(\alpha\beta)}$ 分别为子胞 $(\alpha\beta)$ 的平均应力应变。

(3)利用子胞界面之间以及单胞界面之间的平均位移和平均力的连续条件建立未知量的方程。原先的 GMC 方法采用子胞平均应变为未知量，而后 Pindera 和 Bednarcyk[8]提出了利用子胞平均应力作为未知量的高效 GMC 方法，大大减少了所需方程的数量，本文即采用此种方法。子胞中的应变可以由宏观应变以及子胞内塑性应变确定，

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(\alpha\beta)} = \boldsymbol{A}^{(\alpha\beta)}\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + \boldsymbol{D}^{(\alpha\beta)}\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{I}} \tag{3}$$

式中：$\boldsymbol{A}^{(\alpha\beta)}$ 和 $\boldsymbol{D}^{(\alpha\beta)}$ 为相应的集中系数矩阵；$\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{I}}$ 为所有 subcell 塑性应变组成的列向量。

(4)复合材料宏观本构的形成。宏观本构可以表示为

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{B}^{*}(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} - \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathrm{I}}) \tag{4}$$

式中：$\boldsymbol{B}^{*}$ 代表复合材料的等效刚度矩阵，其表达式为

$$\boldsymbol{B}^{*} = \frac{1}{dh}\sum_{\beta=1}^{N_\beta}\sum_{\alpha=1}^{N_\alpha} d_\alpha h_\beta \boldsymbol{C}^{(\alpha\beta)}\boldsymbol{A}^{(\alpha\beta)} \tag{5}$$

根据上述方法编写通用的 GMC 计算程序，实现后续计算分析。

2　孔隙形状

GMC 方法可以在一定程度上模拟孔隙几何形状对多孔材料的影响。通常研究多孔材料性质时考虑两方面的因素：(1)当孔隙形状一定时，多孔材料特性随孔隙率的变化；(2)孔隙率一定时，不同孔隙形状对材料特性的影响。本文主要考虑两种孔隙形状，即球形与立方体。在采用有限元模拟多孔材料时，通常会为了简化而选择二维模型。但利用 GMC 方法，可以以几乎同等的代价(建模和计算效率)获得二维和三维模型的计算结果。故本文将同时计算 GMC 二维和三维模型的结果，并比较二者差别。当采用 GMC 二维模型时，孔隙形状退化为圆形和正方形。需要注意的是，特定孔隙形状有其孔隙率适用范围，当孔隙率大于一定值时，将使得孔隙超越单胞边界，这在周期材料的宏观上表现为材料的不连续，故而应避免此种情况。

(1)方形和立方体孔隙

GMC 方形孔隙(二维)和立方体孔隙(三维)单胞模型如图 2 所示。为了便于讨论，令 GMC 单胞模型的总长度为 1，则在方形孔隙二维模型中，孔隙率为

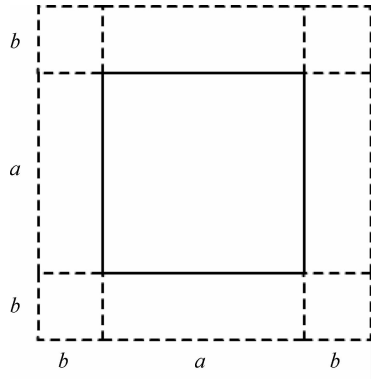

图 2　多孔材料方形孔隙和立方体孔隙 GMC 模型

Fig. 2　GMC models of porous materials with square pore and cube pore

$$P_{\mathrm{suq}} = a^2 \tag{6}$$

方形孔隙率的变化范围为 $0 < P_{\mathrm{suq}} < 1$。立方体形孔隙模型的孔隙率可以表示为

$$P_{\mathrm{cub}} = a^3 \tag{7}$$

同样可以得到三维立方体孔隙模型中孔隙率的变化范围为 $0 < P_{\mathrm{cub}} < 1$。

(2)圆形和球形孔隙

利用 GMC 单胞模型模拟圆形和球形孔隙存在一定程度的近似，但 Wilt[9] 的计算说明了 GMC 单胞模型在微观结构上与实际模型的差别并不影响其在宏观尺度计算上的准确性。GMC 圆形孔隙和球形孔隙单胞模型如图 3 所示。令单胞总长度为 1，则圆形孔隙模型的孔隙率为

