复合材料学报 第31卷 第4期 8月 2014年
Acta Materiae Compositae Sinica Vol. 31 No. 4 August 2014

文章编号：1000-3851(2014)04-1013-09

基于应变能耗散的复合材料层合板面内缺口强度分析CDM模型

吴义韬[1]，姚卫星[*2]，吴富强[1]，沈浩杰[1]
(1. 南京航空航天大学 飞行器先进设计技术国防重点学科实验室，南京 210016；
2. 南京航空航天大学 机械结构力学及控制国家重点实验室，南京 210016)

摘　要： 基于伴随能量释放的渐进损伤演化思想，建立了复合材料层合板面内失效分析的连续介质损伤力学(CDM)分析模型，该模型包含损伤表征、损伤起始判定和损伤演化法则3个方面。基于CDM模型，通过引入损伤状态变量表征损伤，建立了平面应力状态下的材料损伤本构模型。采用损伤参量 f_E 改写Hashin准则，以判定损伤的起始。损伤演化由特征长度内的应变能释放密度控制，建立了损伤状态变量关于等效应变的渐进损伤演化法则。模型中还同时考虑了面内剪切非线性和网格敏感性，并进行了对比分析。对含缺口的 $[90/0/\pm45]_{3s}$ 和 $[(\pm\theta)_4]_s$ 2类典型复合材料层合板的面内拉伸失效进行了分析，结果表明，本文中的模型能有效预测复合材料层合板的面内拉伸强度。

关键词： 复合材料；渐进损伤演化；拉伸强度；剪切非线性；网格敏感性
中图分类号： TB330.1；V258$^+$.3　　**文献标志码：** A

CDM model for analyzing intralaminar strength of notched composite laminates based on the dissipation of strain energy

WU Yitao[1], YAO Weixing[*2], WU Fuqiang[1], SHEN Haojie[1]
(1. Key Laboratory of Fundamental Science for National Defense-Advanced Design Technology of Flight Vehicle, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China; 2. State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Based on the viewpoint of progressive damage evolution with energy realease, a continuum damage mechanics (CDM) model, including damage description, damage initiation criterion and damage evolution law, was proposed for intralaminar failure analysis of composite laminates. Based on the CDM model, the damage constitutive of material in plane stress condition was established by introducing damage state variables which characterize corresponding damage. The damage initiation was estimated by using rewritten Hashin's criteria, which was expressed with damage parameter f_E. The damage evolution was controlled by the density of strain energy release within the characteristic length. The progressive damage evolution law associating damage state variables with equivalent strain was established. Intralaminar shear nonlinearity and mesh sensitivity were also taken into accounts in the model and analyzed comparatively. Failure analysis of notched $[90/0/\pm45]_{3s}$ and $[(\pm\theta)_4]_s$ composite laminates under intralaminar tensile load was implemented, and the result shows that the present model is capable of predicting the intralaminar tensile strength of composite laminates.

收稿日期： 2013-07-05；**录用日期：** 2013-10-25；**网络出版时间：** 2013-11-29 10:52
网络出版地址： www.cnki.net/kcms/detail/11.1801.TB.20131129.1052.011.html
基金项目： 国家自然科学基金(11202098)；教育部长江学者创新团队项目(IRT0968)；江苏高校优势学科建设工程资助项目
通讯作者： 姚卫星，博士，教授，研究方向为飞行器综合设计和结构设计理论。 E-mail：wxyao@nuaa.edu.cn

引用格式：吴义韬，姚卫星，吴富强，等. 基于应变能耗散的复合材料层合板面内缺口强度分析CDM模型[J]. 复合材料学报，2014，31(4)：1013-1021. Wu Yitao, Yao Weixing, Wu Fuqiang, et al. CDM model for analyzing intralaminar strength of notched composite laminates based on the dissipation of strain energy [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2014, 31(4): 1013-1021.

Keywords: composites; progressive damage evolution; tensile strength; shear nonlinearity; mesh sensitivity

与金属材料相比，复合材料比强度大、比模量高且具有可设计性，在航空航天领域被广泛应用[1]。由于复合材料具有各向异性、铺层形式灵活性和损伤模式多样性，复合材料层合板强度预测一直是学术界和工程界关注的热点和难点。复合材料工程结构不可避免地会出现各种缺口，缺口对复合材料结构的力学性能影响尤为敏感，其存在会明显降低结构强度[2]。因此，开展含缺口复合材料损伤破坏的规律研究和强度预测具有重要的工程意义。

含孔复合材料层合板强度的预测研究主要有特征距离法和渐进损伤分析法[2]。在特征距离法中，Whitney 和 Nuismer[3] 提出了点应力准则法和平均应力准则法，该方法避开了孔边区域非线性渐进损伤分析，但特征距离的长度与铺层形式有关，需结合试验确定。笔者课题组[4]提出了应力场强法，认为损伤程度应由缺口附件的应力应变场来衡量，该方法考虑损伤区域内应力应变梯度，是点应力准则法和平均应力准则法的统一与扩展，但场径的确定亦是一个与材料相关的常数。在渐进失效分析中，早期的研究者采用唯象分析法，即在损伤发生后，对材料属性(模量和泊松比)进行直接折减或者直接建立折减系数关于单层应力应变的衰减模型[5-8]。由于折减系数多为经验数据，因而随意性强，且不恰当的折减系数易造成刚度矩阵计算的奇异性。鲁国富等[9]选择 3 个不同折减系数进行对比分析，结果表明不同折减系数计算得到的预测值相差很大。

近年来，连续介质损伤力学(CDM)被逐渐应用于含孔复合材料层合板渐进失效分析中，且获得了不错的预测效果。其中，Matzenmiller 等[10]建立了一个适合于弹脆性纤维增强复合材料的各向异性连续损伤模型，引入 5 个状态变量描述不同损伤模式，提出了损伤状态变量的指数型表达公式。Maimí 等[11]从材料的 Gibbs 自由能密度出发，理论推导了含面内损伤的复合材料二维损伤本构，对开孔结构拉伸下的失效过程进行了数值模拟。在 Lapczyk 和 Hurtado[12]、Falzon 和 Apruzzese[13-14] 的面内渐进失效分析模型中，损伤的演化都基于应变能释放率进行，分别建立了损伤状态变量关于等效位移[12]和断裂面上应变[13-14]的函数。李沛城等[15]基于 CDM 方法对含开口层合板拉伸进行了强度预测，其损伤演化模型采用的是 Linde 等[16]的指数型表达式。王跃全等[17]在损伤刚度矩阵中引入损伤状态变量，但所采用的损伤状态变量值是预先设定的常数。

