Acta Materiae Compositae Sinica

文章编号:1000-3851(2013)01-0201-09

基于细化单胞模型的复合材料层合板强度预报方法

张博明*,唐占文,刘长喜

(哈尔滨工业大学 复合材料研究所,哈尔滨 150086)

摘 要: 通用单胞模型常被应用于复合材料细观力学分析。但原始的通用单胞模型存在求解量大、计算效率低的问题。本文中对其改进,建立了以子胞界面细观应力为未知量的细化单胞模型。该模型可以充分考虑纤维、基体和界面相等细观组分,并实现单向板的宏-细观多尺度力学分析。通过将组分材料失效判据引入到模型中,再与经典层合理论相结合,提出了一种基于细化单胞模型的复合材料层合板强度预报方法,并给出了基于试验数据的强度谱定量评测方法。通过与世界失效分析习题的失效理论和试验数据进行对比,证明本文的预报方法具有很高的计算精度和广泛的普适性。

关键词: 复合材料;强度谱;细化单胞模型;界面相;多尺度 中图分类号: TB332 文献标志码: A

Prediction for failure envelopes of composite laminates based on refined generalized method of cells

ZHANG Boming*, TANG Zhanwen, LIU Changxi

(Center for Composites and Structure, Harbin Institute of Technology, Harbin 150086, China)

Abstract: The generalized method of cells is often used in micromechanical analysis of composites. Large number of unknowns and lower computational efficiency are the shortcomings of original generalized method of cells. Here, the original method is improved by refined generalized method of cells of which unknowns are tractions of subcells in this paper. The micro - components such as fiber, matrix and interface can be modeled fully by the presented method. The macro - micro multi-scale mechanical analysis of unidirectional composite laminates can be achieved by the presented model. A prediction method combined the classical lamination theory and failure criteria of micro - components is presented. A quantitative assessment of failure envelopes is developed to evaluate the performance of failure criteria. The higher computational accuracy and universality have been demonstrated in comparison with other methods and experimental data provided by World-Wide Failure Exercise.

Keywords: composites; failure envelopes; refined generalized method of cells; interface; multi-scale

目前,纤维复合材料由于其优越的力学性能在 航天、航空工业得以广泛应用。纤维增强复合材料 是一种多相材料,具有宏-细观双重特征。因此, 宏-细相结合协同预报纤维增强复合材料的强度更 为科学合理。复合材料强度预测是个复杂的力学问 题,目前的预报方法主要有宏观与细观两种,迄今 为止已有很多的强度理论。为了探究目前理论的效 果,在英国的工程与自然科学研究委员会及机械工 程师协会支持下,于1991年组织了复合材料世界 失效分析习题对各种强度理论进行评估^[1-6],历时 十多年之久。世界失效分析习题针对典型的树脂基 复合材料层合板给出了大量的试验数据,并应用各 种强度理论预测与试验数据进行比对。但这些准则 中绝大多数是宏观的判据,并且有些方法尚需实验 数据来确定参数。鉴于宏观强度预报方法所存在的 局限性,更希望从细观结构入手,考虑复合材料各 组分材料的损伤状态,建立复合材料宏-细观关联 矩阵,来对复合材料进行强度预报^[7]。

通用单胞模型最早由 Paley 和 Aboudi 提出^[8], 后来有学者在弹性范围内建立了宏-细观力学模型,

收到初稿日期: 2011-12-12; **收到修改稿日期**: 2012-03-03; **网络出版时间**: 2012-09-17 15:36:44 **网络出版地址**: www.cnki.net/kcms/detail/11.1801.TB.20120917.1536.001.html **通讯作者**: 张博明,教授,目前从事先进树脂基复合材料的研究 E-mail: zbm@hit.edu.cn

并提出了复合材料结构的宏-细观-体化分析框 架[7],为通用单胞模型在解决细观力学问题与多尺 度分析方面提供了很好的平台。但原始通用单胞模 型存在求解量大、计算效率低的问题,本文中对其 算法进行改进,改用细观应力分量为未知量进行求 解,建立了细化单胞宏-细观力学预测模型。应用 含界面相细化单胞模型从细观应力/应变层面分析, 对组分材料如纤维、基体和界面相进行强度校核, 结合经典层合理论最终得到宏观强度谱。

