复合材料学报 Acta Materiae Compositae Sinica
第 31 卷 第 2 期 4 月 2014 年
Vol. 31 No. 2 April 2014

文章编号：1000-3851(2014)02-0476-09

基于最终层失效的复合材料舱体稳健性协调优化

高海朋，刘 猛，王 浚*
（北京航空航天大学 航空科学与工程学院，北京 100191）

摘 要： 传统可靠性设计难以符合现代设计要求，对舱体进行稳健性优化设计，可提高其综合可靠性。基于基体破坏和纤维断裂两种失效模式，采用验算点法求解复合材料单层可靠度。基于最终层失效假设，提出把结构看作由串联子系统组成的并联系统的思想，结合材料刚度比率退化准则和单层可靠度理论，采用概率逐步失效分析方法，计算出主要失效链，从而得出结构的失效概率。复合材料舱体设计变量复杂，提出二级优化方法思想：一级为系统级布局优化，对加强筋截面形状、位置确定等参数进行优化；二级为子系统级尺寸优化，对筋截面尺寸、复合材料各铺层厚度等参数进行优化。采用自适应随机搜索遗传算法，以复合材料舱体质量最小为目标函数，以可靠度要求为约束条件，采用稳健性协调优化方法，对存在初始缺陷的复合材料舱体进行稳健性优化，为复合材料结构优化设计提供参考。

关键词： 稳健性优化；最终层失效；遗传算法；比率退化；验算点法；二级优化
中图分类号： TB330.1；V2 **文献标志码：** A

Robustness coordinative optimization of composite cabin based on the last layer failure

GAO Haipeng, LIU Meng, WANG Jun*
(School of Aeronautic Science and Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: Due to the difficulties of the traditional reliability design in meeting modern design requirements, it was necessary to have a robustness optimization design to improve comprehensive reliability of the cabin. The reliability of composite monolayer was solved on the basis of two failure modes of matrix damage and fiber breakage by adopting the design point method. The idea of taking the structure as parallel systems that were constituted by series subsystems was put forward based on the hypothesis of the last layer failure. The main failure sequences can be figured out through combining the material stiffness ratio degradation criterion with monolayer reliability theory, and adopting the probability gradually failure analysis method, then the failure probability of structure can be worked out. Due to the complexity of design variable space of composite cabin, the idea of two-level optimization method was put forward. The first level was system-level layout optimization, which optimized some parameters, including profile shape of stiffener rib, the parameters of position, etc. The second level was subsystem-level size optimization, which optimized some parameters, including sectional dimensions of stiffener rib, each layer's thickness of composite, etc. Regarding the minimum mass of composite cabin as the objective function and the requirements of reliability as the constraint condition, the composite cabin with initial imperfection can be optimized by means of employing the genetic algorithm of self-adaption random search and coordinative optimization method of robustness. The method of optimization can provide references for optimization and design of composite structure.

Keywords: robustness optimization; the last layer failure; genetic algorithm; ratio degradation; design point method; two-level optimization

在复合材料的广泛应用中，其结构优化引起了人们高度重视[1]，其中，基于可靠性的复合材料结构优化设计更是目前研究的热点，其原因为可靠性分析是将结构看做一个整体，另外，在分析过程中，充分考虑了参数表现出来的随机性。工程实践也证明了较传统优化设计，基于可靠性的优化设

收到初稿日期： 2013-04-15；**收到修改稿日期：** 2013-06-30；**网络出版时间：** 2013-07-10 11:33
网络出版地址： www.cnki.net/kcms/detail/11.1801.TB.20130710.1133.004.html
通讯作者： 王 浚，中国工程院院士，博士生导师，研究方向为复合材料结构设计、人机与环境工程。 E-mail:ghphpg@sina.com

计更安全。Miki[2]采用 Tsai－Wu 准则，把强度和载荷作为随机变量，基于首层失效理论，以铺层厚度作为设计变量，对多向层合板进行了可靠性优化。Kogiso 和 Murotsu[3]对有初始缺陷的层合板进行可靠性分析，在研究中，把材料参数和初始缺陷列为随机变量。Murotsu 和 Shao[4]把复合材料结构当作串联系统，随机变量选为材料参数，进行了可靠性设计。Kam[5]结合可靠性原理和复合材料首层失效假设对复合材料层合板进行了可靠性研究。

但是，在提出稳健性设计思想后，传统的基于可靠性的结构优化设计又无法满足现代设计要求。其原因是，稳健性优化设计思想考虑了生产和使用过程中结构参数的敏感性，它能降低结构性能的敏感性。这样，结构稳健性提高意味着使用过程中产品综合可靠性提高。因此，优化设计出的结构才是最安全的。

而文献[2]～文献[5]都是传统的可靠性优化设计，不能满足稳健性设计要求。Chen[6]对复合材料结构稳健性进行了研究，为使所求稳健优化解比较理想，提出了调节目标函数均值和方差比重的思想。Reneud [7]通过引入权重对敏感系数进行改进，进行了稳健性设计。Sundarese[8]通过对敏感系数进行研究，进而构造目标函数，得到了稳健性优化解。但在选取结构失效假设时，文献[2]～文献[8]都是基于首层假定。然而在实际工程中，复合材料某一层失效后，整个层合结构还能继续使用。而航空航天项目中，结构设计对重量要求十分苛刻，基于首层失效假设进行设计，无法满足设计要求，因此，基于最终层失效，充分发挥复合材料优势，进行稳健性优化就显得十分必要。