复合材料损伤演化的过程是一个应变能耗散的过程。伴随着能量释放，损伤渐进增加，当释放的能量等于材料的断裂能时意味着材料完全失效。因而，损伤过程中能量释放可作为材料损伤程度的度量。基于此分析，本文在连续介质损伤力学的基础上建立了一个新的复合材料损伤渐进演化分析模型。模型能够区分面内损伤的 4 种模式，模拟面内损伤起始与渐进演化过程。模型同时还考虑了网格尺度的敏感性和面内剪切的非线性。编写了 ABAQUS 用户子程序 UMAT，并完成了含中心圆孔的两类典型叠层层合板面内拉伸失效分析。

1　渐进失效分析的 CDM 模型

1.1　分析流程

有限元模拟复合材料损伤失效过程采用载荷增量逐级加载、损伤渐进演化的策略，分析流程如图 1所示。流程包含了 3 个方面：损伤表征、损伤起始判定和损伤演化。损伤通过引入损伤状态变量表征，建立当前损伤状态下含损伤材料的本构。损伤是否发生由区分失效模式的损伤起始判据判定。损伤起始发生后，损伤演化基于损伤过程中应变能释放进行，其演化程度对应损伤状态变量的值。

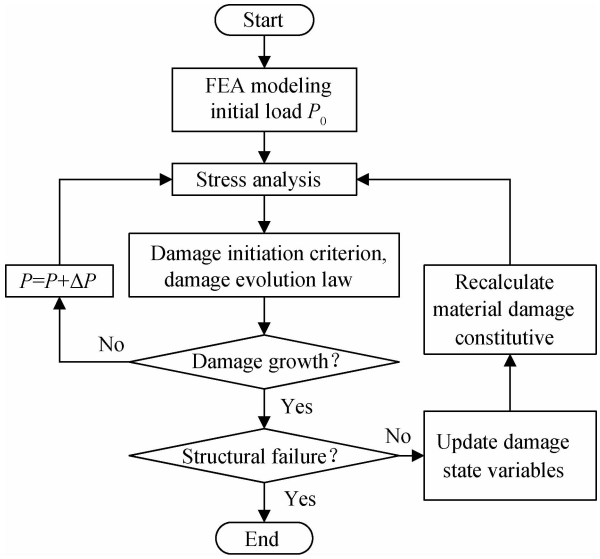

图 1　基于 CDM 模型的复合材料渐进损伤分析流程

Fig. 1　Progressive damage analysis flowchart based on CDM model for composites

1.2 损伤本构

对于正交各向异性材料，损伤出现后，引入损伤因子张量，建立损伤主轴系下有效应力 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ 与表观应力 $\boldsymbol{\sigma}$ 的关系：

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{M}(\boldsymbol{D})\boldsymbol{\sigma} \tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{D})$ 为损伤因子张量。平面应力状态下，假定损伤主轴和材料主轴重合，$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{D})$ 的矩阵形式可表示为[12]

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{D}) = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{1-d_{\mathrm{F}}} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{1-d_{\mathrm{M}}} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{1}{1-d_{\mathrm{S}}} \end{bmatrix} \tag{2}$$

式中：d_{F} 和 d_{M} 分别为与纤维损伤模式和与基体损伤模式对应的损伤状态变量；d_{S} 对应面内剪切模量 G_{12} 的损伤状态变量，$d_{\mathrm{S}} = 1-(1-d_{\mathrm{F}})(1-d_{\mathrm{M}})$ 。

材料损伤本构用表观应力 $\boldsymbol{\sigma}$ 和有效应力 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ 分别表示为

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{S}^{\mathrm{d}}\boldsymbol{\sigma} \tag{3}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{S}^{0}\hat{\boldsymbol{\sigma}} \tag{4}$$

式中：$\boldsymbol{S}^{0}$ 和 $\boldsymbol{S}^{\mathrm{d}}$ 分别为完好材料和损伤材料的柔度矩阵。

将式(1)代入式(4)，结合式(3)，由 Lemaitre 应变等效假设，建立损伤前后材料柔度矩阵之间的关系为

$$\boldsymbol{S}^{\mathrm{d}} = \boldsymbol{M}(\boldsymbol{D})\boldsymbol{S}^{0} \tag{5}$$

为了保证柔度矩阵的对称性，假定泊松比 ν_{ij} 退化方式与弹性模量 E_i 相同，即损伤前后 $\dfrac{\nu_{12}}{E_1} = \dfrac{\nu_{21}}{E_2}$ 。

考虑到载荷反向和刚度回复现象[13]，式(2)中的 d_{F} 和 d_{M} 分别定义为

$$d_{\mathrm{F}} = \max\left(\frac{\langle\sigma_1\rangle}{\sigma_1}d_{\mathrm{FT}}, d_{\mathrm{FC}}\right) \tag{6}$$

$$d_{\mathrm{M}} = \max\left(\frac{\langle\sigma_2\rangle}{\sigma_2}d_{\mathrm{MT}}, d_{\mathrm{MC}}\right) \tag{7}$$

式中：d_{FT} 、d_{FC} 、d_{MT} 、d_{MC} 为 4 种面内损伤模式对应的损伤状态变量；$\langle\cdot\rangle$ 为 Macauley 符号，$x \in \mathbf{R}$ 时，$\langle x\rangle = (x+|x|)/2$ 。

考虑到损伤出现前材料一般有剪切非线性行为，引入 Hashin 和 Tsai[18] 提出的剪切非线性表达式(见式(8))，将材料柔度矩阵 $\boldsymbol{S}^{0}$ 中面内剪切模量用其割线模量形式代替，即式(9)。损伤出现后，剪切模量的退化在损伤起始发生前的割线剪切模量上进行。

