复合材料学报 Acta Materiae Compositae Sinica
第30卷 第3期 6月 2013年
Vol. 30 No. 3 June 2013

文章编号：1000-3851(2013)03-0198-07

2.5维机织复合材料经向拉伸弹性模量预测与试验验证

朱永新，崔海涛*，温卫东
（南京航空航天大学 能源与动力学院，南京 210016）

摘 要： 采用沿经向切片积分的方法计算2.5维机织复合材料的宏观经向拉伸弹性模量，与试验结果和传统的体积平均合成方法进行了对比，分析表明，本文中的方法能够有效提高传统体积平均法的预测精度。利用文中的方法分析了2.5维机织复合材料沿在机织循环过程中的经向拉伸弹性模量分布情况，并且对相关机织结构的2.5维机织复合材料进行了试验研究。研究发现，经纱弯曲程度较小的直联结构和添加平直经纱的衬经结构能够有效提高2.5维机织复合材料的经向拉伸弹性模量，并且能够改善经向拉伸应力-应变曲线的非线性。

关键词： 2.5维；机织复合材料；经向；弹性力学性能；切片
中图分类号： TB332 **文献标志码：** A

Elastic property prediction and experimental verification in the warp direction of 2.5D woven composites

ZHU Yongxin, CUI Haitao*, WEN Weidong
(College of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: This paper developed an integral method with the integration path of warp direction to predict the macro elastic property in warp direction of 2.5D woven composites. The evaluated elastic modulus was compared with experimental results and classical volume average method. It shows that the predicted value is much better, and the predicted method is more effective. The distribution of elastic property during woven cyclic process in the warp direction of 2.5D woven composites was investigated, and some experiments were done with similar woven structures of 2.5D woven composite. It shows that the smaller bending angle of warp and the additional straight warp can improve the elastic property in the warp direction of 2.5D woven composites, and the nonlinearity of stress-strain curve can also be improved.

Keywords: 2.5D; woven composites; warp; elastic property; sectioning

2.5维机织复合材料是一种新型的结构性复合材料，其经纬纱交织结构可以明显改善层合复合材料层间性能弱的缺点，越来越受到人们的关注，对2.5维机织复合材料力学性能的研究也广泛展开。Yang等[1]、Whiteney等[2]和Chou[3]提出并发展了纤维倾斜模型，用来计算机织复合材料的面内性能。易洪雷等[4]提出并发展了选择平均模型。杨连贺[5]和燕瑛等[6]以经、纬纱弯曲且纤维束截面为双凸透镜形状为假设，采用取向平均模型研究了三维机织结构的弹性性能。燕瑛[6]、郑君[7]、易红雷[4]等假设经纱弯曲、纬纱平直且截面为跑道型，采用等效响应比拟技术研究了三维机织结构的弹性性能。高建辉[8]、郑君[9]、董伟峰[10-11]采用体积平均法对2.5维机织复合材料的弹性力学性能进行了研究。周储伟等[12-13]根据机织复合材料中纤维束排列和变形的周期性特点，推导了一种细观梁单元模型。随着有限元计算方法的发展，Cox等[14-16]、董伟峰[10]、王新峰[17]、孔春元等[18-19]用有限元方法对2.5维机织复合材料的弹性力学性能进行了计算。

目前分析2.5维机织复合材料力学性能的主流方法是取向平均法，准确的细观结构模型和合理的

收到初稿日期： 2012-05-07；**收到修改稿日期：** 2012-07-21；**网络出版时间：** 2013-01-09 15:34:25
网络出版地址： http://www.cnki.net/kcms/detail/11.1801.TB.20130109.1534.016.html
基金项目： 中央高校基本科研业务费专项资金(NZ2012113)
通讯作者： 崔海涛，教授，研究方向：先进复合材料设计与分析等 E-mail：cuiht@nuaa.edu.cn

