复合材料学报
Acta Materiae Compositae Sinica
第30卷 第4期 8月 2013年
Vol. 30 No. 4 August 2013

文章编号：1000-3851(2013)04-0170-07

基于遗传算法的功能梯度材料参数的反演分析

许杨剑*，李翔宇，王效贵
（浙江工业大学 机械工程学院，杭州 310014）

摘 要： 采用一种基于遗传算法结合响应面插值的反演方法，利用微压痕实验和有限元模拟，对功能梯度材料(FGM)的本构模型参数进行识别分析。此方法首先以解耦的方式对压痕试验进行有限元模拟计算，然后利用三次拉格朗日插值函数构造荷载-位移响应面，并将响应面上插值得到的相关结果传递给遗传算法以实现材料参数的反演辨识。对功能梯度材料参数的反演研究表明：该方法在保证较高精度的同时能够极大地提高常规遗传算法的反演效率；另外，利用大、小压头组合的双压头模式对功能梯度材料进行压痕的反演分析，较之单压头能够获得更为合理的结果。

关键词： 反演分析；遗传算法；响应面；微压痕；有限元模拟
中图分类号： TB331 **文献标志码：** A

Genetic algorithm based inverse analysis for functionally graded material parameters

XU Yangjian*, LI Xiangyu, WANG Xiaogui
(College of Mechanical Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310014, China)

Abstract: To determine the model parameters of functionally graded material(FGM), an inverse analysis procedure based on genetic algorithm and response surface interpolation was introduced, in which the experimental records obtained from instrumented micro-indentation and their finite element analysis results were utilized. With an uncoupled manner, the finite element simulation of indentation was first conducted followed by the construction of a set of load-displacement response surfaces by a cubic Lagrange interpolation function, and then transferred to genetic algorithm for material parameter identification. This study shows that this approach inherits high accuracy from the general method based on genetic algorithm; however its solution efficiency is much higher since the large amounts of finite element calculations are substituted by interpolation on response surfaces. Numerical investigation also discloses that a double-indenter test mode can obtain a more reasonable result in comparison with the single-indenter mode for parameter identification of FGM.

Keywords: inverse analysis; genetic algorithm; response surface; micro-indentation; finite element simulation

功能梯度材料(FGM)可以简单地定义为，组成成分在不同的宏观尺寸下(如涂层厚度)呈连续变化、梯度分布的一种新型材料[1]。各种组成成分的体积分数在空间分布的不同，会引起材料性能在空间上的各向异性，因此FGM有其独特的材料性能优势。比如：各组分的连续过渡可以避免明显的界面问题以及材料性能的突变。但是这种材料构建方式，使得利用传统的拉伸试验方案获取其力学性能参数变得无能为力。近期发展迅速的微压痕测试技术凭借其高精度的定位和分辨能力，已经成为评估和表征微尺度材料力学性能的有效手段[2]。然而，FGM的微压痕测试通常无法直接测得相关材料参数，需要通过诸如反演分析等方法间接获取，因此现在针对反演分析的研究变得更加热门。

基于反演分析解决非线性问题，主要可归纳为如下两类：(1) 使用迭代算法将非线性问题转化为线性、拟线性问题进行反演分析，如梯度法[3]、卡尔曼滤波算法[4]等。此类算法具有收敛快、适定性

收到初稿日期： 2012-06-09；**收到修改稿日期：** 2012-09-02；**网络出版时间：** 2013-01-18 13:54:05
网络出版地址： www.cnki.net/kcms/detail/11.1801.TB.20130118.1354.045.html
DOI： CNKI:11-1801/TB.20130118.1354.045
基金项目： 国家自然科学基金(51005208，51175469)；浙江省自然科学基金(Y1100120)；钱江人才D类项目资助
通讯作者： 许杨剑，博士，副教授，从事固体力学、反问题研究 E-mail：xuyangjian571@163.com

强等优点，但是却严重依赖初值，容易陷入局部最优。(2) 采用完全非线性算法实现非线性问题从数据到模型的直接映射，如置信域算法[5]、蒙特卡罗法[6]和人工智能算法(如：遗传算法[7-8]、神经网络[9]、蚁群算法[10]等)等。较之第一类方法，该类方法具有全局搜索能力，其计算结果更加稳定和精确，因而以人工智能算法为代表的优化算法成为很多反演问题的首选。但是，现行方法大都是在反演过程中实时地调用相关软件进行大量的模拟分析，反演过程相当耗时。近来也有学者[11-14]将传统的响应面法结合人工智能算法应用于模型结构优化设计和材料参数识别上，但是在 FGM 参数的反演辨识中较为少见。再者，传统的响应面法通常是利用线性回归的方法拟合得到二次近似函数来构造响应面，对于 FGM 参数反演这类高度非线性问题，则精度较为欠缺。