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{G_{12}^{0}}\sigma_{12} + \alpha\,\sigma_{12}^{3} \tag{8}$$

$$\bar{G}_{12} = \frac{1}{1/G_{12}^{0} + 3\alpha\sigma_{12}^{2}} \tag{9}$$

式中：α 为材料剪切非线性系数。

1.3 损伤起始判据

选择 Hashin 准则判定损伤起始。同时为了后续分析方便，引入损伤参量 f_{E}（见文献[19]中的式(12)），将 Hashin 2D 准则[20]改写为以 f_{E} 表达的形式。损伤参量 f_{E} 为当前应力水平下材料危险程度度量的指标，其物理意义为当前有效应力与对应断裂包络面上破坏应力的比值。区分纤维拉伸(FT)、纤维压缩(FC)、基体拉伸(MT)和基体压缩(MC)这 4 种损伤模式，即

(1)FT 模式：

$$f_{\mathrm{E,FT}} = \sqrt{\left(\frac{\hat{\sigma}_{11}}{X_{\mathrm{T}}}\right)^{2} + \left(\frac{\hat{\sigma}_{12}}{S_{12}}\right)^{2}} \tag{10}$$

(2)FC 模式：

$$f_{\mathrm{E,FC}} = \sqrt{\left(\frac{\hat{\sigma}_{11}}{X_{\mathrm{C}}}\right)^{2}} \tag{11}$$

(3)MT 模式：

$$f_{\mathrm{E,MT}} = \sqrt{\left(\frac{\hat{\sigma}_{22}}{Y_{\mathrm{T}}}\right)^{2} + \left(\frac{\hat{\sigma}_{12}}{S_{12}}\right)^{2}} \tag{12}$$

(4)MC 模式：

$$f_{\mathrm{E,MC}} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{Y_{\mathrm{C}}}{4S_{23}^{2}} - \frac{1}{Y_{\mathrm{C}}}\right)\hat{\sigma}_{22} + \sqrt{\left(\frac{Y_{\mathrm{C}}^{2}}{16S_{23}^{4}} + \frac{1}{Y_{\mathrm{C}}^{2}} + \frac{1}{2S_{23}^{2}}\right)\hat{\sigma}_{22}^{2} + \frac{4\hat{\sigma}_{12}^{2}}{S_{12}^{2}}}\right] \tag{13}$$

式中：$\hat{\sigma}_{11}$ 、$\hat{\sigma}_{22}$ 和 $\hat{\sigma}_{12}$ 为有效应力。$f_{\mathrm{E}} \geqslant 1$ 时意味着对应损伤模式发生。

1.4 损伤演化

损伤演化过程实际上是应变能耗散的过程。损伤域内材料出现损伤后，应变能释放密度(面积为 S_{OAC})逐渐增加，当其增大到等于材料的断裂能密度(面积为 S_{OAB})时，意味着材料完全失效。在应变能释放过程中，材料会软化，宏观表现为弹性模量的退化和承载能力的下降。常见分析中，材料软化形式有线性[12-14]和指数[15-16]形式，本文的模型中，假定损伤起始发生后材料满足线性等效应变-软化行为，如图 2 中单轴加载状态下材料本构描述

所示。图中：A 点对应材料损伤起始点，由起始损伤判据判定；B 点对应材料完全失效点，由损伤演化准则判定；C 点对应损伤过程中的当前时刻；ε_{eq}^{0} 为起始损伤等效应变；ε_{eq} 为当前等效应变；ε_{eq}^{f} 为完全失效等效应变。

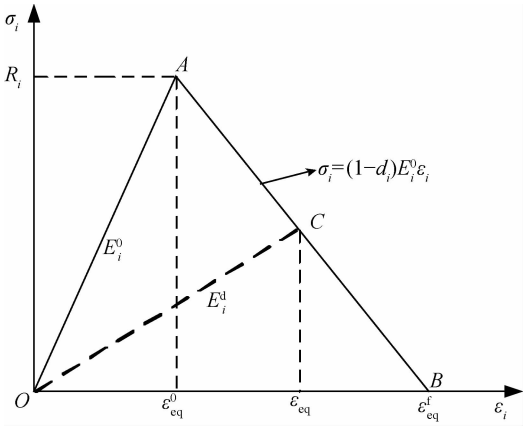

图 2　材料本构关系

Fig. 2　Material constitutive relation

1.4.1　特征长度的引入

起始损伤发生后，由于损伤累积效应和材料软化行为会导致应变局部化现象。在有限元模拟材料失效分析中，损伤区域的最小尺度是有限元单元尺度。若尺度不同的单元材料遵循相同的本构关系，则损伤演化过程中能量释放率正比于单元尺度，而不是断裂面的面积[12]。采用裂纹带模型，通过引入单元特征长度 l^* 和修改单元材料本构，可以降低有限元分析过程中能量释放率对网格的依赖性[12-16]，在一定程度上降低了材料软化阶段计算结果对网格尺度的敏感性。若材料满足线性软化行为(见图 2)，修改后的单元材料本构中失效应变 ε^{f} 不再维持不变。对应不同尺度单元，失效应变定义为

$$\varepsilon^{f}=\frac{2G_c}{Rl^*}=\frac{2g_c}{R} \tag{14}$$

式中：G_c 为断裂韧度；g_c 为弥散分布在特征长度内的断裂能密度；R 为材料强度。对于平面单元，$l^*=\frac{\sqrt{A_{IP}}}{\cos\theta}$[12]，其中，$A_{IP}$ 为单元中与积分点对应的区域面积，θ 为网格边线与裂纹方向的夹角。

值得注意的是，单元材料本构中失效应变按式(14)重新定义后，单元材料损伤造成的总耗散能与网格粗细无关，但损伤区域内描述损伤程度的积分点上的有效峰值应力仍然依赖于网格尺度[13]，即损伤的区域仍然依赖于网格尺度。这是有限元法在离散处理连续体过程中都存在的不足现象，通过细化网格，使损伤尺度(单元尺寸)远小于结构尺寸，才能进一步降低计算结果对网格尺度的敏感性。