宏观弹性模量合成方法是影响取向平均法预测精度的两个重要因素。

本文中采用余弦曲线来模拟经纱的弯曲走向，假设经纱的横截面积为矩形，纬纱为平直分布，建立了比较准确的细观结构模型。通过沿经向的切片积分方法来合成 2.5 维机织复合材料的经向拉伸弹性模量，并且分析了沿经纱半个机织周期内经向拉伸模量的分布情况。同时进行了四种机织结构 2.5 维机织复合材料的试验研究，通过试验和理论结合的方法，分析了机织结构对 2.5 维机织复合材料经向拉伸力学性能的影响。

1 细观结构模型

建立 2.5 维机织复合材料的细观结构模型是对其进行力学分析的基础。取 T300－3K 碳纤维和 HCGP－H 型号树脂制作的 2.5 维机织复合材料为细观结构的研究对象。图 1(a)为 2.5 维机织复合材料沿经纱方向的截面图，由图 1(a)发现经纱的走向可以用正余弦曲线来模拟(见图 1(b))，而纬纱的横截面的轮廓线为经纱轮廓线的包络线。图1(c)为 2.5 维机织复合材料沿纬纱方向的截面图，发现 2.5 维机织复合材料中纬纱基本成平直分布，并且经纱的横截面为矩形。

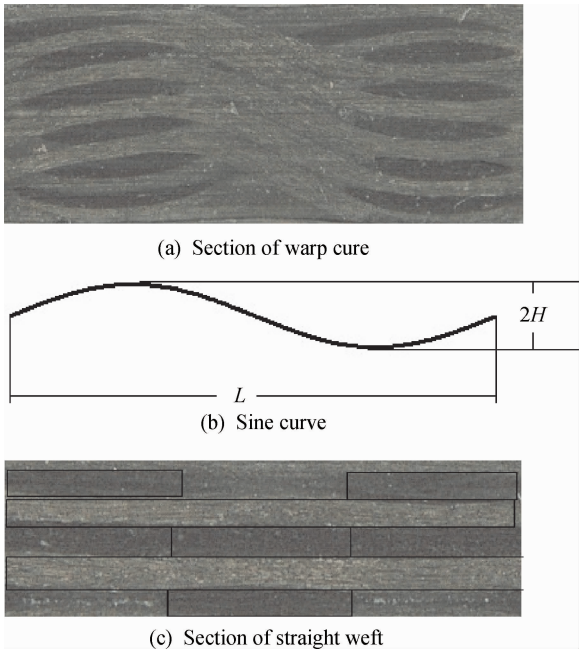

图 1 2.5 维机织复合材料经纱曲线截面、经纱正弦曲线和直线纬纱截面

Fig. 1 Section of warp cure, sine curve of warp and section of straight weft for 2.5D woven composite

为了便于分析，假设经纬纱横截面各处相同，根据经纱的正余弦曲线走向和矩形横截面假设以及纬纱的直线走向和正余弦包络线横截面假设，建立 2.5 维机织复合材料经纬纱立体结构示意图，如图 2所示。

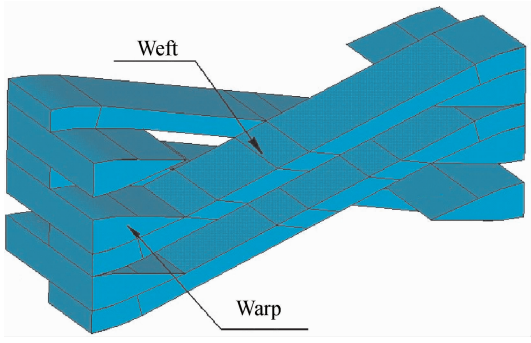

图 2 2.5 维机织复合材料纤维束几何结构

Fig. 2 Structure of the yarns for 2.5D woven composite

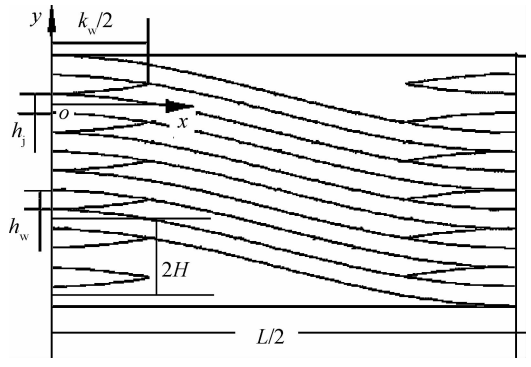

图 3 2.5 维机织复合材料半个机织循环结构

Fig. 3 Structure of half woven cycle for 2.5D woven composite for 2.5D woven composite