本文作者采用一种基于遗传算法结合由三次拉格朗日插值函数构造的响应面插值的反演方法，根据微压痕实验获得的荷载-位移响应曲线及对应的有限元模拟结果，从不同角度对 FGM 模型参数的反演识别问题进行了研究。该方法利用双压头模式充分的约束条件保证全局搜索最优的前提下，大大提高了反演分析的效率和精度，可以有效地表征 FGM 的力学性能。

1 基于遗传算法结合响应面插值的反演分析法

遗传算法是一种借鉴生物界自然选择和遗传机制的自适应优化算法，其流程见图 1 所示的遗传算法寻优模块。鉴于篇幅有限，其细节内容及程序实现不作展开。

基于遗传算法的常规反演方法是将每次产生的种群个体解码到对应参数空间后，提取相应的参数组，直接传递给有限元软件进行模拟分析。然后，将获得的各个增量步下荷载-位移响应值返还给遗传算法进行适应度(fitness)函数的计算，从而实现参数的反演。也就是说，在整个反演过程中，每个遗传个体都要实时地调用有限元软件进行数值分析，并与遗传算法进行数据交互。因此，随着遗传代数的增加与初始种群数的扩大，计算效率会变得异常低下。

鉴于前述常规反演算法的缺陷，本文中采用了基于遗传算法结合响应面插值的反演方法，包含响应面的构造、遗传算法寻优及参数核实三个功能模块，如图 1 所示，其主体程序通过 Matlab 编程实现。在响应面的构造模块当中，首先按照拉格朗日插值的要求，在初始范围内选取少量初始参数组(即参数基准点)，利用有限元分析获得各组参数在对应荷载步下的数值结果；然后据此通过拉格朗日插值函数构建荷载-位移响应面(详见本文 2.3 节)。在随后的遗传算法寻优模块中，直接基于已经构造的若干响应面，插值得到当前遗传个体的响应值，结合目标曲线对其适应度进行评价，再通过循环迭代获得最优参数。最后，利用如图 1 所示的参数核实模块对参数的正确性进行进一步检验。在上述反演过程中，采用插值的方法来代替大量的有限元计算，极大地提高了反演效率；再者用于插值的数据是事先通过有限元分析批处理提取的，这使得遗传迭代过程中无需与有限元软件进行实时数据交互，因此计算效率得到进一步提高。

2 功能梯度材料(FGM)模型参数的反演分析

为了验证本文采用的方法应用于 FGM 模型参数反演问题中的可行性，取文献[4]的材料及微压痕实验结果作为数值试验的依据。该材料为陶瓷-金属功能梯度涂层材料，是以纯金属和纯陶瓷材料按照一定的体积分数梯度渐变合成的，因此可以避免由于陶瓷和金属材料之间的热膨胀系数及弹性模量等物理性能参数的不协调而引起的材料失效。其制备及相关特性详见文献[4]。

2.1 FGM 模型及反演参数

陶瓷-金属功能梯度涂层材料中的陶瓷材料为氧化锆(PSZ)，其弹性模量 $E_c=50$ GPa，泊松比 $\nu_c=0.25$；金属材料 NiCrAlY 采用双线性弹塑性本构模型进行表征，其弹性模量、泊松比、屈服应力及硬化模量分别为 $E_m=50$ GPa、$\nu_m=0.25$、$\nu_{ym}=106$ MPa 和 $H_m=12$ GPa。陶瓷与金属材料的成分满足如下理想化幂函数方程：

$$V_c = 0.8(z/t)^n \tag{1}$$

其中：V_c 是陶瓷成分的体积分数；z 是功能梯度材料在厚度方向上任一测量点离基底的垂直距离；t 是功能梯度材料薄膜的厚度；n 是幂指数。根据复合材料的定义可得金属材料 NiCrAlY 的体积分数 V_m 为