$$P_{\mathrm{cir}} = 52a^2 \tag{8}$$

式中：$a < 1/8$，故而在球形孔隙三维模型中孔隙率的范围为 $0 < P_{\mathrm{cir}} < 0.812\ 5$。

球形孔隙模型的孔隙率为

$$P_{\mathrm{sph}} = 312a^3 \tag{9}$$

式中：$a < 1/8$，故而在球形孔隙三维模型中孔隙率的范围为 $0 < P_{\mathrm{sph}} < 0.609\ 4$。

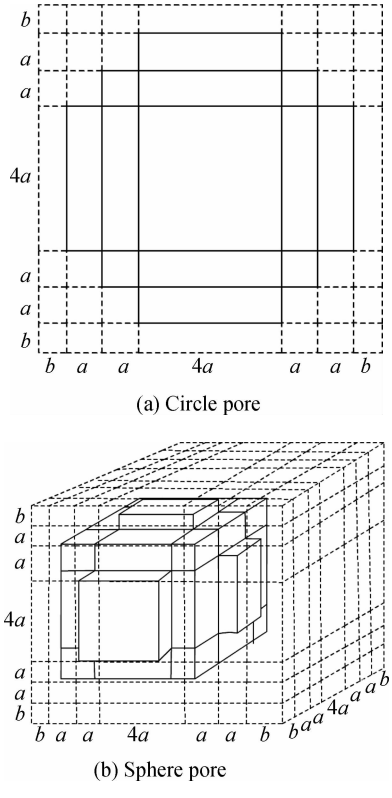

图 3　多孔材料圆形孔隙和球形孔隙 GMC 模型

Fig. 3　GMC models of porous materials with circle pore and sphere pore

3　计算结果与讨论

3.1　GMC 计算结果与实验结果的比较

采用的试验数据来自文献[10－11]，试验中采用了弯曲、拉伸、扭转、静水压力等测试手段，实验数据的获得来自于光偏转、应变片等测量方式，同时实验者基于各向同性假设，获得结果数据。在利用实验数据进行分析时，需要考虑上述实验假设和方式可能产生的误差。在采用 GMC 计算时，应使得孔隙区域的弹性模量和剪切模量都极小，此处令孔隙区域的弹性模量为 0.001 MPa，剪切模量为 0.000 4 MPa，泊松比为 0.25，在后续计算中，孔隙区域均采用此弹性参数。计算对象 1 为多孔氧化铝(Al_2O_3)，氧化铝材料参数为：E=386 GPa，G=162 GPa，以及泊松比 ν=0.19。

采用 GMC 方法，计算得到二维方形、圆形孔隙和三维立方体、球形孔隙多孔材料等效弹性参数随孔隙率的变化规律如图 4 所示。其中三维 GMC模型的弹性模量及剪切模量为直接计算得到；二维模型则首先计算二维平面内的弹性模量及泊松比，然后利用各向同性材料的弹性参数关系 $G=E/2(1+\nu)$ 得到剪切模量。从图中可以看出，多孔材料的等效弹性参数随着孔隙率的增加而减小，并且孔隙形状影响弹性参数的退化过程。不管是二维还是三维模型，圆形(球形)孔隙材料的退化程度要高于方形(立方体)孔隙。并且在同一孔隙率下，二维模型的计算结果要小于三维模型。这表明采用二维 GMC 简化模型计算多孔材料弹性参数得到的结果将偏小。

Coble 和 Kingery[10] 通过实验测定了不同孔隙率多孔氧化铝材料的弹性参数，计算结果与实验结果的比较参见图 5。从图 5(a)中弹性模量的比较中可以看出：当孔隙率较小时，三维立方体孔隙模型与实验数据最接近；当孔隙率较大时，二维圆形孔隙模型与实验数据最接近。但综合整个变化过程，与实验数据吻合最好的为三维球形孔隙模型。图 5(b)中三维球形孔隙模型预测的剪切模量相比实验