细化单胞模型 1

1.1 应用假设前提

1.1.1 纤维周期性分布假设

复合材料当服从周期性分布时可以选取代表性 单胞来研究整体的性能。图 1 中局部坐标 x1 代表 纤维纵向, x2、x3 代表纤维横向。单胞可以进一步 划分成 $N_{\mathfrak{g}} \times N_{\mathfrak{g}}$ 个子胞,本文中的 $\beta = 1, \dots, N_{\mathfrak{g}}$, $\gamma=1, \dots, N_{\gamma},$ 每个子胞单独赋予材料属性,进行多 相复合材料微结构的细观力学分析。



图 1 单向复合材料周期性分布微结构及代表性单胞划分 Fig. 1 Periodic microstructure of unidirectional composites and discretization of the repeating unit cell

1.1.2 子胞内一阶线性位移假设

基于一阶线性位移假设,子胞位移表示为 $u_{i}^{(\beta\gamma)} = \omega_{i}^{(\beta\gamma)} + x_{2}^{(\beta)} \phi_{i}^{(\beta\gamma)} + x_{3}^{(\gamma)} \psi_{i}^{(\beta\gamma)}$ (1)这里:i=1,2,3; $\omega_i^{(\beta)}$ 代表子胞的中心位移量; $\phi^{(\beta)}, \omega^{(\beta)}, \epsilon = 5$ 是与子胞应变有关的微变量。

1.1.3 体积平均假设

体积平均意义上单胞宏观平均应力、应变为

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{hl} \sum_{\beta=1}^{N_{\beta}} \sum_{\gamma=1}^{N_{\gamma}} h_{\beta} l_{\gamma} \bar{\sigma}^{(\beta\gamma)}$$
(2)

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{hl} \sum_{\beta=1}^{N_{\beta}} \sum_{\gamma=1}^{N_{\gamma}} h_{\beta} l_{\gamma} \, \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(\beta\gamma)} \tag{3}$$

1.1.4 子胞界面位移、应力连续假设

子胞界面位移和应力要求在平均意义上是连续

(4a)

 $= \bar{\varepsilon}_{11}$

$$\sum_{\beta=1}^{N_{\beta}} h_{\beta} \,\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{22}^{(\beta\gamma)} = h \,\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{22} \tag{4b}$$

$$\sum_{\beta=1}^{N_{\beta}} h_{\beta} \bar{\varepsilon}_{12}^{(\beta\gamma)} = h \, \bar{\varepsilon}_{12} \tag{4c}$$

$$\sum_{\gamma=1}^{N_{\gamma}} l_{\gamma} \bar{\varepsilon}_{33}^{(\beta\gamma)} = l \bar{\varepsilon}_{33}$$
(4d)

$$\sum_{\gamma=1}^{N_{\gamma}} l_{\gamma} \bar{\varepsilon}_{13}^{(\beta\gamma)} = l \bar{\varepsilon}_{13}$$

$$\tag{4e}$$

$$\sum_{\beta=1}^{N_{\beta}} \sum_{\gamma=1}^{N_{\gamma}} h_{\beta} l_{\gamma} \bar{\varepsilon}_{23}^{(\beta\gamma)} = h l \bar{\varepsilon}_{23}$$

$$(4f)$$

γ列子胞界面正应力为 T^x₂,界面剪切应力为 T_{2_1} 和 T_{2_3} ; β 行子胞的界面正应力为 $T_{3_3}^{\beta}$, 界面剪切 应力为 T^β₃₁和 T^β₃₂。子胞界面应力连续条件为

$$\bar{\sigma}_{22}^{(1\gamma)} = \bar{\sigma}_{22}^{(2\gamma)} = \cdots = \bar{\sigma}_{22}^{(N_{\beta}\gamma)} = T_{22}^{(\gamma)}$$
(5a)