图 3 为 2.5 维机织复合材料经向横截面示意图，取半个机织循环作为研究对象。设经纱的横截面厚度为 h_j，纬纱横截面中心厚度为 h_w，经纱层数为 n，纬纱层数为 $n+1$，纬纱的密度为 m_w 根/厘米，经纱的密度为 m_j 根/厘米，则相关的几何结构尺寸如下：

2.5 维机织复合材料的厚度为

$$h = (n+2)h_j + (n+1)h_w \tag{1}$$

半个经向机织循环的长度为

$$L/2 = 1/m_w \tag{2}$$

经纱正余弦曲线的幅值为

$$H = h_j + h_w \tag{3}$$

经纱横截面的宽度为

$$k_j V = 1/m_j \tag{4}$$

经纱的横截面积为

$$A_j = h_j k_j \tag{5}$$

经纱中心线走向曲线为

$$y = H\cos(2x\pi/L) \tag{6}$$

经纱走向坐标 x 处切线的倾斜角度绝对值为

$$\theta_x = |a\tan(2\pi H\sin(2x\pi/L)/L)| \tag{7}$$

纬纱的横截面最宽长度 k_w 满足下式，可以通过数值计算的方法求出：

$$2H(1-\cos(\pi k_w/L)) - h_j(1-1/\cos\theta_{k_w/2}) = h_w \tag{8}$$

2　经向拉伸模量的计算

传统体积平均法计算 2.5 维机织复合材料的整体刚度时假设经纱束、纬纱束和填充树脂为等应变关系。这样的合成方法与真实的 2.5 维机织复合材料的细观结构相差较大。为了提高计算精度，本文中沿经向对半个机织循环进行切片(如图 4 所示)，经向拉伸时每片切片复合材料之间为串联关系，可以比较准确地模拟 2.5 维机织复合材料各组成部分的力学关系。

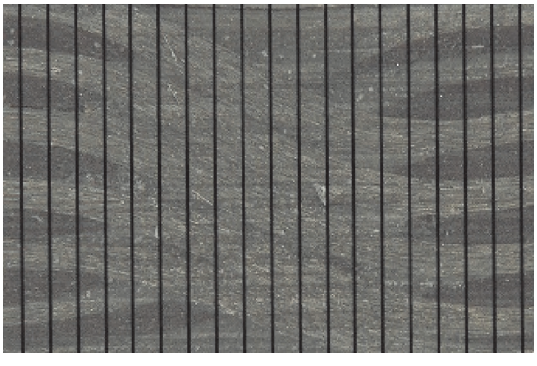

图 4　2.5 维机织复合材料经纱向切片

Fig. 4　Sectioning in the warp direction for 2.5D woven composite

根据上文对 2.5 维机织复合材料细观结构的分析可以发现，2.5 维机织复合材料沿经向分为两部分：一是存在纬纱的部分，二是不存在纬纱的部分。这两部分的切片的组分不同。两部分切片的经向拉伸模量计算方法推导如下。

(1)有纬纱部分($0<x<k_w/2$ 和 $L/2-k_w/2<x<L/2$)切片的经向拉伸弹性模量的计算方法为

$$E_x = (nh_{jx}E_{jx} + (n+1)h_{wx}E_w + h_{mx}E_m)/h \tag{9}$$

其中：h_{jx} 为坐标 x 处的经纱束厚度；E_{jx} 为坐标 x 处的经纱束的经向拉伸模量；h_{wx} 为坐标 x 处的纬纱束厚度；h_{mx} 为坐标 x 处的纯树脂厚度；E_w 为纬纱束的经向拉伸模量；E_m 为纯树脂的拉伸模量；E_x 为坐标 x 处的切片的经向拉伸模量。各个参数的计算方法如下：