本文基于最终层失效假定，提出把结构看作由串联子系统组成的并联系统的思想，计算结构的失效概率，充分发挥复合材料优势。采用自适应随机搜索遗传算法，以复合材料舱体质量最小为目标函数，以可靠度要求为约束条件，采用稳健性协调优化方法，对存在初始缺陷的复合材料舱体进行稳健性协调优化。

1 结构分析

对存在初始缺陷的舱体进行结构分析，引用文献[9]中考虑初始缺陷的非线性几何方程：

$$\begin{cases}\varepsilon_x = u_{0,x} + 0.5(\omega_0 + \omega_d)_{,x}^2 - 0.5\omega_{d,x}^2 - z\omega_{0,x} \\ \varepsilon_y = v_{0,y} + 0.5(\omega_0 + \omega_d)_{,y}^2 - 0.5\omega_{d,y}^2 - z\omega_{0,y} \\ \gamma_{xy} = u_{0,y} + v_{0,x} + (\omega_0 + \omega_d)_{,x}(\omega_0 + \omega_d)_{,y} \\ \qquad - \omega_{d,x}\omega_{d,y} - 2z\omega_{0,x}\end{cases} \tag{1}$$

式中：u_0、v_0、ω_0 为结构中面位移；ε_x、ε_y、γ_{xy} 为结构相应位移对应的应变；ω_d 为结构初始中面位移；$u_{0,x}$、$v_{0,x}$、$\omega_{0,x}$、$u_{d,x}$ 为结构相应位移 u_0、v_0、ω_0、u_d 在 x 方向上的分量；$u_{0,y}$、$v_{0,y}$、$\omega_{0,y}$、$u_{d,y}$ 为结构相应位移 u_0、v_0、ω_0、u_d 在 y 方向上的分量。

引用文献[9]中考虑初始缺陷的非线性稳定性控制方程，用矩阵表示：

$$\boldsymbol{AF} = \boldsymbol{BW} + \boldsymbol{T}_w\boldsymbol{RW} + 2\boldsymbol{T}_w\boldsymbol{R}\overline{\boldsymbol{W}} \tag{2}$$

$$\boldsymbol{CW} + \boldsymbol{DF} + \boldsymbol{T}_w\boldsymbol{QF} + \boldsymbol{T}_{\overline{w}}\boldsymbol{QF} - \overline{\boldsymbol{N}}\boldsymbol{HW} - \overline{\boldsymbol{N}}\boldsymbol{H}\overline{\boldsymbol{W}} - \overline{\boldsymbol{N}}\boldsymbol{T} = \boldsymbol{0} \tag{3}$$

其中，各矩阵元素的定义以及具体公式推导过程详见文献[9]。

2 可靠性计算

2.1 单层可靠性

2.1.1 极限状态方程

复合材料结构的失效模式较多，且各模式间存有关联性，这给复合材料可靠性设计增加了复杂性，同时也增添了计算难度。

本文基于纤维断裂和基体破坏两种失效模式进行可靠性分析研究。

纤维断裂模式，选用 Tan 理论构造极限状态方程[7]：

$$G_f = 1 - (F_{11}\sigma_1^2 + F_1\sigma_1) = 0 \tag{4}$$

式中：$F_{11} = \dfrac{1}{X_t X_c}$，$F_1 = \dfrac{1}{X_t} - \dfrac{1}{X_c}$，$X_c$ 为纵向压缩强度；X_t为纵向拉伸强度；σ_1 为结构应力。

方程计算时：如果 $G_f < 0$，则为纤维断裂；如果 $G_f = 0$，则表示达到极限状态；如果 $G_f > 0$，则纤维处于正常状态。

基体破坏模式，选用 Tsai－Wu 理论构造极限状态方程[10]：

$$G_m = 1 - (F_{11}\sigma_1^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\sigma_6^2 + F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2) = 0 \tag{5}$$

式中：$F_{22} = \dfrac{1}{Y_t Y_c}$，$F_{66} = \dfrac{1}{S^2}$，$F_2 = \dfrac{1}{Y_t} - \dfrac{1}{Y_c}$，$F_{12} = -\dfrac{1}{2}\sqrt{F_{11}F_{22}}$，$\sigma_6 = \tau_{12}$，$S$ 为纵横剪切强度，Y_c为横向压缩强度，Y_t 为横向拉伸强度。

构造方程式 $G=\lambda^*-1$，其中 λ^* 实际表达方程式 $G_f=0$ 或 $G_m=0$ 的解。这样，如果 $\lambda^*<1$，则意味着复合材料单元层处于失效状态。

2.1.2　验算点法

验算点法考虑涉及到的随机变量的实际分布情况。如果变量不服从正态分布，需要首先进行正态化。正态化比较通用的是 Rackwit 和 Fiessler[11] 研究的等价正态变量求法。

设变量 x 不服从正态分布，而是服从另外的某分布，其密度函数为 $f_x(x)$，分布函数为 $F_x(x)$。

设变量 x' 服从正态分布，且均值为 μ'，标准差为 σ'，在点 x^* 满足：

$$F_x(x^*)=\Phi\left(\frac{x^*-\mu'}{\sigma'}\right) \tag{6}$$

$$f_x(x^*)=\Phi'\left(\frac{x^*-\mu'}{\sigma'}\right)=\frac{1}{\sigma'}\varphi\left(\frac{x^*-\mu'}{\sigma'}\right) \tag{7}$$