1.4.2　损伤渐进演化法则

起始损伤发生后，伴随应变能释放，材料软化。如前所述，假设材料服从线性等效应变-软化行为，从开始加载到材料完全失效的整个过程中，损伤状态变量关于等效应变的损伤渐进演化法则为

$$d_I(\tau)=\max_{\tau}\left\{0,\ \min\left[d^*,\ \frac{\varepsilon_{eq,I}^{f}(\varepsilon_{eq,I}(\bar{\tau})-\varepsilon_{eq,I}^{0})}{\varepsilon_{eq,I}(\bar{\tau})(\varepsilon_{eq,I}^{f}-\varepsilon_{eq,I}^{0})}\right]\right\}$$
$$\varepsilon_{eq,I}^{0}\leqslant\varepsilon_{eq,I}\leqslant\varepsilon_{eq,I}^{f}\quad I\in(\mathrm{FT},\mathrm{FC},\mathrm{MT},\mathrm{MC}) \tag{15}$$

式中：$\forall\bar{\tau}\leqslant\tau$，$d_I(\tau)$ 为有限元模拟中 τ 时刻与损伤模式对应的损伤状态量，采用 max 函数表示 d_I，表明损伤演化不可逆；$\varepsilon_{eq,I}$ 为当前等效应变；$\varepsilon_{eq,I}^{0}$ 和 $\varepsilon_{eq,I}^{f}$ 分别为起始损伤等效应变和完全失效等效应变。损伤起始发生前 $d_I=0$，表明材料完好；完全失效时 $d_I=d^*$，理论上 $d^*=1$，为避免有限元中刚度矩阵计算奇异，本文中取 $d^*=0.99$。

区分损伤模式，式(15)中 $\varepsilon_{eq,I}^{0}$、$\varepsilon_{eq,I}$ 和 $\varepsilon_{eq,I}^{f}$ 的计算过程如下。

(1) ε_{eq} 和 ε_{eq}^{0}

区分纤维损伤和基体损伤模式，当前等效应变可表示为

$$\varepsilon_{eq,I}=\sqrt{\varepsilon_{1,I}^{2}}\quad I\in(\mathrm{FT},\mathrm{FC}) \tag{16}$$

$$\varepsilon_{eq,I}=\sqrt{\varepsilon_{2,I}^{2}+\varepsilon_{12,I}^{2}}\quad I\in(\mathrm{MT},\mathrm{MC}) \tag{17}$$

起始损伤应变 ε_I^{0} 由起始损伤判据确定，即对应式(10)～式(13)中 $f_{E,I}=1$ 时的应变值，可由当前应变 ε_I 经缩放得到，即

$$\varepsilon_I^{0}=\frac{\varepsilon_I}{f_{E,I}}\quad I\in(\mathrm{FT},\mathrm{FC},\mathrm{MT},\mathrm{MC}) \tag{18}$$

将式(18)代人式(16)和式(17)中，则起始损伤等效应变分别为

$$\varepsilon_{eq,I}^{0}=\left|\varepsilon_{1,I}^{0}\right|=\frac{\varepsilon_{eq,I}}{f_{E,I}}\quad I\in(\mathrm{FT},\mathrm{FC}) \tag{19}$$

$$\varepsilon_{eq,I}^{0}=\sqrt{(\varepsilon_{2,I}^{0})^2+(\varepsilon_{12,I}^{0})^2}=\frac{\varepsilon_{eq,I}}{f_{E,I}}$$
$$I\in(\mathrm{MT},\mathrm{MC}) \tag{20}$$

(2) ε_{eq}^{f}

$\varepsilon_{eq,I}^{f}$ 由基于材料应变能释放密度的损伤演化准则确定。损伤演化准则描述为：当单元特征长度内应变能释放密度等于断裂能密度时，材料完全失效。

由于纤维固有弹脆性，纤维断裂发生后能量瞬间释放，故 ε_{eq}^{f} 非常接近 ε_{eq}^{0}。因而 FT 和 FC 损伤发生后，d_I 直接由 0 增加到 d^*。

对于 MT 损伤和 MC 损伤模式，应变能逐渐耗散，建立能量混合模式损伤演化准则如下：

$$\left(\frac{g_{2,I}^{k}}{G_{2c}^{k}/l^*}\right)^{\zeta}+\left(\frac{g_{12,I}}{G_{12c}/l^*}\right)^{\zeta}=1 \qquad I\in(\mathrm{MT},\ \mathrm{MC}) \tag{21}$$

式中：$g_{2,I}^{k}$、$g_{12,I}$ 分别为与 σ_2、σ_{12} 对应的应变能释放密度；G_{2c}^{k} 和 G_{12c} 分别为单轴横向拉伸(压缩)和面内剪切的临界能量释放率，$k=\mathrm{t},\mathrm{c}$ 表示拉伸和压缩；ζ 为幂律指数，本文选值为 2。

MT 损伤和 MC 损伤完全失效时，有

$$g_{j,I}^{f}=\int_{0}^{\varepsilon_{j,I}^{f}}\sigma_{j,I}\mathrm{d}\varepsilon_{j,I}\approx\frac{1}{2}\sigma_{j,I}^{0}\varepsilon_{j,I}^{f}=\frac{1}{2}\sigma_{j,I}^{0}\beta_{j,I}\varepsilon_{eq,I}^{f}$$

$$I\in(\mathrm{MT},\ \mathrm{MC}) \tag{22}$$

式中：σ_j^0（$j=2,12$）为基体起始损伤时的横向应力或面内剪切应力，由式(18)代入式(4)计算得到。β_j 为模式混合率，其中 $\beta_2=\frac{\varepsilon_{2,I}}{\varepsilon_{eq,I}}$，$\beta_{12}=\frac{\varepsilon_{12,I}}{\varepsilon_{eq,I}}$。