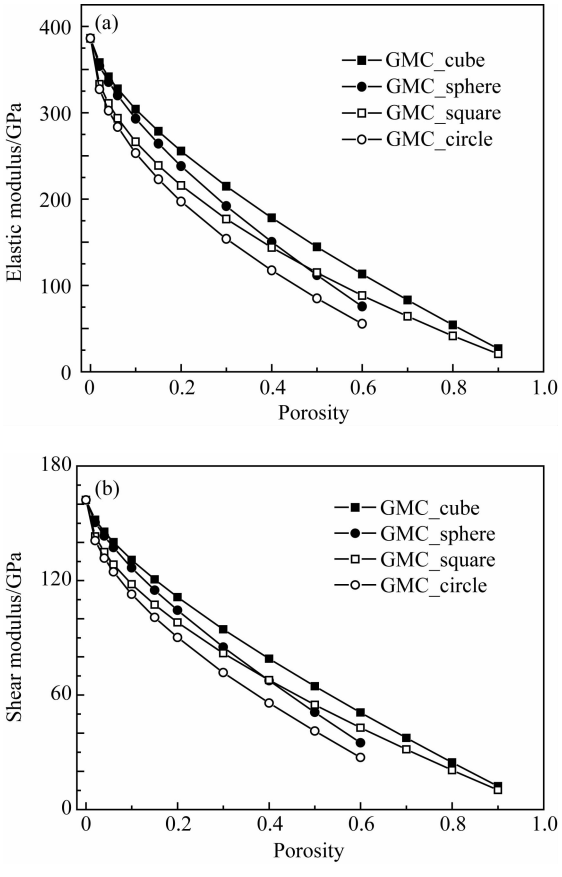

图 4　多孔材料中孔隙率对二维及三维 GMC 模型等效弹性模量和剪切模量的影响

Fig. 4　Influence of porosity on equivalent elastic modulus and shear modulus calculated by 2D and 3D GMC models

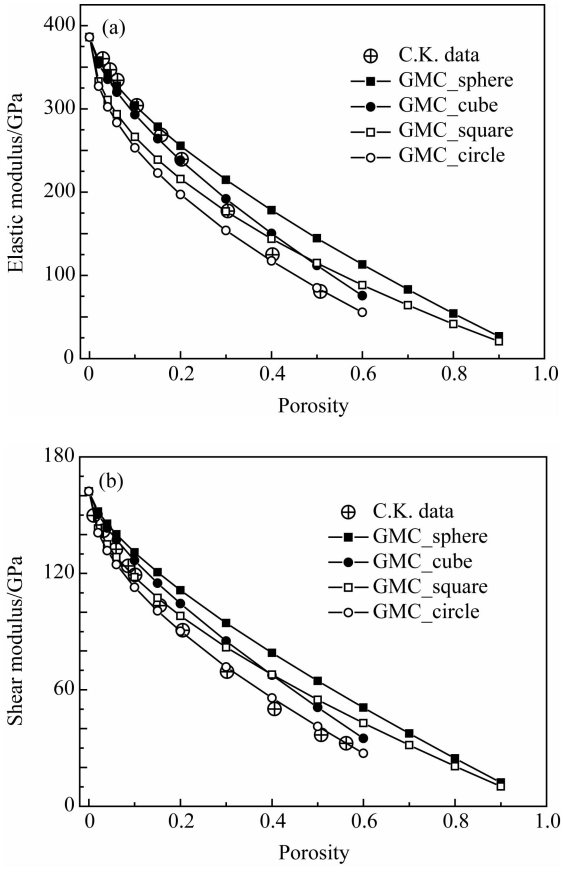

图 5　多孔氧化铝弹性模量和剪切模量实验与 GMC 模型的比较

Fig. 5　Comparison of elastic modulus and shear modulus of porous Al_2O_3 between experiment and GMC model