式中：Φ 为标准正态变量分布函数；φ 为其密度函数。根据式(6)和式(7)，可求得变量 x' 的均值 μ' 和标准差 σ'。

变量转换成正态分布以后，则把变量中不服从正态分布的变量转变成正态变量，接下来就可以进行可靠性研究。

结构中相互独立的变量 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 服从不同的分布，各自的分布函数为 $F_i(x_i)$。功能函数为 $Z=g(x_1,x_2,\cdots,x_n)$。

在标准正态空间中，极限状态方程为 $g(y_1,y_2,\cdots,y_n)=0$，其中：$y_i=\dfrac{x_i'-\mu_i'}{\sigma_i'}$。

从变换所得坐标系原点 O' 往极限状态方程所代表的曲面做垂线，设在曲面上的交点为 $P^*(y_1^*,y_2^*,\cdots,y_n^*)$。假设在交点 $P^*(y_1^*,y_2^*,\cdots,y_n^*)$ 处，极限状态面存在切平面，设该切平面到原点的法线长为 β。设在各个方向上，垂足为 $y_i=\lambda_i\beta$，λ_i 为法线的余弦，即 $\lambda_i=\cos\theta_{yi}$，所以，得到交点 P^* 处的法线方程为

$$\frac{-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial g_1}{\partial y_i}\right)_{P^*}y_i}{\left[\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial g_1}{\partial y_i}\right)_{P^*}^2\right]^{1/2}}-\frac{-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial g_1}{\partial y_i}\right)_{P^*}y_i^*}{\left[\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial g_1}{\partial y_i}\right)_{P^*}^2\right]^{1/2}}=0 \tag{8}$$

方程式中的常数就是所求的可靠性值，即

$$\beta=\frac{-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial g_1}{\partial y_i}\right)_{P^*}y_i^*}{\left[\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial g_1}{\partial y_i}\right)_{P^*}^2\right]^{1/2}} \tag{9}$$

所求可靠度 $P_r=\Phi(\beta)$。

2.2　层合结构可靠性

2.2.1　最终层失效假定

复合材料层合结构分析中，结构失效通常选用首层失效假定。由于首层失效无法充分发挥复合材料优势，论文在现有研究基础上，提出一种基于最终层失效假定的失效模式。

最终层失效认为，只有当复合材料结构中每一铺层都失效后，复合材料整个结构系统才发生失效。把结构看作一个系统，把铺层看作组件，借鉴系统失效可由组件失效序列计算，所以，复合材料结构失效就可以通过系统的逐步失效分析方法来计算求得。

必须注意的是，系统失效并不是全部组件都失效后才会发生，而是部分组件失效后就有可能发生。基于这种现实，提出把复合材料结构当作由串联子系统组成的并联系统来处理。这样，把复合材料结构划分成很多失效链，每个失效链就是组成失效的一个并联系统，所以，复合材料结构失效就是这些并联失效之和，其原理如图 1 所示。

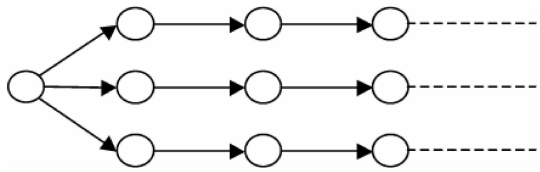

图 1　结构失效链原理图

Fig. 1　Principle graph of structure failure chain

2.2.2　材料刚度比率退化准则

从宏观角度上看，复合材料结构某一铺层发生失效，即可认为该铺层材料性能参数发生了退化[12]。所以，对于不同的失效方式，所采用的材料性能参数退化原则也应该不同[13]。针对论文选用的复合材料失效模式：纤维断裂和基体破坏，传统的认识是，如果发生纤维断裂，则 $E_1=0$，如果发生基体破坏，则 $E_2=0$，$G_{12}=0$[14-15]。

工程实践发现，传统认识过于保守，论文引入 Kuoshi 和 Tsai 通过实验研究得出的退化准则[16]：

(1)纤维断裂，材料性能退化系数 $E_f^*=0.01$。

(2)基体破坏，材料性能退化系数 $E_m^*=0.15$。

(3)基体破坏或纤维断裂，纵向压缩强度也会发生退化，退化方程式为 $\dfrac{X'_c}{X_c}=\left[\dfrac{G'}{G}\right]^n$，其中 $n=0.1$，G 和 G' 分别为复合材料发生失效前后单层的

剪切模量；X_c 和 X'_c 分别为复合材料发生失效前后单层的纵向压缩强度。

Kuoshi 和 Tsai 通过实验研究得出 CFRP 材料的退化系数为[16]

(1)基体破坏，则材料参数中剪切模量 $G' = 0.22G$（含 G_{12}、G_{13}、G_{23}），$\upsilon' = 0.2\upsilon$（含 υ_{12}、υ_{13}、υ_{23}），$E'_2 = 0.2E_2$，$E'_3 = 0.2E_3$，剪切模量 $G' = 0.22G$（含 G_{12}、G_{13}、G_{23}），系数 $F'_{12} = 0.15F_{12}$，强度 $X'_c = 0.85X_c$。

(2)纤维断裂，材料参数中剪切模量 $G' = 0.01G$（含 G_{12}、G_{13}、G_{23}），$\upsilon' = 0.01\upsilon$（含 υ_{12}、υ_{13}、υ_{23}），弹性模量 $E' = 0.01E$（含 E_1、E_2、E_3），系数 $F'_{12} = 0.01F_{12}$，强度 $X'_c = 0.66X_c$。