$$h_{jx} = h_j/\cos\theta_x \tag{10}$$

$$h_{wx} = h_w - 2H(1-|\cos(2\pi x/L)|) - h_j(1-1/\cos\theta_x) \tag{11}$$

$$h_{Vmx} = h - nh_{jx} - (n+1)h_{wx} \tag{12}$$

(2)无纬纱部分($k_w<x<L/2-k_w$)切片的经向拉伸模量的计算方法为

$$E_x = (nh_{jx}E_{jx} + h_{mx}E_m)/h \tag{13}$$

其中，h_{jx} 的计算方法如式(10)；h_{mx} 的计算公式如下：

$$h_{mx} = h - nh_{jx} \tag{14}$$

对式(9)和式(13)在 $0\leqslant x\leqslant L/2$ 范围内进行串联关系的积分，可以计算半个机织循环的宏观经向拉伸模量，如下式：

$$\frac{L}{2E} = \int_0^{\frac{L}{2}} \frac{1}{E_x}\mathrm{d}x \tag{15}$$

其中：E 为 2.5 维机织复合材料的宏观经向拉伸模量。

对式(9)和式(13)中 E_{jx} 表示经纱在 x 处的经向拉伸模量，需要根据倾斜单向复合材料力学性能的坐标转换方法求得。式(16)为 E_{jx} 的计算公式：

$$E_{jx} = E_1E_2G_{12}/(E_1G_{12}\sin^4\theta_x + E_1E_2\sin^2\theta_x\cos^2\theta_x - 2E_1\nu_{12}G_{12}\sin^2\theta_x\cos^2\theta_x + E_2G_{12}\cos^4\theta_x) \tag{16}$$

其中：θ_x 为经纱在 x 处的倾斜角度；E_1、E_2、G_{12}、ν_{12} 分别为单向复合材料的纤维向弹性模量、横向弹性模量、纤维向相对横向的剪切模量和泊松比。

3　预测模型试验验证

试验件采用的纤维为 T300－3K 碳纤维束，采用的树脂为 HCGP-H 型号树脂。试验件的纬纱层数为 6 层，纬纱密度为 3.5 根/厘米，经纱层数为 5 层，经纱密度为 10 根/厘米。

本文中共制作了四种机织结构的 2.5 维机织复合材料试验件：(1)浅交弯联结构(10－6w，机织结构如图5(a)所示)；(2)浅交直联结构(10－6z，机织结构如图 5(b)所示)；(3)1∶1 衬经结构(机织结构如图 5(c)所示)，此结构中，弯曲经纱与平直经纱的比例为 1∶1；(4)2∶1 衬经结构(机织结构如图 5(d)所示)，此结构中，弯曲经纱与平直经纱的比例为 2∶1。

四种试验件的纤维体积分数如表 1 所示。可以发现：(1)四种结构中，直联结构的 10－6z 试验件

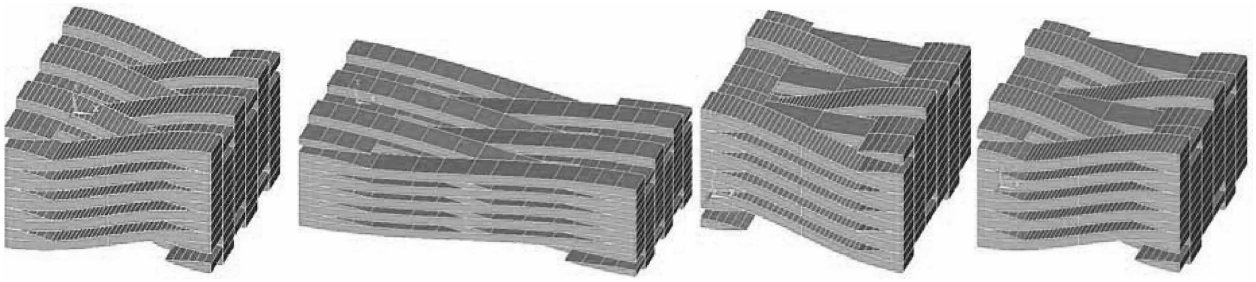

图 5 2.5 维机织复合材料试验件纤维束几何示意图

Fig. 5 Structure of the test piece yarns for 2.5D woven composite

表 1 试验件组分材料体积分数

Table 1 Volume fraction of components in test pieces %

Type	Weft	Warp	Fiber	Resin
10－6w	12.43	30.35	42.78	57.22
10－6z	11.40	29.80	41.20	58.80
2∶1	12.43	30.14	42.57	57.43
1∶1	12.43	29.98	42.41	57.59