$$\bar{\sigma}_{33}^{(\mu)} = \bar{\sigma}_{33}^{(2\gamma)} = \cdots = \bar{\sigma}_{33}^{(3\gamma\gamma)} = T_{33}^{(3\gamma)}$$
(5b)
$$\bar{\sigma}_{21}^{(1\gamma)} = \bar{\sigma}_{21}^{(2\gamma)} = \cdots = \bar{\sigma}_{21}^{(N_{\beta}\gamma)} = T_{21}^{(\gamma)} = T_{12}^{(\gamma)}$$
(5c)
$$\bar{\sigma}_{31}^{(\beta)} = \bar{\sigma}_{31}^{(2\gamma)} = \cdots = \bar{\sigma}_{31}^{(N_{\gamma}\gamma)} = T_{31}^{(\beta)} = T_{13}^{(\beta)}$$
(5d)
$$\bar{\sigma}_{31}^{(1\gamma)} = \bar{\sigma}_{32}^{(2\gamma)} = \cdots = \bar{\sigma}_{31}^{(N_{\gamma}\gamma)} = T_{31}^{(\gamma)} = T_{33}^{(\beta)}$$
(5e)

$$\bar{\sigma}_{32}^{(\beta 1)} = \bar{\sigma}_{32}^{(\beta 2)} = \dots = \bar{\sigma}_{32}^{(\beta N_{Y})} = T_{32}^{(\beta)} = T_{32}$$
(5f)

1.2 细化单胞模型算法

由子胞应力连续边界条件可知,某一列或行方 向上子胞应力是相等的。如果以子胞应力为未知量 进行计算,则可以减少未知量数目。因此,可以用 子胞应力作为未知量来改进通用单胞算法。

1.2.1 子胞应力与宏观应变之间的关系

子胞本构关系可展开如下:

$\overline{\varepsilon}_{11}^{(\beta\gamma)}$	=	$S_{11}^{(eta\gamma)} \overline{\sigma}_{11}^{(eta\gamma)}$	+	$S_{12}^{(eta\gamma)} \overline{\sigma}_{22}^{(eta\gamma)}$	+	$S_{13}^{(eta\gamma)} \overline{\sigma}_{33}^{(eta\gamma)}$	(6a)
$-(\beta \gamma)$		$C(\beta\gamma) - (\beta\gamma)$	1	$C(\beta\gamma) - (\beta\gamma)$	1	$C(\beta\gamma) - (\beta\gamma)$	(01)

$$S_{22}^{(m)} = S_{12}^{(m)} \sigma_{11}^{(m)} + S_{22}^{(m)} \sigma_{22}^{(m)} + S_{23}^{(m)} \sigma_{33}^{(m)}$$
(0D)

$$\overline{z}^{(\beta)} = \mathbf{S}^{(\beta)} \overline{z}^{(\beta)}$$

$$(6e)$$

$$\bar{\epsilon}_{12}^{(\beta)} = S_{12}^{(\beta)} \bar{\sigma}_{12}^{(\beta)}$$
(6f)

$$=S_{12}^{(p)'}\sigma_{12}^{(p)'}$$
(61)

将子胞轴向变形相等的边界条件式(4a)代入 式(6a)得到子胞轴向应力:

$$\bar{\sigma}_{11}^{(\beta\gamma)} = \left[\bar{\varepsilon}_{11} - S_{12}^{(\beta\gamma)}\bar{\sigma}_{22}^{(\beta\gamma)} - S_{13}^{(\beta\gamma)}\bar{\sigma}_{33}^{(\beta\gamma)}\right] / S_{11}^{(\beta\gamma)} \tag{7}$$

将式(7)代入式(6b)、式(6c)中消去 ō^(gr),并结 合应力连续条件,共同代入位移连续条件式(4b)、 式(4d),得到改进的界面位移连续条件:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ B' & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} c \\ e \end{pmatrix} \bar{\epsilon}_{11} + \begin{pmatrix} H \\ 0 \end{pmatrix} \bar{\epsilon}_{22} + \begin{pmatrix} 0 \\ L \end{pmatrix} \bar{\epsilon}_{33} \quad (8)$$