2.2.3 概率逐步失效分析方法

复合材料单层可靠性可由 2.2.1 节中的验算点法求得，可靠度 $P_r = \Phi(\beta)$，失效概率 $P_f = P(G < 0) = \Phi(-\beta)$。

假设最大可能失效点为 y^* 点，则计算所用迭代式为

$$y_{i+1} = \left[y_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\alpha}_i - \frac{G(y_i)}{|\nabla G(y_i)|} \right] \boldsymbol{\alpha}_i \tag{10}$$

式中：$\boldsymbol{\alpha}_i$ 为原点到极限状态方程的单位向量；$\nabla G(y_i)$ 为 y_i 点处状态方程的梯度。

主要失效序列的计算包括：(1)计算得到复合材料各单层的失效概率值和可靠性值；(2)设失效概率数值最大（P^1_{fmax}）的复合材料层最先失效，结合 2.2.2 节中材料性能参数的退化原则，重新给失效层材料性能参数赋值；(3)重复步骤(1)，再次计算失效概率值和可靠性值。如此反复计算，直到结构完全破坏，也就得到第 1 条失效链。

然后根据第 2 大失效概率数值，用以上相同方法计算得到第 2 条失效链。当单层失效概率达到 P^1_{fmax} 的一定比率数值时，计算迭代终止，同时也认为得到了所有失效链。

计算第 k 条失效链的概率，本文选用二阶上限计算方法。设失效链由 m 个失效组成，则

$$P_f^k = P\left(\bigcap_{j=1}^{m} E_j\right) \leqslant \min_{i \neq j} P(E_i \cap E_j) \tag{11}$$

$$P(E_i \cap E_j) = \Phi(-\beta_i, -\beta_j, \rho_{ij}) \tag{12}$$

式中：β_i 和 β_j 为可靠性指标；ρ_{ij} 为相关系数，且

$$\rho_{ij} = \sum_{r=1}^{m_0} \alpha_{ir} \alpha_{jr} \tag{13}$$

通过计算得到 l 条失效链，然后计算结构系统的失效概率 P_f，即

$$\max_{k=1,2,\cdots,l} P_f^k \leqslant P_f \leqslant \sum_{k=1}^{l} P_f^k \tag{14}$$

结构系统由相互独立的失效链组成，则结构的失效概率即为计算式的最大值；若结构系统由完全相关的失效链组成，则结构的失效概率就由最弱的失效链决定，此时结构的失效概率即为计算式的最小值。

3 结构稳健性

基于传统的结构可靠性优化计算得到某一复合材料结构，按该结构计算的可靠性可能达到最大值，但是该计算忽视了一个问题，就是材料的加工精度决定了材料的宏观性能，在复合材料加工时，一些小的误差就可能导致材料性能发生很大变化。这就需要引入新的设计思想来解决这一问题，即稳健性设计思路，该设计方法保证了设计变量发生某一微小偏差时，整个结构的性能能保持足够的稳定性。

在加工过程中，一些可控制因素和不可控制因素都会影响到产品的性能。如图 2 所示，设其设计变量为 x，其拥有可随机量 Δx，设计变量对结构产生响应，设为 $y(x)$。图 2 中，基于传统可靠性优化设计得到优化解 μ_{opt}，但在该优化解附近，设计变量波动 Δx 的响应函数从 y_{L} 变到 y_{H}，造成了很大的响应变化。而根据稳健性优化设计，求解得到稳健性优化解 μ_{rob} 在该优化解附近，设计变量波动 Δx 对响应函数几乎没什么影响。基于传统可靠性优化得到的是变量的最优解，基于稳健性设计得到的优化解可能略差一点，但稳健性优化解对结构系统而言，具有稳定性。

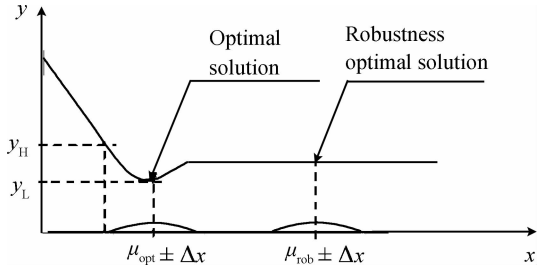

图 2 稳健性优化解和传统最优解的对比

Fig. 2 Contrast between robustness optimal solution and traditional optimal solution

对复合材料结构设计变量在生产过程中产生的微小误差，如铺层角度或铺层厚度误差，稳健性优化设计保证了结构强度响应很小，甚至没有。在这

种意义下设计的复合材料结构强度综合可靠性是最高的，这种结构在使用中也是最好的。

基于稳健性优化设计思想进行结构优化是一个多目标优化问题。优化过程中既要优化目标函数均值，又要优化目标函数方差。

传统优化问题描述如下：

$$\begin{aligned} &\min \quad f(x_1, x_2, \cdots, x_n) \\ &\text{s.t.} \quad a_i \leqslant x_i \leqslant b_i \end{aligned} \tag{15}$$

式中：x_i 为设计变量；a_i 、b_i 对应设计变量 x_i 的上下限。

取变量 x_i 的最大偏差 Δx_i ，其方差取为 $\sigma x_i = \Delta x_i / 3$ 。根据 Chenetal[17] 的稳健性协调设计方法，构建稳健性优化设计：

$$\begin{aligned} &\min \quad \mu_f = f(x_1, x_2, \cdots, x_n) \\ &\text{s.t.} \quad a + \Delta x_i \leqslant x_i \leqslant b - \Delta x_i \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned} &\min \quad \sigma_f \\ &\text{s.t.} \quad a + \Delta x_i \leqslant x_i \leqslant b - \Delta x_i \end{aligned} \tag{17}$$