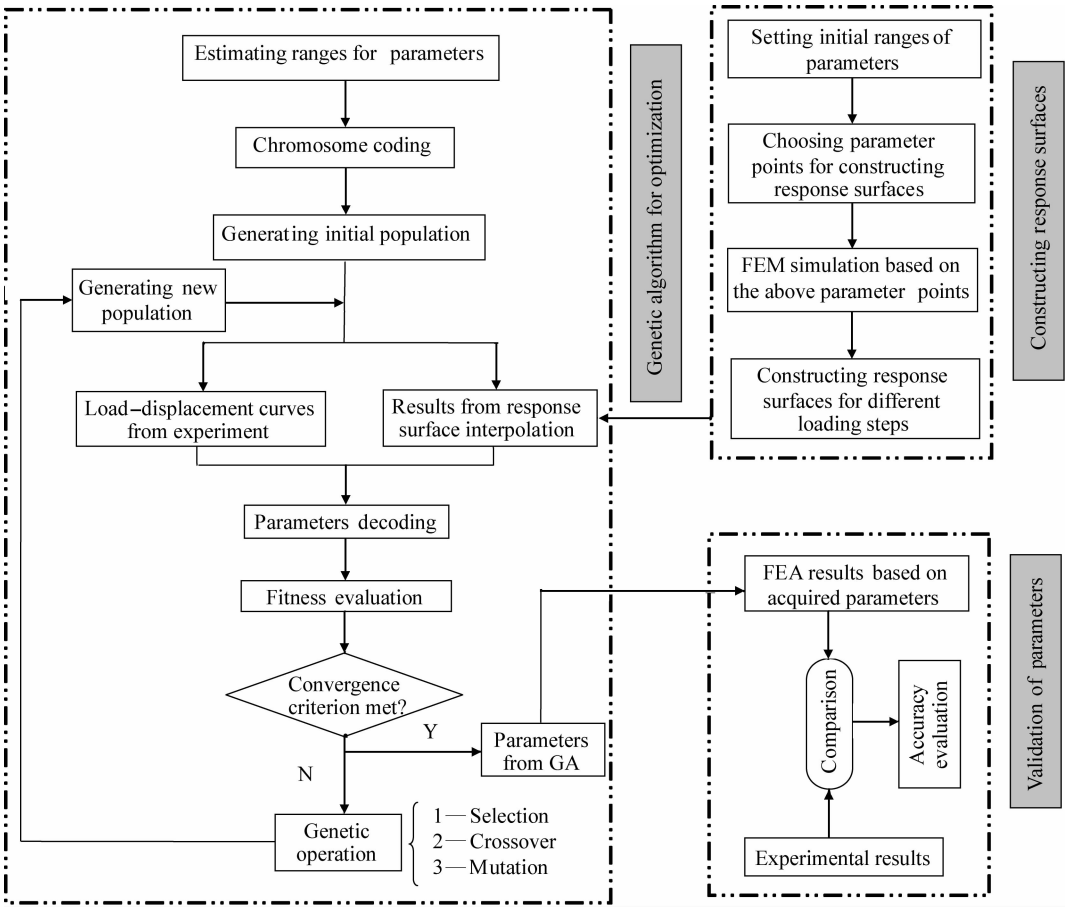


图 1　遗传算法(GA)结合响应面插值的反演分析流程图

Fig. 1　Flow chart of inverse analysis based on genetic algorithm(GA) and response surface interpolation

$$V_m = 1 - V_c \tag{2}$$

按照体积分数的混合方式，复合材料通常可由两种趋向极限的等效力学属性评价模型表征，即依据等应变假设的 Voigt 模型和依据等应力假设的 Reuss 模型。但在实际复合材料中，其等效力学属性往往都落在上述两个极限模型之间，因此本文中采用修正的混合模型[4]来表征该值，其单轴应力及应变描述成

$$\begin{pmatrix}\sigma_f\\ \varepsilon_f\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\sigma_c\\ \varepsilon_c\end{pmatrix} V_c + \begin{pmatrix}\sigma_m\\ \varepsilon_m\end{pmatrix} V_m \tag{3}$$

式中，σ_f、σ_c、σ_m、ε_f、ε_c 和 ε_m 分别代表功能梯度材料、陶瓷材料、金属材料的单轴应力和应变。归一化的应力应变转换比通过如下的无量纲参数 q 定义：

$$q = \frac{1}{E_c}\frac{\sigma_c - \sigma_m}{\varepsilon_c - \varepsilon_m} \tag{4}$$