数据偏高，而二维圆形孔隙模型与实验值最为接近。实际 Coble 和 Kingery 采用的实验件在低孔隙率下，孔隙能保持较好的形状（偏圆形或椭圆）；当孔隙率较大（30%以上）时，孔隙则无法保持特定的形状。综合考虑实验过程中的可能的误差因素，本文认为三维球形孔隙模型与实际情况符合最好。

计算对象 2 为多孔玻璃试件，玻璃基体的弹性模量为 75 GPa，泊松比为 0.23。文献[11]中 Walsh 等对多孔玻璃试件进行了静水压力测试，获得了不同孔隙率下多孔玻璃材料的体积模量。Walsh 还检测了多孔玻璃试件中孔隙的形状，发现基本呈现球形及椭球形。采用 GMC 三维球形模型的计算结果与 Walsh 实验数据的比较如图 6 所示，GMC 的预测结果与实验数据接近。然而三维球形模型低估了多孔玻璃试件的体积模量，这可能与试件中存在椭球形孔隙相关。

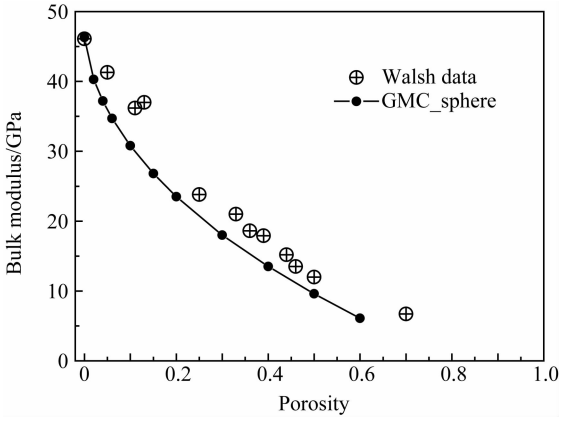

图 6　多孔玻璃体积模量实验与 GMC 模型的比较

Fig. 6　Comparison of bulk modulus of porous glass between experiment and GMC model

3.2　GMC 计算结果与有限元的比较

有限元方法被很多学者用于计算周期性材料的等效弹性参数，被证明具有很好的适用性。本文利用通用有限元软件 ABAQUS 建立二维方形、圆形孔隙及三维立方体、球形孔隙模型，基于周期性边界条件的假设，计算多孔氧化铝的等效弹性参数，同时考察 GMC 模型的计算结果与有限元结果之间的差异。其中三维孔隙网格模型的剖面如图 7 所示。为了施加周期性边界条件，在划分网格时注意使单胞对应面的网格节点一一对应，然后通过编写脚本程序来实现。

分别计算方形和立方体孔隙模型 0%、10%、30%、50%和 70%孔隙率下，圆形和球形孔隙模型 0%、10%、30%、50%孔隙率下的等效弹性参数。首先将有限元计算得到的三维模型结果和二维模型比较，如图 8 所示。从图中可以看出，在同一孔隙率和同种孔隙形状条件下，二维简化模型计算得到的弹性模量小于三维模型，这与 3.1 节中 GMC 方法的计算得到的结论一致。表明利用二维简化模型计算多孔材料等效弹性模量时，孔隙截面退化为二维平面形状导致计算结果会与实际情况产生误差，具体为放大了孔隙的影响，使得材料的等效性能偏小。

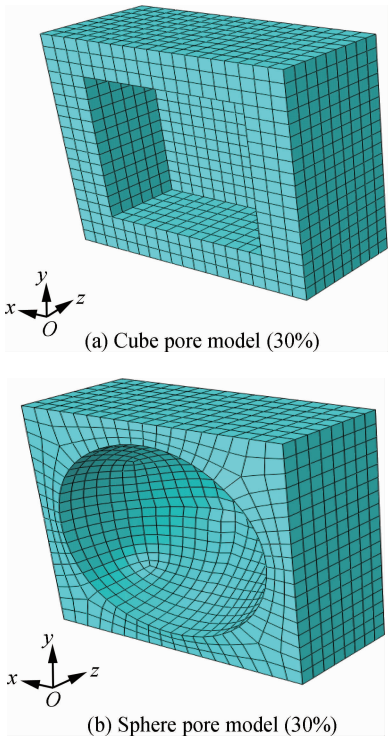

图 7　多孔材料（30%）立方体和球形孔隙模型剖面图

Fig. 7　Profiles of cube pore and sphere pore models of porous materials (30%)