将式(22)代入式(21)，则对应基体损伤模式的 $\varepsilon_{eq,I}^{f}$ 为

$$\varepsilon_{eq,I}^{f}=\frac{2}{l^*}\left[\left(\frac{\sigma_{2,I}^{0}\beta_2}{G_{2c}^{k}}\right)^{\zeta}+\left(\frac{\sigma_{12,I}^{0}\beta_{12}}{G_{12c}}\right)^{\zeta}\right]^{-\frac{1}{\zeta}}$$

$$I\in(\mathrm{MT},\ \mathrm{MC}) \tag{23}$$

2 含孔复合材料层合板的强度预测

选择含中心圆孔的两类典型叠层复合材料层合板进行失效分析模拟，采用本文中的模型预测它们的面内拉伸极限强度。渐进损伤分析模型通过在商用软件 ABAQUS/Standard 分析模块中植入自编用户子程序 UMAT 实现。UMAT 子程序中完成单元积分点应力分析、损伤判定、损伤状态变量计算、损伤本构建立以及损伤状态信息的反馈。由于所分析的两类层合板结构型式、铺层都对称，有限元模型只取 1/8 试验件结构模拟分析。建立二维模型，由于孔边周围应力集中，且是损伤起始发生的地方，对孔边周围进行局部网格细化，1/4 孔边网格数为 20。位移约束施加在 3 个对称面上，在自由端面外参考点(图 3 中 RP)上施加位移载荷，建立参考点和自由端面之间加载方向位移一致的约束。两类含中心圆孔层合板通用有限元分析模型如图 3 所示。

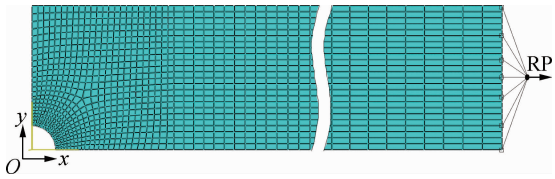

图 3 含中心孔复合材料层合板试件有限元分析模型

Fig. 3 Finite element analysis model of composite laminate specimen with center hole

2.1 [90/0/±45]$_{3s}$含孔层合板

试验模型来源于文献[21]，几何尺寸如图 4 所示。中心圆孔孔径 D 分别为 2、4、6、8、10 mm，不同孔径下板宽孔直径比(W/D)都为 6。在试件两端施加轴向载荷 P。应变片(SG)布置在距圆孔中心 $L=50$ mm 的中线上，测量加载方向远端应变。通过计算获取与 SG 对应的表层单元上的应变来对应 SG 上的应变。材料为 IM7－8552 碳纤维增强复合材料层合板(CFRP)，单层厚度为 0.131 mm。工程弹性常数和强度列于表 1[21]，横向剪切强度按 $S_{23}=S_{12}$ 给出。横向拉伸临界能量释放率 G_{2c}^{t} 和面内剪切临界能量释放率 G_{12c} 列于表 2[21]，其中，横向压缩临界能量释放率 G_{2c}^{c} 由文献[22]中式(16)计算得到。

[90/0/±45]$_{3s}$含孔层合板在不同孔径下预测的强度值列于表 3。该值由远端最大拉力除以板端横截面面积得到。同时为验证计算结果对网格尺度的敏感性，本算例有限元分析模型中 1/4 孔分别布置了 n(20 和 40)个单元网格，进行计算和对比分析，前者有限元模型见图 3，后者单元尺寸为前者的 1/2。

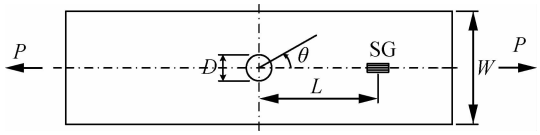

图 4 [90/0/±45]$_{3s}$含孔复合材料层合板试件几何形状

Fig. 4 Geometry of [90/0/±45]$_{3s}$ composite laminate specimen with center hole

表 1 IM7－8552 碳纤维增强复合材料层合板的工程弹性常数和强度[21]

Table 1 Engineering elastic properties and strength of IM7－8552 CFRP[21]

E_1/GPa	E_2/GPa	G_{12}^{0}/GPa	ν_{12}	X_T/MPa	X_C/MPa	Y_T/MPa	Y_C/MPa	S_{12}/MPa	α
171.42	9.08	5.29	0.32	2 326.2	1 200.1	62.3	199.8	92.3	2.98×10^{-8}

表 2　IM7－8552 CFRP 断裂韧度[21]

Table 2　Fracture toughness of IM7－8552 CFRP[21]

N/mm

G_{2c}^{t}	G_{2c}^{c}	G_{12c}
0.28	1.31	0.79

从表 3 数据可以得出：(1) 预测结果与试验结果吻合较好，最大误差为 8.01%(D=8 mm，n=40)，说明本文中的渐进失效分析模型合理有效；(2) 2 种网格尺寸下预测结果非常接近，最大差别在 1%内，说明本文的损伤演化模型中通过单元特征长度的引入在一定程度上降低了计算结果对网格的敏感性。但如前文所分析，由于损伤区域依赖于网格尺度，因而不可能完全消除网格敏感性。

在孔径 D 分别为 8 mm 和 10 mm 的层合板面内，拉伸载荷下远端应力(远端拉力除以板端截面面积)-应变预测曲线如图 5 所示，并与文献[21]中给出的两条试验曲线进行了对比。可以看出，孔径 D=8 mm 的层合板预测曲线与试验曲线非常吻合，孔径 D=10 mm 的层合板预测曲线与试验曲线有少量偏差，模量偏差在 5%左右。

研究发现，孔径大小和网格尺度对本算例层合板的损伤演化模式及损伤扩展趋势没有明显影响，此处仅取 D=8 mm 的层合板进行损伤演化分析。由于铺层和载荷对称，铺设角相同的各子层损伤演化规律近乎相同。