$q \to 0$ 意味着该混合模型趋向于 Reuss 模型，$q \to \infty$ 则逼近于 Voigt 模型。本文中假定 q 不随体积分数而改变。综合式(3)和式(4)，并假定 FGM 的弹性模量 $E_f = \sigma_f/\varepsilon_f$，可获得如下等效弹性模量表达式：

$$E_f = \frac{V_c E_c + V_m E_m R}{V_c + V_m R} \tag{5}$$

其中

$$R = \frac{q+1}{q + E_m/E_c} \tag{6}$$

按照上述等效弹性模量的处理方式，可以导出功能梯度材料的屈服极限

$$\sigma_{yf} = \sigma_{ym}\left(V_m + \frac{E_c V_c}{E_m R}\right) \tag{7}$$

以及硬化模量

$$H_f = \frac{V_c E_c + V_m H_m \bar{R}}{V_c + V_m \bar{R}} \tag{8}$$

其中

$$\bar{R} = \frac{q+1}{q + H_m/E_c} \tag{9}$$

尽管 FGM 的泊松比也可以按照上述方式构造，但其对结果的影响不大，因而在此假定为常量。

式(1)～式(9)构建了弹塑性功能梯度材料的等效弹性模量 E_f、屈服极限 σ_{yf} 以及硬化模量 H_f 这三个关键参数的表达式。给定两种组分的泊松比 ν_c、ν_m 及弹性模量 E_c、E_m，金属 NiCrAlY 材料的屈服极限 σ_{ym} 和硬化模量 H_m，则本构方程中只有幂指数值 n 与无量纲转换因子 q 两个参数未知，本文中将其作为反演参数。

通过对式(1)的分析和计算，幂指数 n 的变化区间设定为[1/3，3]，这一区间能够确保 PSZ 和 NiCrAlY 两种材料在整个薄膜中的含量都在一个较大的范围内变化。另外由式(4)可知，无量纲转换因子 q 的变化区间为[0，∞]。

为了便于遗传算法中种群遗传操作的进行，现对这两个反演参数作如下变换：

$$N=\frac{\lg n}{2\lg 3},\ Q=\sqrt{1-\mathrm{e}^{-q}} \tag{10}$$

变换后两参数的初始范围转换为 $-0.5\leqslant N\leqslant 0.5$ 及 $0\leqslant Q\leqslant 1$。通过有限元模拟发现，在上述参数的区间内任意选取的参数组合，均能获得平滑、收敛的荷载-位移曲线，因此初始区间选择合理有效。

2.2 FGM 压痕的有限元模拟

采用 ANSYS 有限元软件对前述功能梯度涂层材料进行微压痕的模拟分析，选用 Plane182 单元建立图 2 所示的二维轴对称模型。涂层材料沿厚度方向等分为 100 层单元。其材料属性呈梯度变化，由式(1)～式(9)对相应位置进行插值赋予。

反演分析时，分别取半径为 0.8 mm 和 2.4 mm 的两种圆球形压头进行压痕模拟和试验。压头材料皆为硬化钢 440C(弹性模量 $E^{\mathrm{WC\text{-}Co}}=614$ GPa、泊松比 $\nu^{\mathrm{WC\text{-}Co}}=0.22$)。另外，薄膜材料所附的基底材料选用 Q235 钢，其对应的弹性模量和泊松比分别为 $E^{\mathrm{Q235}}=614$ GPa 和 $\nu^{\mathrm{Q235}}=0.22$。

模拟中在压头上逐渐施加荷载直到 10 N。由于压头的刚度远远大于 FGM 薄膜，故压头的变形可以忽略。模拟结束后，提取 20 个荷载增量步($P=2.0\sim9.6$ N 之间，荷载增量 $\delta P=0.4$ N)下的荷载-位移曲线构建对应的位移响应面。

2.3 FGM 响应面的构造

在反演分析中，本文作者使用基于响应面插值的近似解代替有限元模拟的数值解，来提高遗传算法的反演效率。具体实现步骤如下：首先，在 N 和 Q 两个参数空间里按照三次拉格朗日插值的要求，取 16 组参数作为基准点，见图 3(a)；然后根据基准点进行 16 次有限元模拟获取(类似图 3(b)所示)20 个荷载步下的荷载-位移响应值并构造每个荷载步下的荷载-位移响应面(见图 3(a))，即每个荷载步对应 1 个响应面；最后通过在响应面上插值得到任意参数组的荷载-位移响应值。也就是说，在遗传算法中生成一个新的进化个体(即预测的参数组)后，直接可以代入上述响应面插值得到不同荷载步下的响应值，以此结合实验结果构造适应度函数对该个体的进化优劣进行评判。