式中：$\sigma_f = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f(x_1, x_2, \cdots, x_n)}{\partial x_i} \sigma x_i \right)^2}$ 。

式(17)求得 $f(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 的方差最优解 σ_f^* ，式(16)求得 $f(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 的均值最优解 μ_f^* 。把 μ_f^* 和 σ_f^* 代入式(18)，即可求得所需要的稳健性优化解。

$$\begin{aligned} &\min \quad \beta \\ &\text{s.t.} \quad \begin{cases} \omega_1 \mu_f / \mu_f^* \leqslant \beta \\ \omega_2 \sigma_f / \sigma_f^* \leqslant \beta \\ a + \Delta x_i \leqslant x_i \leqslant b - \Delta x_i \end{cases} \end{aligned} \tag{18}$$

式中：ω_1 和 ω_2 为权重系数，$\omega_1 + \omega_2 = 1$ 。

4　设计变量分级优化

对于复合材料舱体极多的设计变量，结构优化的灵活性给复合材料舱体优化设计的计算带来了难度。针对该问题，本文发展了一种二级优化方法，从而降低了求解计算的难度，给实现布局与尺寸的综合协调优化带来了方便。

4.1　系统级布局优化

本级优化是以工程实际问题为出发点，选取系统级设计变量，并确定各个变量的取值范围。针对复合材料舱体而言，系统级布局设计变量包括加强筋截面形状(分别用取值 1、2、3、4、5 代表)和筋的属性参数 b_w 和 b_f (见图 3)；各类型筋的位置与布局参数包括：圆周筋数量 n_1 、轴向筋数量 n_2 、轴向端头处筋的起始位置尺寸 a ，如图 4 和图 5 所示。通过系统级优化，可以得到复合材料舱体的最优布局以及部分最优位置参数值。

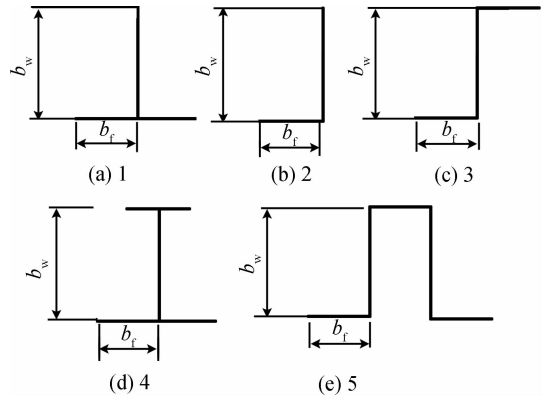

图 3　舱体加强筋截面形状

Fig. 3　Profile form of cabin reinforcing rib

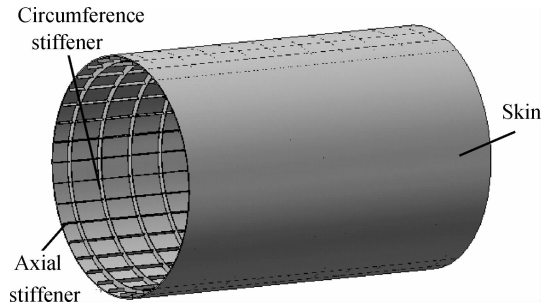

图 4　舱体结构模型

Fig. 4　Cabin structural model

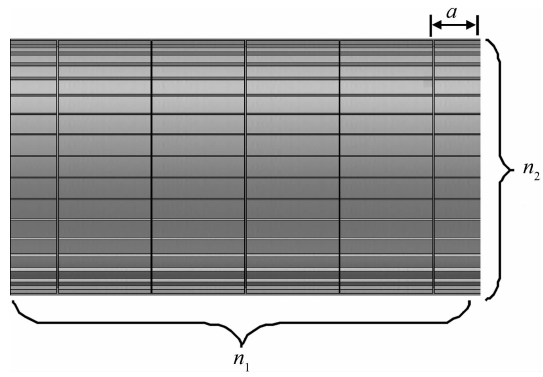

图 5　加强筋布局参数

Fig. 5　Reinforcing rib layout parameters

4.2　子系统级尺寸优化

本级优化的任务是根据上一级系统级优化得到的布局进行子系统级尺寸优化。结合实际工程中生产与工艺情况，舱体结构选用 0°、±45°和 90°的复合材料铺层。子系统层的尺寸设计变量包括：蒙皮 0°、45°、−45°和 90°各个铺层的厚度 t_{m1} 、t_{m2} 、t_{m3} 和 t_{m4} ；圆周筋条 0°、45°、−45°和 90°各个铺层的厚度 t_{y1} 、t_{y2} 、t_{y3} 和 t_{y4} ；轴向筋条 0°、45°、−45°和 90°各

个铺层的厚度 t_{z1}、t_{z2}、t_{z3} 和 t_{z4}。

5 基于遗传算法的稳健性优化

5.1 优化问题

结构优化问题最重要的就是确定目标函数、约束条件、设计变量以及算法实施。在复合材料舱体可靠性优化设计中，确定结构质量最小为目标函数，以结构可靠性满足某些要求为约束条件。因此，复合材料舱体可靠性优化可表示为

$$\begin{aligned} &\min \quad m_{\text{tot}} = \sum m_i \\ &\text{s.t.} \quad \beta^s \geqslant \beta_\alpha^s \end{aligned} \tag{19}$$