图 6 为峰值载荷时靠近外表面的各子层损伤状态及对应的损伤模式，损伤云图表明：(1)由于孔边应力集中，损伤起始于孔边，向自由边渐进扩展；(2)基体破坏(MT)损伤发生在 90°层和±45°层，且在 90°层基体起始开裂与扩展速度明显快于±45°层中基纤剪切破坏；(3)纤维拉伸断裂(FT)损伤仅发生在 0°层，当 0°层内孔边纤维断裂范围达到约 1/3 净截面宽度时，剩余承载的纤维同时断裂，导致试件最终失效。试件断裂后，由图 6 损伤演化过程可知，0°层内纤维断裂会贯穿整个板宽，±45°层内基体损伤会贯穿于板内±45°方向，这与图 7 中试验件拉伸断裂形貌相吻合[21]。

表 3　不同单元尺度下$[90/0/\pm45]_{3s}$含孔层合板破坏强度预测值和实验值比较

Table 3　Comparison between experimental and numerical failure strength of $[90/0/\pm45]_{3s}$ laminate with center hole under different element scales

Diameter/mm	Experiment value[21]/MPa	n=20		n=40	
		Prediction value/MPa	Error/%	Prediction value/MPa	Error/%
2	555.7	543.9	−2.12	543.1	−2.13
4	480.6	501.1	4.27	499.7	3.97
6	438.7	419.1	−4.47	419.6	−4.35
8	375.7	402.2	7.05	405.8	8.01
10	373.7	393.2	5.22	392.8	5.11

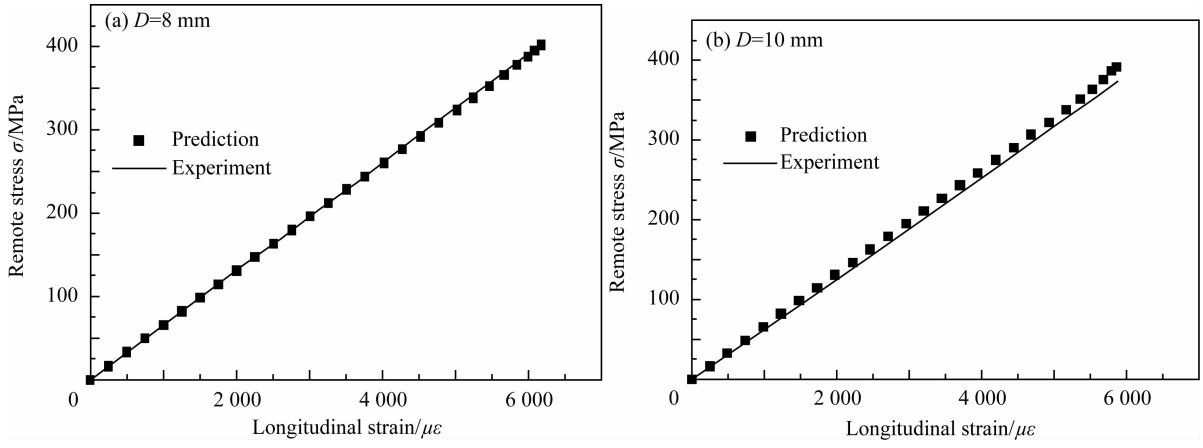

图 5　不同孔径$[90/0/\pm45]_{3s}$复合材料层合板远端应力-应变曲线

Fig. 5　Remote stress－strain curve of $[90/0/\pm45]_{3s}$ composite laminate with center hole of different diameters

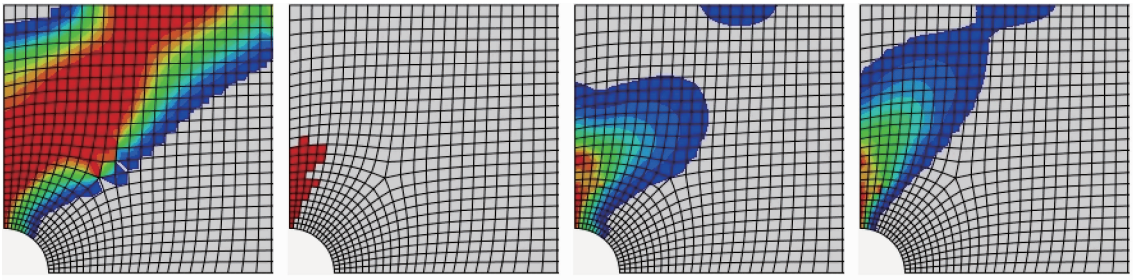

图 6　峰值载荷时$[90/0/\pm45]_{3S}$含孔复合材料层合板损伤状态及其所对应的损伤模式

Fig. 6　Damage state and corresponding damage mode in the $[90/0/\pm45]_{3S}$ composite laminate with center hole at peak load

图 7　$[90/0/\pm45]_{3s}$含孔复合材料层合板拉伸失效形貌(D=8 mm)[21]

Fig. 7　Tensile failure morphology of $[90/0/\pm45]_{3s}$ composite laminate with center hole (D=8 mm)[21]

2.2　$[(\pm\theta)_4]_s$ 含孔层合板

试验模型来源于文献[6]，几何尺寸如图8所示。中心圆孔孔径 $D=6.35$ mm，板宽 $W=25.4$ mm，板长 $L=203.2$ mm。材料为石墨(T300)/环氧树脂(976)，单层厚度为 0.143 mm。有限元分析模型见图 3。工程弹性常数和强度列于表 4[6]，横向剪切强度按 $S_{23}=S_{12}$ 给出。由于断裂模式相同，横向拉伸临界能量释放率 G_{2c}^{t} 和面内剪切临界能量释放率 G_{12c} 可用实测 Ⅰ 型断裂韧度 G_{Ic} 和 Ⅱ 型断裂韧度 G_{IIc} 近似代替，结果列于表 5[23]，横向压缩临界能量释放率 G_{2c}^{c} 由文献[22]中式(16)计算得到。

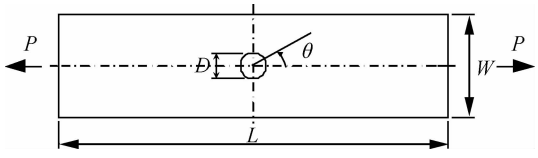

图 8　$[(\pm\theta)_4]_s$ 含孔复合材料层合板试件几何形状

Fig. 8　Specimen geometry of $[(\pm\theta)_4]_s$ composite laminates with center hole