具甲:A、B、B、D分别 $N_{\gamma} \times N_{\gamma}$ 、 $N_{\gamma} \times N_{\gamma}$

 N_{γ} 、 $N_{\beta} \times N_{\beta}$ 阶矩阵; c、e 分别是 N_{β} 和 N_{γ} 列向 量,这些量都是由子胞几何尺寸和柔度组成; h、l 是子 胞 的 几 何 尺 寸 (见 图 1), $H = [h, ..., h]_{N_{g} \times 1}^{T}$, $L = [l, ..., l]_{N_{g} \times 1}^{T}$ 。

由界面位移连续条件方程可以求得正应力 $\sigma_{22}^{(\beta r)}$ 和 $\sigma_{33}^{(\beta r)}$,代入公式(7)可以求解正应力 $\sigma_{11}^{(\beta r)}$ 。

将式(6)代入到位移连续条件式(4c)、式(4e)、 式(4f),即可得到改进的界面位移连续条件:

$$\frac{1}{2} \left(\sum_{\beta=1}^{N_{\beta}} h_{\beta} S_{66}^{(\beta \gamma)} \right) T_{12}^{(\gamma)} = h \bar{\varepsilon}_{12}$$
(9a)

$$\frac{1}{2} \left(\sum_{\gamma=1}^{N_{\gamma}} l_{\gamma} S_{55}^{(\beta\gamma)} \right) T_{13}^{(\beta)} = l \bar{\varepsilon}_{13}$$
(9b)

$$\frac{1}{2} \left(\sum_{\beta=1}^{N_{\beta}} \sum_{\gamma=1}^{N_{\gamma}} h_{\beta} l_{\gamma} S_{44}^{(\beta\gamma)} \right) T_{23} = h l \bar{\varepsilon}_{23}$$
(9c)

通过上式求解得到子胞的剪切应力分量。

1.2.2 宏观本构方程

体积平均意义上的单胞宏观平均应力:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{hl} \sum_{\beta=1}^{N_{\beta}} \sum_{\gamma=1}^{N_{\gamma}} h_{\beta} l_{\gamma} \bar{\sigma}^{(\beta\gamma)}$$
(10)

宏观本构方程:

$$\bar{\sigma} = C^* \bar{\varepsilon} \tag{11}$$

将宏观平均应力方程代入宏观本构方程,经过 整理就可以得到细观子胞应力与宏观单胞应变的关 系式,其中矩阵 C* 就是等效宏观刚度矩阵。

1.2.3 细化单胞模型计算效率

本文中细化单胞模型的未知量为 $2(N_{\beta}+N_{\gamma})$ +1,而原始单胞模型的未知量为 $6N_{\beta}N_{\gamma}$ 。以 $N_{\beta}=N_{\gamma}=n$ 为例来对比两种算法的未知量数目随单胞划 分数目 $(n \times n)$ 变化的规律,见图 2。原始算法未知 量随子胞数量的增长呈级数增长,这样就限制了原 始算法只能进行粗糙的子胞划分,而改进算法在效 率上得到了提高,使单胞模型能够进行更加细致的 网格划分,从而能够更加真实地模拟复合材料的微 结构。

2 宏-细观多尺度分析

将组分材料失效判据引入细化单胞模型中,再 与经典层合理论相结合,实现基于组分级的多尺度 层合板强度分析。首先通过经典层合理论计算得到 整体坐标下宏观应力-应变,然后分解到每个简单 层板上得到局部坐标系下的单层应力-应变,以此 作为细化单胞模型的边界条件施加到相应的代表性



Fig. 2 Relationship between number of unknowns and number of subcells in original and refined generalized method of cells(GMC)

单胞上,图3为细化单胞模型与经典层合理论相结 合进行层合板的强度谱分析。开始进行细观组分级 的应力-应变计算,通过对单胞中的每个子胞进行 组分级的强度校核,判断是否失效,并进行相应的 刚度衰减,然后将更新后的单胞刚度再传递到相应 的单向板中,进行下一个宏观应力-应变计算,直 到最终失效得到层合板的强度。