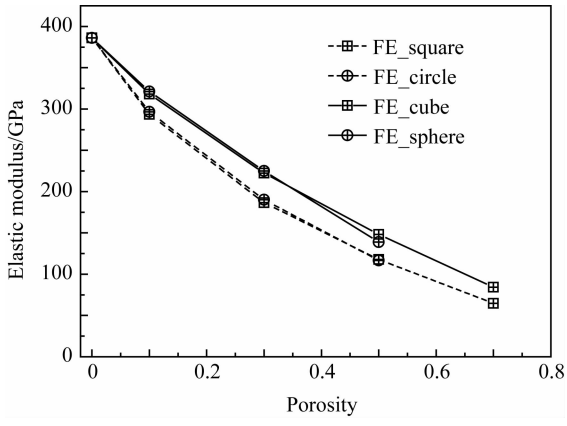

图 8　二维与三维有限元模型计算多孔材料弹性模量比较

Fig. 8　Comparison of calculated elastic modulus of porous materials between 2D and 3D finite element model

图 9 比较了三维有限元和三维 GMC 模型的计算结果，表明：有限元计算的立方体和球形孔隙模型之间的差距较小，且弹性模量随孔隙率的变化曲线与 GMC 立方体孔隙模型接近；而剪切模量随孔隙率的变化曲线与 GMC 球形孔隙模型接近。图 10 为二维有限元与二维 GMC 模型的弹性模量随孔隙率的变化曲线，其变化规律与三维模型相同。由于二维有限元模型缺少立体上的支撑，产生类似于平行四边形的效果导致剪切模量计算的误差，故此处仅列出二维模型的弹性模量。值得注意的是，有限元计算结果表明：当孔隙率较小时球形(圆形)孔隙模型的等效弹性参数要大于立方体形(方形)孔隙模型；当孔隙率较大时则相反。两条曲线的交点在孔隙率 30%～50%之间。这与 GMC 模型计算的球形(圆形)孔隙模型等效弹性参数一直小于立方体(方形)孔隙模型有所不同，这可能是GMC模型在

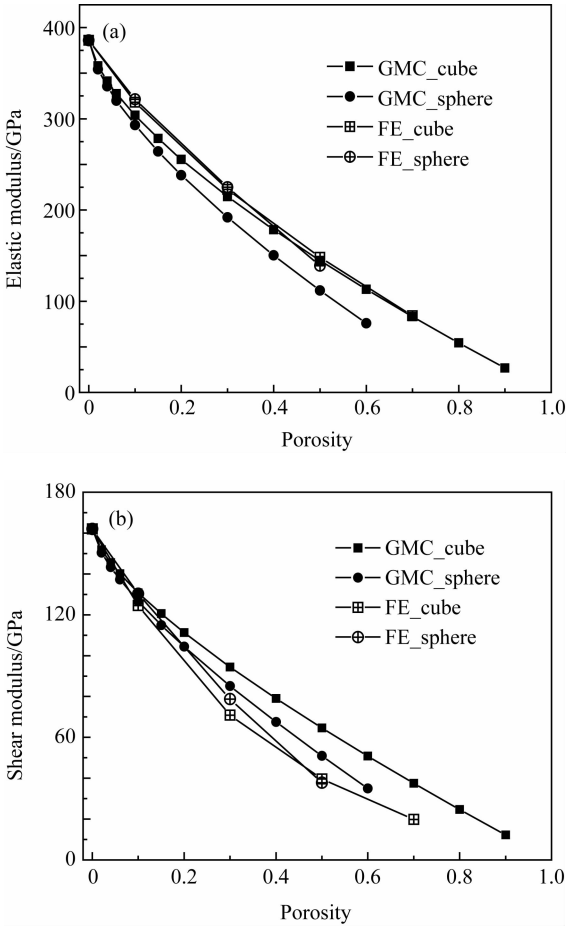

图 9　有限元与 GMC 三维模型计算多孔材料弹性模量和剪切模量比较

Fig. 9　Comparison of calculated elastic modulus and shear modulus of porous materials between 3D finite element model and GMC model