表 4　石墨(T300)/环氧树脂(976)工程弹性常数和强度[6]

Table 4　Engineering elastic properties and strength of graphite (T300)/epoxy (976)[6]

E_1/GPa	E_2/GPa	G_{12}^{0}/GPa	ν_{12}	X_T/MPa	X_C/MPa	Y_T/MPa	Y_C/MPa	S_{12}/GPa	α
139.76	12.96	6.96	0.23	1 516.9	1 592.7	44.5	253.0	106.9	2.44×10^{-8}

表 5　T300/976 断裂韧度[23]

Table 5　T300/976 fracture toughness[23]

N/mm

G_{2c}^{t}	G_{2c}^{c}	G_{12c}
0.23	0.76	0.46

$[(\pm\theta)_4]_s$ 对称角铺设($\theta=30°$，45°，60°)含孔复合材料层合板拉伸载荷下的破坏载荷预测值见表 6[6]。同时为验证本文模型中考虑面内剪切非线性的必要性，本算例中还对不考虑面内剪切非线性情形进行了分析。不考虑面内剪切非线性，即在损伤出现前，材料柔度矩阵 $\boldsymbol{S}^0$（见式(5)）中面内剪切模量一直沿用初始切线剪切模量，不作割线剪切模量替代处理。从表中的计算结果得出：模型中考虑面内剪切非线性时，预测结果与试验结果误差小，最大误差为−5.13%；不考虑面内剪切非线性时，预测误差明显高于考虑了面内剪切非线性的值，表明在复合材料渐进失效分析过程中考虑面内剪切非线性是必要合理的，尤其是针对剪切非线性很强的复合材料。

$[(\pm\theta)_4]_s$ 层合板(试验件)拉伸载荷-终端位移预测曲线如图 9 所示。可以看出，考虑面内剪切非线性后，拉伸载荷下各层合板都表现不同程度的非线性。其中$[(\pm45)_4]_s$ 非线性程度相对较大，$[(\pm60)_4]_s$ 相

对较小。非线性程度与主导损伤的应力相关，$[(\pm60)_4]_s$层合板损伤主要由横向拉伸应力控制。而$[(\pm45)_4]_s$层合板损伤由横向拉伸应力和面内剪切应力共同主控，由于剪切非线性强，因而整体呈现很强的非线性。$[(\pm30)_4]_s$层合板面内剪切应力也很大，但由于孔边应力大且应力集中严重，在孔边区域出现纤维拉伸损伤模式。由于纤维的固有脆性，因而该铺层层合板非线性不如$[(\pm45)_4]_s$层合板强。

单轴拉伸载荷下，$[(\pm\theta)_4]_s$($\theta=30°, 45°, 60°$)层合板损伤起始于孔边，向自由边扩展。其中，$[(\pm45)_4]_s$和$[(\pm60)_4]_s$层合板中仅出现基体损伤模式，且损伤自孔边顺纤维演化。$[(\pm30)_4]_s$出现基体损伤和孔边纤维断裂损伤，受孔边纤维断裂影响，基体损伤出现在孔边区域。图 10 为峰值载荷时典型对角铺设$[(\pm45)_4]_s$层合板中的表层基体损伤状态云图。

表 6　$[(\pm\theta)_4]_s$ 层合板拉伸破坏强度预测值与试验值比较[6]

Table 6　Comparison between prediction results and experimental data of tensile strength in $[(\pm\theta)_4]_s$ laminates[6]

Lay-up	Experiment value/kN	Without concerning shear nonlinearity		With concerning shear nonlinearity	
		Prediction value/kN	Error/%	Prediction value/kN	Error/%
$[(\pm30)_4]_s$	15.67	13.19	−15.89	16.46	4.92
$[(\pm45)_4]_s$	6.71	7.55	12.55	6.37	−5.13
$[(\pm60)_4]_s$	3.12	3.54	13.51	3.05	−2.11

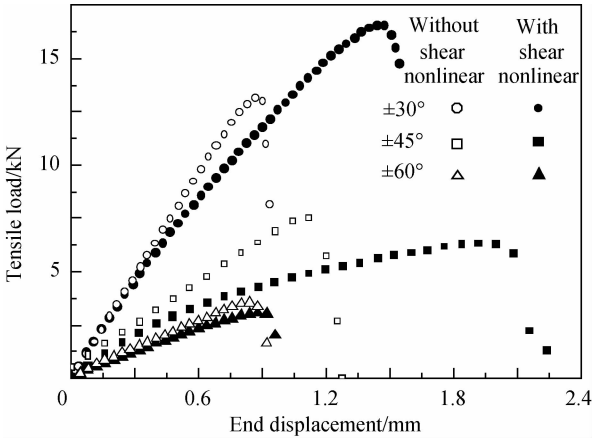

图 9　考虑和不考虑剪切非线性的$[(\pm\theta)_4]_s$复合材料层合板拉伸载荷-位移终端曲线

Fig. 9　Tensile load - end displacement curves of $[(\pm\theta)_4]_s$ composite laminates with and without concerning shear nonlinear

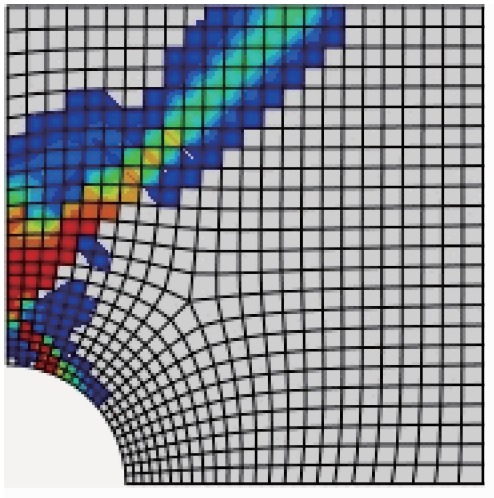

图 10　峰值载荷时$[(\pm45)_4]_s$复合材料层合板表层基体损伤状态

Fig. 10　Matrix damage state in the top ply of $[(\pm45)_4]_s$ composite laminate at peak load