层合板本构方程可用如下形式表示:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix}$$
(12)

其中: A、B、D 为等效刚度矩阵、耦合矩阵和弯曲 刚度矩阵; ε、k 为中面的应变和曲率向量; N、M 为力和力矩向量。



图 3 细化单胞模型与经典层合理论相结合预测层板强度 Fig. 3 Implementation of refined GMC coupled with classical lamination theory to predict failure envelopes of laminates

3 材料组分失效准则

3.1 基体失效准则

$$\begin{cases} X_{C_{\varepsilon}} < \varepsilon_{11} < X_{T_{\varepsilon}} \\ X_{C_{\varepsilon}} < \varepsilon_{22} < X_{T_{\varepsilon}} \\ X_{C_{\varepsilon}} < \varepsilon_{33} < X_{T_{\varepsilon}} \end{cases} \begin{cases} |\gamma_{23}| < X_{S_{\varepsilon}} \\ |\gamma_{13}| < X_{S_{\varepsilon}} \\ |\gamma_{12}| < X_{S_{\varepsilon}} \end{cases}$$
(13)

其中: X_{Ce}为基体极限压缩应变; X_{Te}为基体极限拉 伸应变; X_{Se}为基体极限剪切应变。

3.2 纤维失效准则

. 2

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{Y_{\rm T}}\right)^2 = 1 , \, \sigma_{11} \geqslant 0 \tag{14}$$

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{Y_{\rm C}}\right)^2 = 1 , \sigma_{11} < 0 \tag{15}$$

其中: Y_T 为纤维拉伸强度; Y_c 为纤维压缩强度。

3.3 界面失效准则

$$\left[\frac{\langle t_{\rm n}\rangle}{Y_{\rm n}}\right]^2 + \left[\frac{t_{\rm t}}{Y_{\rm t}}\right]^2 + \left[\frac{t_{\rm l}}{Y_{\rm l}}\right]^2 = 1 \tag{16}$$

其中: 〈〉代表只有为正时返回值,为负时返回零; t_n, t_t, t_t 为正应力、切向剪应力和轴向剪应力; Y_n, Y_t, Y_t 为相应方向上的强度^[9]。

4 界面相力学模型

界面相强度准则中使用到的应力是局部应力状态,需要将界面相整体坐标系下的应力分解得到相应正应力(法线方向)及切向方向应力。θ角为界面相法线方向与坐标轴 x₃ 的夹角,垂直于法线方向即是界面相的切线方向。将界面相的子胞应力 T¹₂、 T¹₃分别分解到界面相的法线方向和切线方向上(如图4所示),计算公式如下:

$$t_{\rm n} = T_2^{\rm I} \sin(\theta) + T_3^{\rm I} \cos(\theta) \tag{17}$$

$$t_{\rm s} = T_2^{\rm I} \cos(\theta) + T_3^{\rm I} \sin(\theta) \tag{18}$$

其中:上标 I 代表界面相,并注意到,这里 T_2^1 和 T_3^1 的值有正负,分别代表拉伸和压缩应力状态。

纤维方向(轴向方向)的切向应力等于界面相子 胞轴向方向的应力:

$$t_1 = T_1^{\mathrm{I}} \tag{19}$$

将 t_n、t_t、t₁代入到界面相强度准则(式(16))中进行判断,当满足时即认为发生了界面破坏。

5 强度谱定量评测方法

本文中采用世界失效分析习题的强度谱定量评测方法,基本思路如图 5 所示。D_i 代表试验数据 点距坐标原点的距离。使坐标原点与实验数据点的



图 4 细化单胞模型中界面相法向与切向应力的分析方法 Fig. 4 Analysis method of normal and tangential stress of interface in refined generalized method of cells

Test data points D bistance between test data point and coordinate origin

 \overline{D} Distance between test data point and coordinate origin \overline{D} Distance between test data point and predictive strength point





图 5 世界失效分析习题中强度谱定量评测方法原理图 Fig. 5 Schematic of assessment method of failure envelopes adopted by World-Wide Failure Exercise