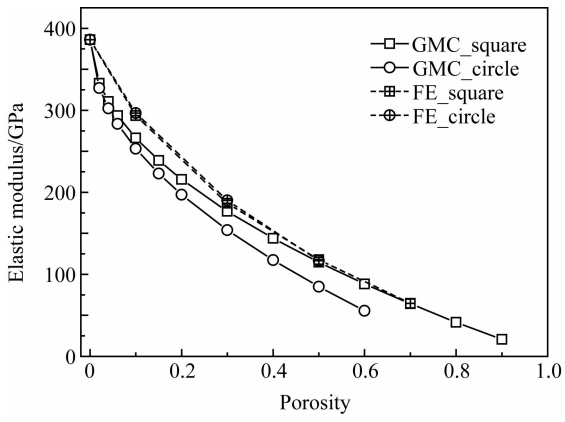

图 10　有限元与 GMC 二维模型计算多孔材料弹性模量比较

Fig. 10　Comparison of calculated elastic modulus of porous materials between finite element model and 2D GMC model

理论以及单胞几何上的一些简化假设导致无法准确模拟该种现象。

3.3　GMC 计算结果与经验模型的比较

此处选取 Rice 的 MSA(Minimum Solid Area Model)模型与 GMC 计算的结果进行比较。Rice[12]将多孔材料的等效弹性参数与载荷方向上的最小面积联系起来，即多孔材料的等效弹性参数 M^* 与基体弹性参数 M_0 的比值等于单位长度单胞中，基体的最小截面面积(MSA)。即

$$M^*/M_0 = \mathrm{MSA} \tag{10}$$

由于在 GMC 模型中明确定义了孔隙和基体的微观结构，故可以直接得到它们的最小截面面积。

二维方形孔隙模型：最大孔隙长度为 a，最小截面面积为 $1-a$，根据 $P=a^2$ 得到

$$\mathrm{MSA}_{\mathrm{squ}} = 1 - P^{1/2} \tag{11}$$

三维立方体孔隙模型：最大孔隙面积为 a^2，最小截面面积为 $1-a^2$，根据 $P=a^3$ 得到

$$\mathrm{MSA}_{\mathrm{cub}} = 1 - P^{2/3} \tag{12}$$

二维圆形孔隙模型：最大孔隙长度为 $8a$，最小截面面积为 $1-8a$，根据 $P=52a^2$ 得到

$$\mathrm{MSA}_{\mathrm{cir}} = 1 - 1.11P^{1/2} \tag{13}$$

三维球形孔隙模型：最大孔隙面积为 $52a^2$，最小截面面积为 $1-52a^2$，根据 $P=312a^3$ 得到

$$\mathrm{MSA}_{\mathrm{sph}} = 1 - 1.13P^{2/3} \tag{14}$$

可以看出：在相同孔隙率下，二维模型的最小截面积小于相应的三维模型，这与之前 GMC 的计算结果所得到的结论相吻合。图 11 表明基于最小截面的经验模型得到的结果与 GMC 模型计算结果几乎相同，这与 GMC 方法利用多孔材料单胞的几何特性以及平均应力连续条件来计算等效弹性参数