的纬纱含量比弯联结构和衬经结构小，由图 5(b)可知其原因是直联结构的经纱倾斜部分所对应的纬纱要比正常纬纱数量少 1 根。(2)衬经结构和直联结构的经纱含量都要比弯联结构都有所降低，相对于衬经结构来说直联结构的经纱含量降低更多。本文中试验件尺寸和试验设备如图 6 所示。试验在常温下进行。对每种结构的试验件进行 4 次经向拉伸试验，对初始拉伸模量取 4 次平均值作为试验数据。

表 2 为采用本文切片积分方法对四种试验件的经向拉伸弹性模量预测结果与试验值以及传统体积平均法预测结果的对比。传统体积平均法预测结果采用文献[9]中的计算方法求得。

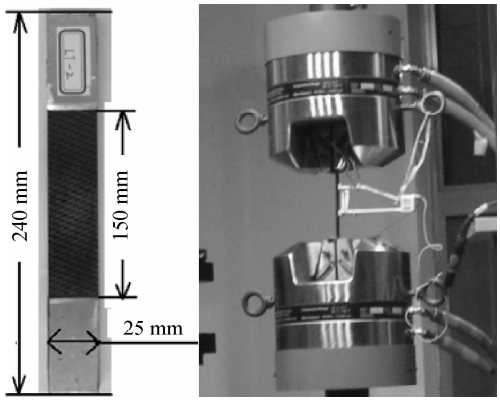

图 6 2.5 维复合材料试验件和试验设备

Fig. 6 Test piece for 2.5D woven composite and test machine

可以发现：(1)对于 10－6w 结构试验件和 10－6z 结构试验件，采用本文中切片积分的方法预测初始经向拉伸模量的预测精度比传统体积平均法的预测精度有较大幅度的提高，并且对于有平直经纱的衬经结构的初始经向拉伸模量的预测结果与试验数据也比较接近。(2)10－6z 结构的初始经向拉伸模量比同种经纬纱分布密度的 10－6w 结构试验件提高了30.78%。但是结合表 1、图 5(a)和 5(b)可以发现，直联结构每两排纬纱比弯联结构少 1 根纬

表 2 切片积分方法(SM)及体积平均法(VAM)对 2.5 维复合材料经向拉伸弹性模量的预测结果与试验值的对比

Table 2 Comparison of elastic property by test with the results of sectioning method (SM) and volume average method (VAM) in the warp direction of 2.5D woven composite

Type	Test/GPa	VAM/GPa	Error of VAM/%	SM/GPa	Error of SM/%
10－6w	46.00	42.02	8.6	45.14	1.8
10－6z	60.16	56.96	5.3	61.87	2.8
2∶1	52.24	—	—	54.71	4.7
1∶1	57.10	—	—	58.59	2.6

纱，这就降低了纬纱的体积含量，从而降低纬向的力学性能。同时，由于经纱的弯曲程度降低，使得直联结构的保形能力降低较多。(3)2∶1 和 1∶1 衬经结构比弯联结构的初始经向拉伸模量分别提高了 13.56%和 24.13%，说明平直经纱比例越高初始经向拉伸弹性模量提高越多。同时结合表 1、图 5(a)、5(c)和 5(d)可以发现，衬经结构的纬纱数量与弯联结构相同，对纬向力学性能的影响较小；弯曲经纱的弯曲程度没变，使得衬经结构的整体保形性比直联结构好。

4　经向拉伸刚度分布及其影响分析

采用切片分析的方法，可以计算 2.5 维机织复合材料在机织循环过程的经向拉伸弹性模量分布情况，从而可以从细观上研究不同机织结构弹性模量分布的不同，并且可以结合试验结果来分析机织结构对宏观经向拉伸应力应变曲线的影响，找出 2.5 维机织复合材料经向拉伸时的薄弱部位，对机织工艺的改进提供参考。