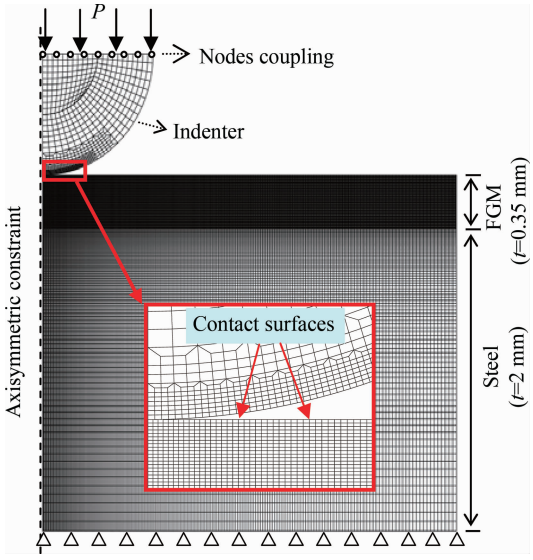


图 2 功能梯度材料(FGM)压痕分析的有限元模型

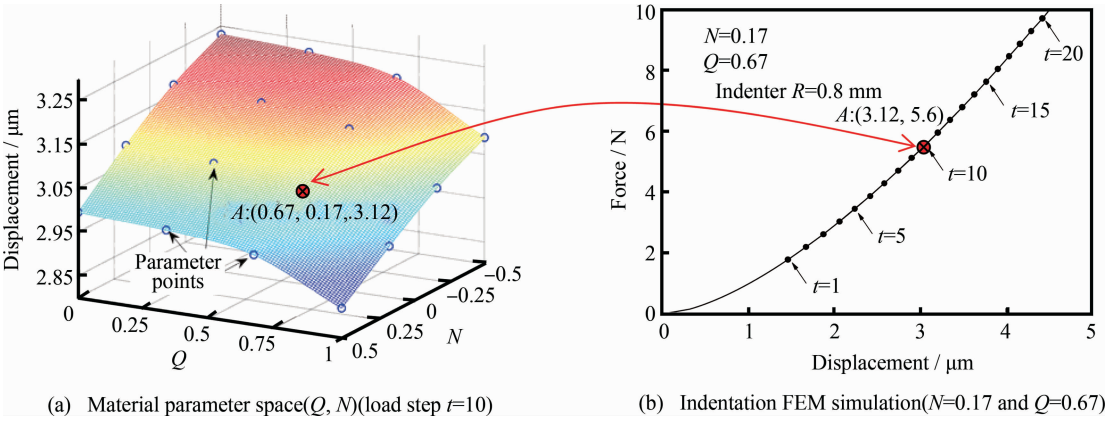
Fig. 2 FEM model of micro-indentation analysis for functional graded material(FGM)

2.4 遗传算法适应度函数的构建

适应度函数是用于评价种群中各个个体达到或者接近最优解的程度，并被作为种群自然选择的依据。因此，适应度函数的构建，对于获得收敛速度快并且精度高的遗传个体十分重要。在该反演问题中，已知的条件是通过压痕实验获得的荷载-位移曲线[4]。通过有限元模拟与响应面插值结合的方式，能够获取遗传个体对应的荷载-位移曲线。基于最小二乘法原理，在这两条曲线上分别取 20 个荷载步下的目标实验值 U'_i 与位移计算值 U_i 作相对差值平方求和，得到

$$f(U)=\sum_{i=1}^{20}\left(\frac{U_i-U'_i}{U'_i}\right)^2 \tag{11}$$

当 $f(U)$ 取最小值时，反演获得的参数即是最优解。但是，遗传算法寻优过程是通过求解适应度函



(a) Material parameter space(Q, N)(load step t=10)　　(b) Indentation FEM simulation(N=0.17 and Q=0.67)

图 3　FGM 位移响应面与有限元(FEM)模拟结果的对应关系图

Fig. 3　Relationship between displacement response surface and FEM simulation results for FGM