式中：m_{tot} 为舱体结构总重量；β^s 为舱体结构的可靠性指标；β_α^s 为舱体结构可靠性约束要求最小值。

式(19)未考虑稳健性的传统可靠性优化，结合稳健性优化数学模型，即可得到舱体结构稳健性优化表达式。结合稳健性协调设计方法，可得稳健性优化表达式为

$$\begin{aligned} &\min \quad \mu_{\text{f}} = f(x_1, x_2, \cdots, x_n) = -\beta^s \\ &\text{s.t.} \quad a_i + \Delta x_i \leqslant x_i \leqslant b_i - \Delta x_i \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} &\min \quad \sigma_{\text{f}} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f(x_1, x_2, \cdots, x_n)}{\partial x_i} \sigma x_i\right)^2} \\ &\text{s.t.} \quad a_i + \Delta x_i \leqslant x_i \leqslant b_i - \Delta x_i \end{aligned} \tag{21}$$

把式(20)和式(21)求出的最优解 μ_{f}^* 和 σ_{f}^* 代入式(22)求出稳健性优化解，即

$$\begin{aligned} &\min \quad \beta \\ &\text{s.t.} \quad \begin{cases} \omega_1 \mu_{\text{f}} / \mu_{\text{f}}^* \leqslant \beta \\ \omega_2 \sigma_{\text{f}} / \sigma_{\text{f}}^* \leqslant \beta \\ a + \Delta x_i \leqslant x_i \leqslant b - \Delta x_i \end{cases} \end{aligned} \tag{22}$$

5.2 遗传算法实施

由于传统优化算法基于梯度求解，求解中需要目标函数和约束表达式对变量求导[18]，而可靠性设计中，可靠性约束表达式对变量求导难度很大，因此论文中选用遗传算法进行优化求解。

遗传算法[19-20]的优点在于个体评价所用适应度函数没有导数问题的限制，不涉及目标函数和约束表达式求导，而且具有全局收敛性，求解中可进行自适应随机搜索。论文中的具体求解为：

(1) 确定种群大小，选用浮点编码，进而随机产出个体。

(2) 根据优化表达式，选择适应度函数：

$$f = \begin{cases} -k_1[(\beta_\alpha^s - \beta)^2 + \sum m_i] & (\beta^s \geqslant \beta_\alpha^s) \\ -k_2[(\beta_\alpha^s - \beta)^2 + \sum m_i] & (\beta^s < \beta_\alpha^s) \end{cases} \tag{23}$$

通过调节参数 k_1、k_2，满足约束表达式要求。

(3) 选用非均匀变异法产生变异，选用单点交叉法产生交叉，选用排序选择法产生选择。

(4) 收敛条件的设置为

$$t \geqslant t_{\max} \text{ or } (f_{\max} - f_{\text{avg}}) / f_{\max} \leqslant \varepsilon \tag{24}$$

式中：$t_{\max}$ 为最大代数；t 为进化代数；ε 为确定量；$f_{\max}$ 为最大适应度；f_{avg} 为平均适应度。

6 算 例

选取具体工程结构——某型号飞机座舱舱体作为算例进行优化设计。舱体总长为 4.6 m，外直径为 2.6 m。舱体由蒙皮、周向加强筋和轴向加强筋组成。初始参数：蒙皮铺层顺序为 $[0/45/-45/90]_{2s}$，加强筋铺层顺序为 $[0/45/-45/90]_{3s}$，蒙皮每铺层厚度为 1.5 mm，加强筋每铺层厚度为2 mm。材料选取 T300/4211，纵横剪切模量 $G_{12}=3.7$ GPa，主泊松比 $\nu_1=0.33$，纵向模量 $E_1=126$ GPa，横向模量 $E_2=8$ GPa。

舱体结构分析计算中，施加对称边界条件，在舱体上选取三维对称面，分别对舱体 3 个互相垂直的对称面施加对称边界条件。另外对舱体施加面载荷，结合该型号飞机飞行剖面，设计的飞机座舱所需最大承载为 0.52 MPa，所以对舱体施加面载荷 0.52 MPa。

进行可靠性分析与优化研究的首要工作就是对随机变量进行研究，包括各个随机变量的分布函数和统计特征值。论文采用 Kogi 和 Murot[21] 通过实验得到的统计参数，具体统计分析过程详见文献[21]。强度参数和初始缺陷 e_{ij} ($i=1,2,3,4$, $j=1$)的统计特性如表 1 所示。

表 1 T300/4211 座舱随机变量统计特性

Table 1 Statistical properties of T300/4211 cockpit random variables

Random variable	Mean value	Variance
e_{11}	0	0.500
e_{21}	0	0.040
e_{31}	0	0.010
e_{41}	0	0.003
X_{t}	1 415	141.5
X_{c}	1 232	123.2
Y_{t}	35	3.5
Y_{c}	157	15.7
S	63.9	6.39

Note: S is the shear strength.