根据式(16)可以计算倾斜经纱在经向的弹性模量与经纱倾斜角度的关系，如图 7 所示。可以发现，经纱倾斜角度在 0°～40°之间的经向拉伸模量降低很快。而常见的 2.5 维机织复合材料中经纱的倾斜角度一般在 0°～40°的范围之内，并且不同机织结构的经纱的倾斜角度分布情况不同，导致不同机织结构的经向拉伸弹性模量在机织循环过程中的分布不同。

利用式(9)和式(13)可以计算 2.5 维机织复合材料经向拉伸刚度在机织循环上的分布情况。本文

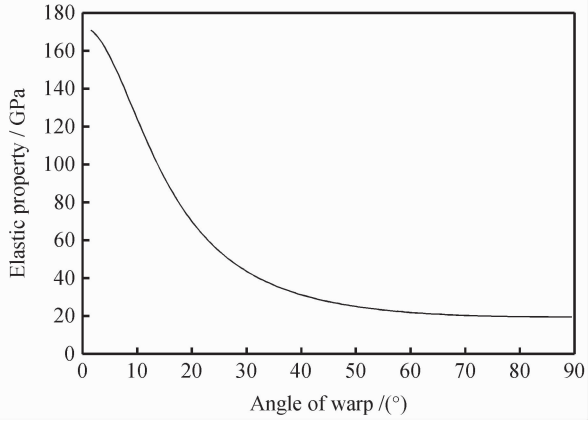

图 7　2.5 维机织复合材料拉伸弹性模量与经纱倾斜角的关系

Fig. 7　Relationship between elastic property and angle of warp for 2.5D woven composite

中四种机织结构试验件沿半个机织循环的经向拉伸模量分布如图 8 所示。

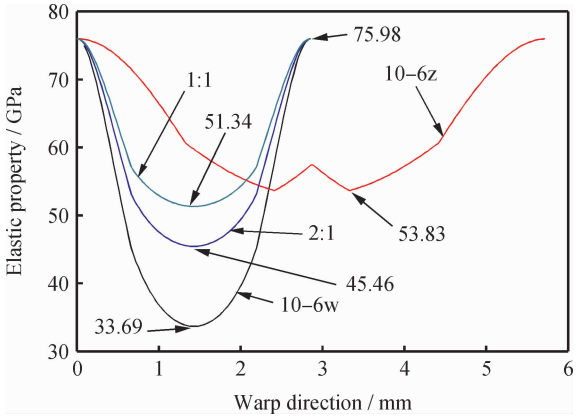

图 8　2.5 维机织复合材料经向拉伸模量分布

Fig. 8　Distribution of elastic property in the warp direction for 2.5D woven composite

可以发现，四种机织结构的试验件沿机织循环的经向拉伸模量的最大值基本一致，都在经纱水平分布处，但是最小值和分布情况相差较大。结合图 5、图 7 可以发现同种经纬纱密度的情况下，不同机织结构在机织循环过程中纤维的最大倾斜角度和倾斜角度的分布有所不同。这导致不同的机织结构在机织循环过程中的经向拉伸弹性模量的分布差距较大。相对于弯联结构(10－6w)，可以发现：(1)直联结构(10－6z)由于机织循环长度增加一倍，使得其在机织循环过程中的最大倾斜角度比直联结构小的多，从而使得直联结构在机织循环过程中的最小经向拉伸模量比弯联结构大。(2)衬经结构增加了平直经纱，平直经纱在整个循环过程中所提供的经向拉伸弹性模量均沿纤维方向，要比倾斜经纱所提供的经向拉伸弹性模量大，从而提高了机织复合材料在机织循环过程的最小经向拉伸弹性模量，平直经纱所占的比例越大，对最小经向拉伸弹性模量的提高效果越明显。