连线与预测的强度谱相交,即得到该方向上的预测 强度。 \overline{D}_i 代表了该组合载荷下的试验数据与预测 强度的距离。将偏差定义为 $k_i = |\overline{D}_i|/D_i$,然后根 据偏差的值得到相应的评测分数,世界失效分析习 题中将其分成四个等级:A(k < 10%)、B($10\% \leq k < 50\%$)、C($k \geq 50\%$)、NA(不能比较,即理论值 不存在)。

组织者对单向板共设计了 18 个评测点,满分为 18 个 A,对层合板最终破坏强度共设计了 28 个 评测点,满分为 28 个 A。但是由于参加评测的理 论得到 A 的数量并不多,所以组织者取 A 和 B 个 数之和作为评测排名的依据,即将 A+B 除以相应 评测点个数再乘以 100,最终得到百分制的评测 得分。

6 算 例

为了更加合理地评价本文模型,本文中采用了 世界失效分析习题中的单向板、层合板最终强度谱 的全部分析算例及评价方法进行验证。算例中包含 了四种材料体系,材料的基本属性参考表 1,层合 板铺层方式、单层板厚度、材料类型、载荷工况等 参考表 2。

基于上述条件利用细化单胞模型对单向板

[0]_n、层合板[90/30/-30]_s、[90/±45/0]_s、[55/ -55]_s进行双轴失效强度谱预测,并与 Puck、 Cuntze、Tsai、Chamis、Mayes、Huang失效理论预 测的结果相对比,结果列于图 6 中。本文中模型针 对组分材料(纤维、基体、界面相)采用的是最简单 的完全刚度衰减模式,只要满足损伤条件所有刚度 直接衰减至接近零(原始刚度的 1%)。细化单胞模 型预测的单向板 σ_y/τ_{xy} 、 σ_x/τ_{xy} 强度谱在剪切载荷较

表 1 AS4、T300、Gevetex、Silenka 纤维、3501-6、BSL914、LY556、MY750 环氧树脂和界面相的基本性能 Table 1 Properties of AS4, T300, Gevetex, Silenka fiber, 3501-6, BSL914, LY556, MY750 epoxy and interface

Material	Modulus/GP	a			Strength/MP	Poisson's ratio		
	E_1	$E_2 = E_3$	$G_{12} = G_{13}$	G_{23}	X_{T}	$X_{ m C}$	$X_{\rm S}$	$\nu_{12} = \nu_{13}$
M1	225.0	15.0	15.0	7.0	3350	2500	_	0.20
M2	230.0	15.0	15.0	7.0	2500	2000	_	0.20
M3	80.0	80.0	33.3	33.3	2150	1450	_	0.20
M4	74.0	74.0	30.8	30.8	2150	1450	_	0.20
M5	4.2	4.2	1.6	1.6	69	250	50	0.34
M6	4.0	4.0	1.5	1.5	75	150	70	0.35
M7	3.4	3.4	1.2	1.2	80	120	60	0.35
M8	3.4	3.4	1.2	1.2	80	120	60	0.35
M9	8.3	8.3	3.5	3.5	60 *	200*	200 *	0.18

Note: M1—AS4; M2—T300; M3—Gevetex; M4—Silenka; M5—3501-6; M6—BSL914; M7—LY556; M8—MY750; M9—Interface; * Strength of interface in normal, tangential and longitudinal directions, respectively.

表 2 层合板铺层方式、单层板厚度、材料类型、算例编号及载荷类型

Table 2 Summary of layup of laminates, width of ply, material types, case number and types of loading