舱体可靠性优化中取 $\beta_\alpha^s = 2.5$，采用遗传算法计算优化问题。算法中，迭代次数设置为 250，变

异参数设置为 0.04，交叉参数设置为 1.2，种群参数设置为 150，进行优化计算，优化后所得各参数结果如表 2 所示。论文进行优化计算时，在传统可靠性优化的基础上结合稳健性优化数学模型，选取权重系数 $\omega_1 = 0.4$ 。

表 2　T300/4211 座舱承载在 0.52 MPa 时各变量的优化结果

Table 2　Variables optimization results of T300/4211 cockpit at 0.52 MPa

Variable	Traditional optimization design	Robustness optimization design
Profile	2	2
b_w	45.9	46.5
b_f	7.1	7.2
n_1	19	19
n_2	36	36
a	11.5	11.5
t_{m1}	0.06	0.09
t_{m2}	0.22	0.33
t_{m3}	0.23	0.39
t_{m4}	0.49	0.57
t_{y1}	1.57	1.73
t_{y2}	3.67	3.96
t_{y3}	3.74	4.03
t_{y4}	1.66	1.79
t_{z1}	0.96	1.12
t_{z2}	1.67	1.94
t_{z3}	1.85	1.96
t_{z4}	1.05	1.14

图 6 对比了传统优化设计和稳健性优化设计迭代过程中质量的变化趋势。可以看出，基于传统可靠性优化得到座舱质量为 131.79 kg，是迭代优化后得到的最佳解，但对于稳健性优化而言，计算所得座舱质量为 142.65 kg，比基于传统可靠性优化设计所得结果略差一些。

但是，稳健性优化解较传统最优解最大的优势在于，当设计变量因某些因素，如加工误差，发生某一微小偏差时，整个结构的性能不会引起很大的响应波动，仍能保持足够的稳定性。在稳健性优化模型中，是通过目标函数方差 σ_f 这一参数来衡量响应波动程度和稳定性的。参数 σ_f 越大，系统响应越敏感，相应的稳定性就越差；反之，参数 σ_f 越小，结构表现出的稳定性就越好。

如果把传统可靠性优化结果代入到稳健性协调优化数学表达式中，则计算得到 $\sigma_f = 0.162$，而根据稳健性优化表达式，计算得到 $\sigma'_f = 0.079 < \sigma_f$ ，所以明显看出，稳健性优化计算结果相对传统优化计算结果来说，稳定性好很多，结构性能响应稳定性也提升很多。据此，也说明了进行结构稳健性设计的必要性。

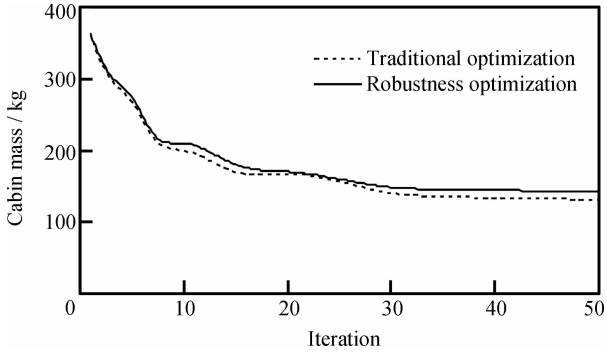

图 6　迭代过程中 T300/4211 座舱质量变化趋势对比

Fig. 6　Variation tendency contrast of T300/4211 cockpit mass in iteration process

权重系数 ω_1 是稳健性优化模型建立过程中的一个重要参数，对 ω_1 取不同的数值，最后计算所求的稳健性优化解也会不同。表 3 列出了基于不同的权重系数 ω_1 求解得到的稳健性优化解。

从算例计算结果可以明显看出，稳健性优化解和传统最优解之间存在着差异。另外，基于不同的权重系数 ω_1 进行稳健性优化设计，所得到的稳健性优化解也是不同的。权重系数 ω_1 的改变会导致稳健性优化解和所需设计参数发生改变。

稳健性优化最大的优势在于提高整个结构的综

表 3　T300/4211 座舱基于不同权重系数 ω_1 的稳健性优化解

Table 3　Robustness optimal solutions of T300/4211 cockpit based on different weight factor ω_1

ω_1	m_{tot}	μ_f	σ_f	t_{m2}	t_{y2}	t_{z2}
0	150.17	−2.500	0.008	0.41	4.19	2.16
0.2	147.03	−2.504	0.034	0.36	4.06	2.05
0.4	142.65	−2.508	0.079	0.33	3.96	1.94
0.6	140.53	−2.510	0.104	0.29	3.86	1.87
0.8	135.79	−2.514	0.125	0.25	3.75	1.73
1.0	131.79	−2.519	0.162	0.22	3.67	1.67

合稳定性。在优化模型中，是通过目标函数方差 σ_f 这一参数来衡量的。参数 σ_f 越大，系统响应越敏感，相应的稳定性就越差；反之，参数 σ_f 越小，结构表现出的稳定性就越好。

表 3 中，当 $\omega_1 = 1.0$ 时，所求结果即为传统优化解，此时 σ_f 达到最大，结构性能响应最敏感，相应的稳定性也最差。当 $\omega_1 = 0$ 时，求得的 σ_f 为最小值，稳定性也就最好，但此时，所求得的目标函数结果最差。因此，需要在目标函数和稳定性之间求得某种平衡，即在目标函数和方差参数 σ_f 间求解一种平衡，稳健性优化设计就是求解这种平衡的方法，这也是它的优势所在。

7 结 论

（1）基于最终层失效假定，对存在初始缺陷的复合材料舱体进行稳健性优化，提出把结构看作由串联子系统组成的并联系统的思想，结合材料刚度比率退化准则和单层可靠度理论，采用概率逐步失效分析方法，计算出主要失效链，从而得出结构的失效概率。采用遗传算法，以复合材料舱体质量最小为目标函数，以可靠度要求为约束条件，采用稳健性协调优化方法进行优化计算。算例结果证明了这一模型的可行性。