机织循环过程中，各处的经向拉伸弹性模量不同，导致在受经向拉伸载荷时各处的经向拉伸应变也不同，最小经向拉伸弹性模量处产生的经向拉伸应变最大。对于相同的最大经向拉伸弹性模量，最小经向拉伸弹性模量越小，其经向拉伸应变越大，这就使得最小弹性模量处更容易产生破坏，使机织复合材料的宏观经向拉伸应力-应变曲线进入非线性区域。

图 9 为四种试验件的经向拉伸应力-应变试验曲线。定义拐点应变 ε_b 为：拉伸应力-应变曲线由线性进入非线性所对应的应变。表 3 为四种试验件的拐点应变，取值为各机织结构四根试验件拐点应变的平均值。当宏观应变大于拐点应变 ε_b 后，机织复合材料的经向拉伸应力-应变进入非线性区域。

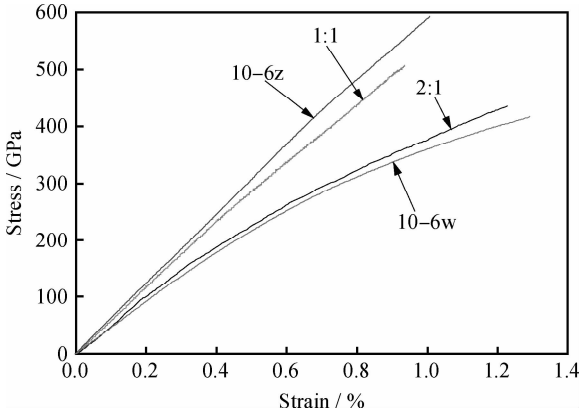

图 9　2.5 维机织复合材料经向拉伸应力-应变试验曲线

Fig. 9　Stress - strain curve of stretch experimental in the warp direction for 2.5D woven composite

表 3　2.5 维机织复合材料试验件经向拉伸拐点应变

Table 3　Inflection strain of stretch experimental in the warp direction for 2.5D woven composite

Type	10 - 6w	10 - 6z	2 ∶ 1	1 ∶ 1
ε_b/%	0.2	0.63	0.32	0.45

结合图 8、图 9 和表 3，发现：(1)直联结构和衬经结构可以明显改善经向拉伸弹性模分布的均匀性，提高最小经向拉伸弹性模量；(2)直联结构和衬经结构可以明显提高机织复合材料的线性应变范围，提高经向拉伸应力-应变曲线的线性度。

5　结　论

(1) 采用切片积分的方法来预测 2.5 维机织复合材料的经向拉伸模量，预测精度优于传统体积平均法。

(2) 对弯联和改进的直联、衬经结构机织复合材料进行了试验研究，计算结果和试验结果都表明，直联结构和衬经结构可以显著提高 2.5 维机织复合材料的初始经向拉伸模量。

(3) 采用切片的方法对 2.5 维机织复合材料经向拉伸弹性模量的分布情况进行分析，发现最小经向拉伸弹性模量是经向拉伸力学性能的瓶颈，结合试验件经向拉伸应力-应变曲线和经向拉伸模量沿机织循环的分布情况，发现直联结构和衬经结构可以改善经向拉伸模量分布的均匀性，提高最小经向拉伸弹性模，从而改善 2.5 维机织复合材料的经向拉伸线性应变范围和应力-应变曲线的线性度。

参考文献：

[1] Yang J M, Ma C L, Chou T W. Fiber inclination model of three-dimensional textile structural composites [J]. Journal of Composite Materials, 1986, 20(9): 472-484.

[2] Whiteney T J, Chou T W. Modeling of 3-D angle-interlock textile structural composites [J]. Journal of Composite Material, 1989, 23: 890-911.

[3] Craig R C. A simplified discrete - tow model for modeling stiffness and failure within woven composites [D]. USA: Michigan State University, 2002.

[4] 丁　辛，易洪雷. 三维机织结构的几何模型[J]. 复合材料学报，2003，20(5)：108-113.
Ding Xin, Yi Honglei. A geometric model of three dimensional woven structures [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2003, 20(5): 108-113.