数的最大化问题实现的，因此需要对上述函数进行最大化转换。由于 $f(U)$取值范围为$(0,+\infty)$，因此反演算法中构造如下形式的适应度函数：

$$F(U)=\frac{1}{\sqrt{f(U)/20}} \tag{12}$$

3　结果讨论

3.1　FGM 反演结果的验证分析

为了验证算法，先取压头半径 R=0.8 mm(小压头)的荷载-位移响应实验数据[4]作为目标曲线，结合响应面插值获得的数值计算结果，进行 FGM 参数的反演分析。遗传算法中设置初始种群数及遗传代数均为 50，取交叉率为 0.6，选择率为 0.08 以及变异率为 0.008。经反演计算，得到 FGM 参数的最佳预测结果(N^{est}=−0.007，Q^{est}=0.711)。从适应度随遗传代数变化的曲线(图 4)可知，经过 30 代左右的遗传迭代，其平均适应度值趋向稳定，预示着该代对应的遗传个体(即反演辨识的参数组)已经接近理想的期望值。图 5 反映了特定遗传代数(1，5，15 及 50)下的种群分布情况。从图中可以看出散乱的初始种群分布经过多代的遗传计算，逐渐地向某一范围内靠拢，最终收敛到稳定的点上，即最佳的预测参数组。由此可见，本文中采用的算法具备良好的收敛性。

为了验证反演结果的合理性，在两种不同压头(R=0.8 mm 和 R=2.4 mm)试验工况下，取同一个反演参数(N^{est}=−0.007，Q^{est}=0.711)作为输入参数进行有限元模拟分析，然后分别与各自的实验结果[4]进行对比，如图 6 所示。模拟结果与实验曲线吻合程度非常高，表明本算法在 FGM 模型参数的反演识别分析中具有良好的适用性。

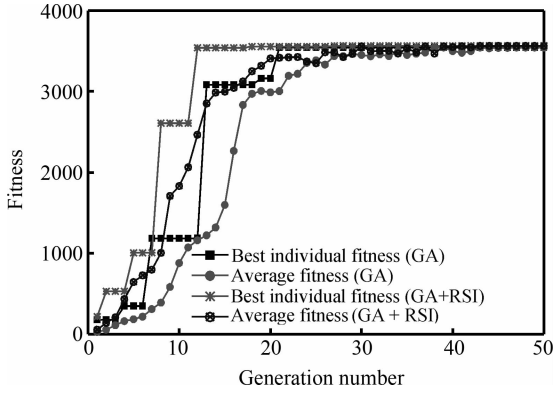


图 4　分别基于遗传算法(GA)和结合响应面插值的遗传算法(GA+RSI)的反演分析中适应度值随着遗传代数变化的曲线图

Fig. 4　Variation of fitness with generation number on genetic algorithm (GA) and GA combined response surface interpolation (RSI), respectively

3.2　两种遗传算法的反演结果对比

如前所述，使用常规的遗传算法(即实时地调用有限元分析并更新数值结果)亦能对上述问题进行反演辨识分析。为了更好地了解本文讨论的反演算法的计算精度及效率，对相同的模型采用常规遗传算法进行了反演分析。获得最佳的反演参数(N^{est}=−0.009，Q^{est}=0.713)，适应度演化曲线如图 4 所示。对比两种方法得到的反演结果可知，其反演参数很接近，而且其遗传进化轨迹以及最优适应度值的变化规律也非常相似，这说明结合响应面插值的遗传算法拥有与常规的遗传算法相近的计算精度。利用本文的方法进行整个反演分析耗时约 35 min，常规方法需花费约 5000 min，表明本文采

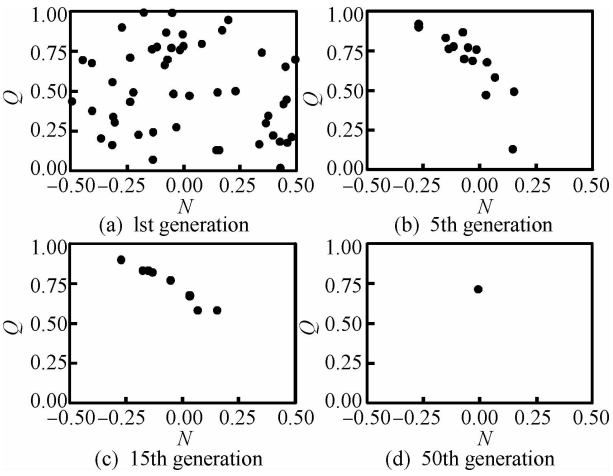


图 5 FGM 参数 N 和 Q 的迭代历程图(代数分别为 1、5、15 和 50)

Fig. 5 Iterative process of FGM parameters N and Q (generation number: 1, 5, 15 and 50, respectively)