（2）针对复杂结构优化问题提出了一种分级优化思想，该思想把难于求解的问题分成易求的子问题。这样可减少每次优化的设计变量个数，从而降低了迭代过程中的非线性难度，但是又不会影响到设计变量的灵活分析与设计。座舱算例表明，该求解思想效果显著，方法成功，可为复杂的复合材料结构优化提供参考。

（3）通过对比稳健性优化设计结果和传统可靠性优化设计结果，发现稳健性优化所求解的目标函数值比传统优化所得目标函数值要差一些，但是，稳健性优化所求结果同传统优化相比，设计变量变化引起的结构性能响应不明显，具有很高的结构性能稳定性。对比结果也说明了进行结构稳健性设计的必要性，对结构进行稳健性优化可以提高结构的综合可靠性。

参考文献：

[1] 刘丰睿，赵丽滨. 复合材料舱段三维应力分析及设计[J]. 材料工程，2008，52(5)：449-450.
Liu Fengrui，Zhaolibin. Analysis and design of three-dimension stress of composite material cabin [J]. Materials Engineering，2008，52(5)：449-450.

[2] Miki M. Optimum fiber orientation angle of multi-axially laminated composites based on reliability [J]. Reliability Engineering and System Safety，2007，66(3)：279-285.

[3] Kogiso N，Murotsu Y. Effect of correlation on reliability based design of composite plate [J]. Journal of Engineering Mechanics，2003，41(8)：717-724.

[4] Murotsu Y，Shao S. Reliability design of fiber reinforced composites [J]. Computers and Structures，2004，25(2)：145-151.

[5] Kam Y. Reliability formulation for composite laminates subjected to first-ply failure [J]. Composites Science and Technology，2006，47(6)：547-553.

[6] Chen W. A compromise programming approach to robustness design [J]. Advance in Design Automation，2007，121(3)：278-287.

[7] Reneud E. Robustness design through minimum sensitivity [J]. Journal of Composite Materials，2007，45(7)：667-677.

[8] Sundaresen W. A robustness optimization procedure with variations on design constrains [J]. Structural Optimization，2007，28(3)：283-291.

[9] 陈 晓，许 可，戴诗亮. 求解层合板非线性屈曲问题一般方法的若干讨论 [J]. 工程力学，2002，19(1)：73-78.
Chen Xiao，Xu Ke，Dai Shiliang. Discussion on the general method for solution of nonlinear buckling problems of laminated plates [J]. Engineering Mechanics，2002，19(1)：73-78.

[10] Feng J. Composite material technology in the application of modern aircraft [J]. Aviation Manufacturing Technology，2009，37(3)：251-262.

[11] Rackwitz R，Fiessler M. The response of fibre metal laminates panels subjected to uniformly distributed loading [J]. European Journal of Mechanics - A/Solids，2009，42(2)：167-175.

[12] 关志东，黎增山，刘德博. 复合材料层板开孔压缩损伤分析 [J]. 复合材料学报，2012，29(3)：167-172.
Guan Zhidong，Li Zengshan，Liu Debo. Damage analysis of open-hole compression laminates [J]. Acta Materiae Compositae Sinica，2012，29(3)：167-172.

[13] 原梅妮，杨延清，李茂华. SiC/Ti-6Al-4V 复合材料在横向拉伸载荷下界面失效行为的数值模拟 [J]. 复合材料学报，2012，29(6)：159-163.
Yuan Meini，Yang Yanqing，Li Maohua. Numerical simulation of the interface failure mechanism of SiC/Ti-6Al-4V composites under the transverse tensile stress [J]. Acta Materiae Compositae Sinica，2012，29(6)：159-163.

[14] 刘德博，关志东，李 星. 基于界面单元的复合材料Ⅱ型层间损伤分析 [J]. 复合材料学报，2012，29(5)：151-156.
Liu Debo，Guan Zhidong，Li Xing. Mode Ⅱ interlaminar

damage analysis of composite laminates based on cohesive elements [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2012, 29(5): 151-156.

[15] 高维成，李小乐，刘　伟. 剪切载荷下含椭圆形大开口层合板的试验研究 [J]. 复合材料学报，2012，29(6)：243-248.
Gao Weicheng, Li Xiaole, Liu Wei. Experimental study on composite laminate with a large elliptical cutout under shear load [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2012, 29(6): 243-248.

[16] Liu K S, Tsai S. Analytical fuselage and wing estimation of transport aircraft [J]. Technical Memorandum, 2009, 32(5): 465-470.

[17] Chenetal Y. A coordination design method to robustness design [J]. Advance Design, 2005, 67(4): 368-376.

[18] Zhang Y K. Composite structural optimization design of composite material cabin [J]. Xibei Engineering University Journal, 2008, 51(11): 1048-1050.

[19] Heimbs S, Vogt D, Hartnack R. Numerical simulation and optimization of aircraft interior components under loads [J]. International Journal of Crashworthiness, 2008, 26(5): 511-521.

[20] 冯消冰，黄　海，王　伟. 基于遗传算法的大型风机复合材料叶片根部强度优化设计 [J]. 复合材料学报，2012，29(5)：196-202.
Feng Xiaobing, Huang Hai, Wang Wei. Strength optimization of large wind turbine blade root on the genetic algorithm [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2012, 29(5): 196-202.

[21] Kogi N, Murot Y. Probabilistic failure analysis of loaded laminated composite structure using experiment method and first-order moment theory [J]. Journal of Reinforced Plastics and Composites, 2002, 36(9): 892-905.