3　结　论

（1）建立了基于能量耗散原理的复合材料层合板面内渐进失效分析的连续介质损伤力学（CDM）模型。该模型用于孔径不同的含孔$[90/0/\pm45]_{3s}$复合材料层合板和铺设角不同($\theta=30°, 45°, 60°$)的含孔$[(\pm\theta)_4]_s$复合材料层合板的拉伸失效分析，预测结果与实验结果误差在 10%内，表明本文模型能够有效地预测各类层合板面内拉伸强度。

（2）模型考虑了面内剪切非线性和网格敏感性后，2 种网格尺度的含孔$[90/0/\pm45]_{3s}$层合板预测结果最大差别在 1%内，表明本文模型中通过单元特征长度的引入，在一定程度上降低了损伤演化阶段计算结果对网格尺度的敏感性。对含孔$[(\pm\theta)_4]_s$复合材料层合板进行了考虑面内剪切非线性和不考虑面内剪切非线性的对比分析，结果表明，模型中考虑面内剪切非线性是必要且合理的。

参考文献：

[1]　Marsh G. Airbus A350 XWB update [J]. Reinforced Plastics, 2010, 54(6): 20-24.

[2]　Wang J, Callus P J, Bannister M K. Experimental and numerical investigation of the tension and compression strength of un-notched and notched quasi-isotropic laminates [J]. Composite Structures, 2004, 64(3-4): 297-306.

[3]　Whitney J M, Nuismer R J. Stress fracture criteria for lami-

nated composites containing stress concentrations [J]. Journal of Composite Materials, 1974, 8(3): 253-265.

[4] 姚卫星，颜永年，俞新陆. 预测复合材料缺口强度的场强法[J]. 复合材料学报，1994，11(1)：67-72.
Yao Weixing, Yan Yongnian, Yu Xinlu. The method of stress field intensity for predicting notched strength of composites [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 1994, 11(1): 67-72.

[5] Chang F K, Chang K Y. A progressive damage model for laminated composites containing stress concentrations [J]. Journal of Composite Materials, 1987, 21(9): 834-855.

[6] Chang K Y, Llu S, Chang F K. Damage tolerance of laminated composites containing an open hole and subjected to tensile loadings [J]. Journal of Composite Materials, 1991, 25(3): 274-301.

[7] Tan S C. A progressive failure model for composite laminates containing openings [J]. Journal of Composite Materials, 1991, 25(5): 556-577.

[8] 王丹勇，温卫东，崔海涛. 含孔复合材料层合板静拉伸三维逐渐损伤分析 [J]. 力学学报，2005，37(6)：788-795.
Wang Danyong, Wen Weidong, Cui Haitao. Three-dimensional progressive damage analysis of composite laminates containing a hole subjected to tensile loading [J]. Acta Mechanica Sinica, 2005, 37(6): 788-795.

[9] 鲁国富，刘　勇，张呈林. 含孔复合材料层合板轴向拉伸三维有限元渐进失效分析 [J]. 南京航空航天大学学报，2009，41(1)：41-47.
Lu Guofu, Liu Yong, Zhang Chenglin. Three-dimensional finite element progressive failure analysis of composite laminates containing a hole under axial extension [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2009, 41(1): 41-47.

[10] Matzenmiller A, Lubliner J, Taylor R L. A constitutive model for anisotropic damage in fiber-composites [J]. Mechanics of Materials, 1995, 20(2): 125-152.

[11] Maimí P, Camanho P P, Mayugo J A, et al. A continuum damage model for composite laminates: Part I—constitutive model [J]. Mechanics of Materials, 2007, 39(10): 897-908.

[12] Lapczyk I, Hurtado J A. Progressive damage modeling in fiber-reinforced materials [J]. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2007, 38(11): 2333-2341.

[13] Falzon B G, Apruzzese P. Numerical analysis of intralaminar failure mechanisms in composite structures. Part I: FE implementation [J]. Composite Structures, 2011, 93(2): 1039-1046.

[14] Falzon B G, Apruzzese P. Numerical analysis of intralaminar failure mechanisms in composite structures. Part II: applications [J]. Composite Structures, 2011, 93(2): 1047-1053.

[15] 李沛城，姚辽军，赵美英. 基于三维 CDM 的复合材料开口层合板失效分析 [J]. 机械科学与技术，2013，32(2)：305-308.
Li Peicheng, Yao Liaojun, Zhao Meiying. Failure analysis of notched composite laminate with 3D continuum damage mechanics [J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2013, 32(2): 305-308.

[16] Linde P, Pleitner J, de Boer H, et al. Modelling and simulation of fibre metal laminates [C]// ABAQUS Users Conference. Boston: Dassault Systemes Company, 2004: 421-439.

[17] 王跃全，童明波，朱书华. 三维复合材料层合板渐进损伤非线性分析模型 [J]. 复合材料学报，2009，26(5)：159-166.
Wang Yuequan, Tong Mingbo, Zhu Shuhua. 3D nonlinear progressive damage analysis model for composite laminates [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2009, 26(5): 159-166.

[18] Hashin H T, Tsai S W. Nonlinear elastic behavior of unidirectional composite laminae [J]. Journal of Composite Materials, 1973, 7(1): 102-118.

[19] Knops M. Analysis of failure in fiber polymer laminates: the theory of Alfred Puck [M]. New York: Springer, 2008.

[20] Hashin Z. Failure criteria for unidirectional fiber composites [J]. Journal of Applied Mechanics, 1980, 47(2): 329-334.

[21] Camanho P P, Maimí P, Dávila C G. Prediction of size effects in notched laminates using continuum damage mechanics [J]. Composites Science and Technology, 2007, 67(13): 2715-2727.

[22] Maimí P, Camanho P P, Mayugo J A, et al. A continuum damage model for composite laminates: Part II—computational implementation and validation [J]. Mechanics of Materials, 2007, 39(10): 909-919.

[23] Shahid I, Chang F K. An accumulative damage model for tensile and shear failures of laminated composite plates [J]. Journal of Composite Materials, 1995, 29(7): 926-981.