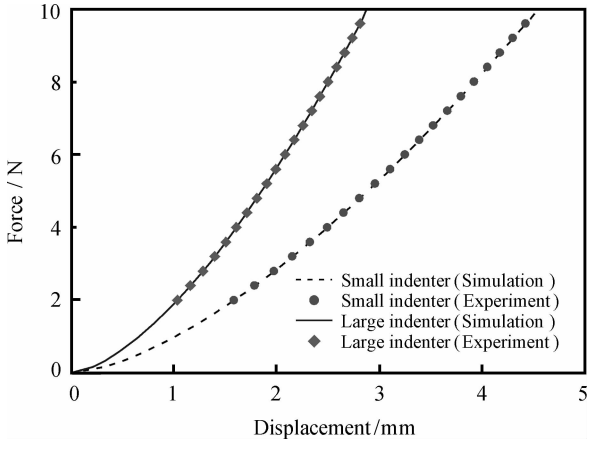


图 6 基于反演参数($N=-0.007$，$Q=0.711$)两种不同尺寸($R=0.8$ mm 和 $R=2.4$ mm)压头下模拟的压痕荷载-位移曲线与实验结果的对比

Fig. 6 Comparison of experimental and simulated results for two different sizes ($R=0.8$ mm and $R=2.4$ mm) indenters based on material parameters ($N=-0.007$, $Q=0.711$) from inverse analysis

用的方法比常规方法具有更高的效率，从而使得一些原先不能由常规遗传算法进行反演分析的大规模问题能够得以解决。

3.3 不同压头模式下 FGM 参数反演结果对比

由于 FGM 在受压下具有高度的非线性响应，不同的压痕接触面积对应于不同的约束条件。为了进一步验证基于响应面插值的遗传反演算法的适用性，使用大压头(半径 $R=2.4$ mm)的压痕实验数据[4]，以相同条件对 FGM 模型参数进行反演分析。大压头时的最佳反演参数($N^{est}=-0.013$，$Q^{est}=0.706$)，结果与小压头(半径 $R=0.8$ mm)情况非常近似。另外，从图 7 可知，两种尺寸压头情况下在稳定状态时的最优适应度值也非常接近，大压头的数值略微高些。

显然，在双压头模式下进行反演分析，较之单压头能提供更多的约束条件，故在此对双压头模式作进一步研究。综合大、小压头的模拟和实验结果加以相同的权函数进行反演分析，得到最佳的反演参数($N^{est}=-0.011$，$Q^{est}=0.729$)和适应度演化曲线(如图 7 所示)。比较大、小单压头及双压头模式下得到的最佳参数组可知，采用不同的压痕方式都能得到较为近似的反演结果。然而，对比单压头(小压头或者大压头)与双压头最优解的适应度曲线可以看出，单个压头在第 12 代时，种群的最优解已经趋于稳定，收敛速度略快于双压头。但是值得注意的是，遗传算法是基于概率的方法编制的，每次的迭代过程并非完全稳定和一致，因此收敛速度上的略微差别，其意义不大。另外，单压头的适应度曲线呈现非常明显的阶梯状变化，说明单压头情况存在容易陷入早熟而局部最优的缺陷。相比而言，双压头遗传进化过程是平滑递增的，达到最终稳定之前局部停留的代数较短，全局性更好；而且其稳定的适应度值较之单压头也更大，这意味着其计算结果与实验数据吻合得更好，精度更高。由于不同的压头作用方式增加了 FGM 参数反演的约束条件，因此双压头模式下的反演过程和结果更为合理。

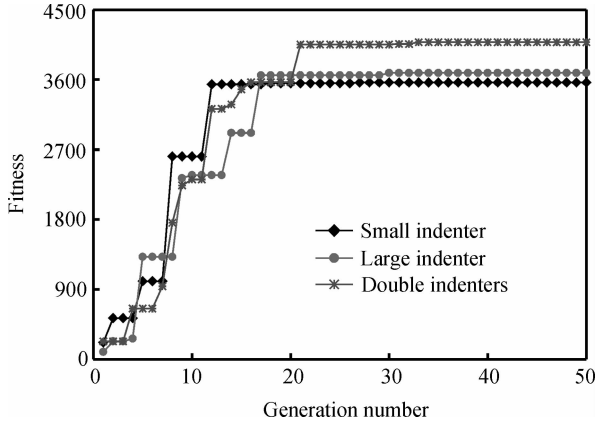


图 7 不同压头模式(大压头、小压头和双压头)下最优个体的历代适应度曲线对比

Fig. 7 Comparison of best individual fitness curves from different indenter modes (small indenter, large indenter and double indenters)