[5] 杨连贺. 3-D 机织复合材料弹性性能研究[J]. 天津纺织工学院学报，1998，17(4)：41-48.
Yang Lianhe. Study on elastic properties for 3 - D woven composites [J]. Journal of Tianjin Polytechnic University, 1998, 17(4): 41-48.

[6] 燕　瑛，成传贤. 基于细观结构的三维机织复合材料弹性性能分析[J]. 航空学报，1999，20(4)：289-294.
Yan Ying, Cheng Chuanxian. Analysis of elastic property for 3-D woven composites based on fabric microstructure [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1999, 20(4): 289-294.

[7] 郑　君，温卫东，崔海涛. 2.5 维机织结构复合材料的几何模型[J]. 复合材料学报，2008，25(2)：143-148.
Zheng Jun, Wen Weidong, Cui Haitao. Geometric model of 2.5 dimensional woven strucures [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2008, 25(2): 143-148.

[8] 高建辉. 三维机织复合材料结构振动分析技术研究[D]. 南京：南京航空航天大学，2006.
Gao Jianhui. Vibration characteristic analysis technology of 3-D woven composite structure [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2006.

[9] 郑　君. 2.5 维机织复合材料刚度预测及失效准则研究[D]. 南京：南京航空航天大学，2009.
Zheng Jun. Research on elastic property prediction and failure criteria of 2.5D woven composites [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2009.

[10] 董伟峰. 2.5D 编织复合材料力学性能即损伤机理的有限元研究[D]. 南京：南京航空航天大学，2007.
Dong Weifeng. Finite element analysis of the mechanical property and damage mechanism of 2.5D woven composites [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2007.

[11] 董伟锋，肖　军，李　勇. 2.5 维编织复合材料弹性性能的理

论研究[J]. 南京航空航天大学学报，2005，37(5)：659-663.
Dong Weifeng，Xiao Jun，Li Yong. Theoretical study on elastic properties of 2. 5D braided composites[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics，2005，37(5)：659-663.

[12] 周储伟，喻溅鉴，周光明. 三维机织复合材料的一种梁单元细观力学模型[J]. 复合材料学报，2004，21(6)：155-160.
Zhou Chuwei，Yu Jianjian，Zhou Guangmin. Micro beam model for 3D woven composite materials[J]. Acta Materiae Compositae Sinica，2004，21(6)：155-160.

[13] Zhou C W. Micro mechanical model of 3D woven composites [J]. Chinese Journal of Aeronautics，2005，18(1)：40-46.

[14] Cox B N，Carter W C，Fleck N A. A binary model of textile composite Ⅰ：Formulation [J]. Acta Metallurgica et Materialia，1994，42(10)：3463-3479.

[15] Xu J，Cox B N，McGlockton M A. A binary model of textile composite Ⅱ：The elastic regime [J]. Acta Metallurgica et Materialia，1995，43(9)：3511-3524.

[16] Mcglockton M A，Cox B N，Mcmeeking R M. A binary model of textile composites Ⅲ：High failure strain and work of fracture in 3D weaves [J]. Journal of the Mechaincs and Physics of Solids，2003，51：1573-1600.

[17] 王新峰. 机织复合材料多尺度渐进损伤研究[D]. 南京：南京航空航天大学，2007.
Wang Xinfeng. Research on the multi - scale accumulative damage of woven composites [D]. Nanjing：Nanjing University of Aeronautics and Astronautics，2007.

[18] 孔春元，孙志刚，高希光. 2.5维C/SiC复合材料经向拉伸性能[J]. 复合材料学报，2012，29(2)：192-198.
Kong Chunyuan，Sun Zhigang，Gao Xiguang. Tensile property of 2.5D C/SiC composites in warp direction[J]. Acta Materiae Compositae Sinica，2012，29(2)：192-198.

[19] 孔春元，孙志刚，高希光. 2.5维C/SiC复合材料单胞模型及刚度预测[J]. 航空动力学报，2011，26(11)：2459-2467.
Kong Chuyuan，Sun Zhigang，Gao Xiguang. Unit cell of 2.5 dimension C/SiC and its stiffness prediction[J]. Journal of Aerospace Power，2011，26(11)：2459-2467.