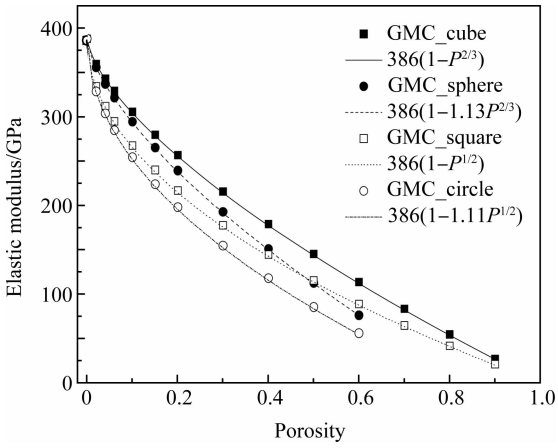

图 11　GMC 与 MSA 模型计算多孔材料弹性模量比较

Fig. 11　Comparison of calculated elastic modulus of porous materials between GMC and MSA model

的原理具有一致性。然而由于 GMC 方法在计算等效弹性参数时依赖于单胞几何的最小截面积，故而无法体现出有限元模型中等效弹性参数在不同孔隙形状下随孔隙率的变化规律。

4　结　论

通过利用 GMC 二维方形、圆形孔隙模型和三维立方体、球形孔隙模型计算了不同孔隙形状及孔隙率对多孔材料等效弹性参数的影响。并将 GMC 计算结果同实验数据、有限元结果和经验模型计算结果比较，得出以下主要结论：

(1)不同孔隙形状将对多孔材料等效弹性参数的结果存在一定影响，当孔隙率较大时，GMC 能准确模拟出球形孔隙与立方体孔隙之间的差异；但当孔隙率较小时，GMC 得到的结果与有限元结果有所不同，可能与 GMC 理论的某些简化有关。

(2)GMC 模型和有限元的计算结果均表明，在相同孔隙率及孔隙形状下，与三维模型相比，二维简化模型等效弹性参数的计算结果偏小。

(3)MSA 经验模型与 GMC 模型计算结果吻合度很高，这是因为其与 GMC 方法利用单胞几何特性以及平均应力连续性条件来计算等效弹性参数的原理具有一定的相似性。

参考文献：

[1] Gibson L J, Ashby M F, Schajer G S, et al. The mechanics of two-dimensional cellular materials[J]. Proceedings of the Royal Society of London, Series A: Mathematical and Physical Sciences, 1982, 382(1782): 25-42.

[2] Gibson L J, Ashby M F. The mechanics of three-dimensional cellular materials[J]. Proceedings of the Royal Society of London, Series A: Mathematical and Physical Sciences, 1982, 382(1782): 43-59.

[3] Gibson L J, Ashby M F. Cellular solids: structures & properties [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1997: 77-90.

[4] Nemat-Nasser S, Taya M. On effective module of an elastic body containing periodically distributed voids [J]. Quarterly of Applied Mathematics, 1981, 39(1): 43-59.

[5] Chu T Y, Hashin Z. Plastic behavior of composites and porous media under isotropic stress [J]. International Journal of Engineering Science, 1971, 9(10): 971-994.

[6] Aboudi J. Micromechanical analysis of thermo-inelastic multiphase short-fiber composites [J]. Composites Engineering, 1995, 5(7): 839-850.

[7] Herakovich C T, Baxter S C. Influence of pore geometry on the effective response of porous media [J]. Journal of Materials Science, 1999, 34(7): 1595-1609.

[8] Pindera M J, Bednarcyk B A. An efficient implementation of the generalized method of cells for unidirectional, multi-phased composites with complex microstructures [J]. Composites Part B: Engineering, 1999, 30(1): 87-105.

[9] Wilt T E. On the finite element implementation of the generalized method of cells micromechanics constitutive model, NASA/CR-195451 [R]. Ohio: Lewis Research Center, 1995.

[10] Coble R L, Kingery W D. Effect of porosity on physical properties of sintered alumina [J]. Journal of the American Ceramic Society, 1956, 39(11): 377-385.

[11] Walsh J B, Brace W F, England A W. Effect of porosity on compressibility of glass [J]. Journal of the American Ceramic Society, 1965, 48(12): 605-608.

[12] Rice R W. Evaluation and extension of physical property-porosity models based on minimum solid area [J]. Journal of Materials Science, 1996, 31(1): 102-118.