4 结　论

(1) 结合微压痕实验，所采用的基于遗传算法结合由三次拉格朗日插值函数构造的响应面插值的反演分析方法能够高效、准确地对功能梯度材料(FGM)的非线性材料模型参数进行反演识别，可以避免复杂实验的长周期、高成本的缺陷。其操作过程简单，能够满足工程应用的要求。

(2) 本文中采用的反演方法在保证较高精度的同时，能够极大地提高常规遗传算法的反演效率。

(3) 利用大、小压头组合的双压头模式进行反演分析，较之单压头能够获得更为合理的反演过程及结果。

参考文献：

[1] 贡长生，张克立. 新型功能材料 [M]. 北京：化学工业出版社，2001：45-58.
Gong Changsheng, Zhang Keli. New type functional materials [M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2001: 45-58.

[2] 张泰华. 微/纳米力学测试技术及其应用 [M]. 北京：机械工业出版社，2005：8-39.
Zhang Taihua. Micro/nanometer mechanical test technology and the application [M]. Beijing: China Machine Press, 2005: 8-39.

[3] Gouldstone A, Chollacoop N, Dao M, Li J, Minor A, Shen Y L. Indentation across size scales and disciplines: Recent developments in experimentation and modeling [J]. Acta Materialia, 2007, 55(12): 4015-4039.

[4] Gu Y, Nakamura T, Prchlik L, Sampath S, Wallace J. Micro-indentation and inverse analysis to characterize elastic - plastic graded materials [J]. Materials Science and Engineering, 2003, 345(1/2): 223-233.

[5] Moy C K S, Bocciarelli M, Ringer S P, Ranzi G. Identification of the material properties of Al 2024 alloy by means of inverse analysis and indentation tests [J]. Materials Science and Engineering A, 2011, 529(25): 119-130.

[6] Osberghaus A, Hepbildikler S, Nath S, Haindl M, Lieres E V, Hubbuch J. Determination of parameters for the steric mass action model: A comparison between two approaches [J]. Journal of Chromatography A, 2012, 1233(13): 54-65.

[7] Wang J, Kang Y L, Qin Q H, Fu D H, Li X Q. Identification of time-dependent interfacial mechanical properties of adhesive by hybrid/inverse method [J]. Computational Materials Science, 2008, 43(4): 1160-1164.

[8] 郝长岭，周贤宾，李志光，刘旭兰. 紧缩场蜂窝夹层反射面板材料参数优化反求 [J]. 复合材料学报，2008，25(3)：190-196.
Hao Changling, Zhou Xianbin, Li Zhiguang, Liu Xulan. Material parameter identification of sandwich reflector panels of compact antenna test range by genetic algorithm - based inverse method [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2008, 25(3): 190-196.

[9] 李　烁，徐元铭，张　俊. 基于神经网络响应面的复合材料结构优化设计 [J]. 复合材料学报，2005，22(5)：134-140.
Li Shuo, Xu Yuanming, Zhang Jun. Composite structural optimization design based on neural network response surfaces [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2005, 22(5): 134-140.

[10] 郭红玲，杨海天，赵　潇. 蚁群算法求解弹性本构参数区间反问题 [J]. 工程力学，2012，29(1)：12-17.
Guo Hongling, Yang Haitian, Zhao Xiao. Solving and inverse problem of intervals of elastic constitutive parameters via ant colony algorithm [J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(1): 12-17.

[11] 谭　飞，韩　旭. 基于代理模型的功能梯度梁的材料特性参数反求 [J]. 复合材料学报，2008，25(5)：175-180.
Tan Fei, Han Xu. Surrogate - based inverse technique for material characterization of functionally graded beam [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2008, 25(5): 175-180.

[12] 张　勇，陆　勇. 基于序列响应面方法的高强度钢材料参数反求 [J]. 中国机械工程，2010，21(18)：2255-2259.
Zhang Yong, Lu Yong. Inverse method for material parameters estimation for high strength steel based on successive response surface method [J]. China Mechanical Engineering, 2010, 21(18): 2255-2259.

[13] Ma Z S, Zhou Y C, Long S G, Lu C S. An inverse approach for extracting elastic - plastic properties of thin films from small scale sharp indentation [J]. Journal of Materials Science & Technology, 2012, 28(7): 626-635.

[14] Katrin T, Philip L, Jürgen H. Application of genetic algorithms and response surface analysis for the optimization of batch chromatographic systems [J]. Biochemical Engineering Journal, 2012, 63(15): 66-75.