Layup of laminates	Width of ply	Material types	Case number	Types of loadings
Single ply [0] _n	>0	Silenka/MY750 epoxy	1 2 3	σ_y/ au_{xy} σ_x/ au_{xy} σ_x/σ_y
[90/30/-30]s	90°ply: 0.17 mm 30°ply: 0.41 mm	Gevetex/ LY556 epoxy	4 5	$\sigma_x/\sigma_y \ \sigma_x/ au_{xy}$
[90/±45/0]s	0.14 mm	AS4/3501 - 6 epoxy	6 7 8	σ_x/σ_y σ_y $\sigma_y/\sigma_x=2:1$
[55/-55]s	0. 25 mm	Silenka/ MY750 epoxy	9 10 11	σ_x/σ_y σ_y $\sigma_y/\sigma_x=2:1$
[0/90/0]	0°ply: 0.26 mm 90°ply: 0.52 mm	Silenka/ MY750 epoxy	12	σ_{xx}
[45/-45]s	0.25 mm	Silenka/ MY750 epoxy	13 14	$\sigma_y/\sigma_x = 1 : 1$ $\sigma_y/\sigma_x = 1 : -1$



图 6 不同失效理论预测的单向板[0]_n、层合板[90/30/-30]_s、[90/±45/0]_s、[55/-55]_s双轴失效强度谱 Fig. 6 Prediction for biaxial failure envelopes based on different failure theories for single ply [0]_n, laminate [90/30/-30]_s, [90/±45/0]_s and [55/-55]_s 大的情况下与实验数据偏差较大,如图6(a)、图 6(b)所示,这是由于该模型中剪切应力与正应力之 间缺少耦合造成的: 而预测的单向板 σ_x/σ_y 强度谱 与实验数据吻合很好,如图 6(c)所示;预测层合板 $[90/30/-30]_s$ 在 σ_x/σ_y 条件下强度谱与实验数据 基本吻合较好,但在双向压缩情况下偏差较大,如 图 6(d)所示。预测层合板[90/30/-30]s 在 σ_x/τ_{xy} 条件下强度谱与实验数据基本吻合较好,如图 6(e) 所示; 预测层合板[90/±45/0]s 在 σ_x/σ_y 条件下强 度谱除了在双向压缩情况下偏差较大,其他情况与 实验数据吻合很好,造成偏差的原因是因为模型中 未考虑纤维屈曲的因素,其他理论依然存在同样问 题,如图 6(f)所示;预测层合板 $[55/-55]_s$ 在 $\sigma_r/$ σ_v 条件下强度谱与实验数据存在一定的偏差,这是 由于该种构型层合板的强度由面内剪切强度决定, 而细化单胞模型对于面内剪切应力的预测偏保守, 如图 6(g) 所示。

世界失效分析习题针对单向板和层合板提供了 标准算例用以评测失效理论的预测能力,详见表2。 本文中将细化单胞模型按照世界失效分析习题的规 定完成了所有标准算例,将单向板与层合板的预测 结果偏差分别列于表3、表5中。最后应用世界失 效分析习题的评测标准将细化单胞模型与其他理论 预测结果进行评分,针对单向板与层合板的最终评 测详见表4、表6。可以看到,世界失效分析习题中 Puck、Cuntze和Tsai这三种宏观强度理论表现较 好,预测精度较高,并且普适性较好,预测各种情 况下的强度都较稳定,但是也要看到宏观强度理论 最根本的不足是需要依赖大量的试验数据,这样使 得宏观强度理论的发展空间很有限。而世界失效分 析习题中采用的细观强度理论 Chamis、Mayes 和 Huang 表现也不尽理想,或是预测精度较低,或是普 适性不好。例如 Mayes、Huang 理论在预测单向板 和层合板强度谱精度较低(分别排名6、9和8、10), Chamis 理论预测单向板强度谱精度很高(排名2), 而预测层合板强度谱却较差(排名11)。

相比之下,本文的细化单胞模型是一种宏-细 观多尺度分析方法,一方面该方法只需要细观组分 材料的力学性能(如纤维、基体、界面相等)就能够 很好地预测宏观力学性能;另一方面细化单胞模型 的预测精度较高,且普适性较好。细化单胞模型对 于单向板强度谱预测在世界失效分析习题中的拟排 名为第4,对于层合板强度谱预测的拟排名为第2 (详见表4、表6)。

表 3 单向板强度谱算例中世界失效分析习题采用的评测点及各种失效理论的预测结果偏差

Table 3 Deviation of prediction for failure envelopes based on different failure theories and assessment points adopted

Assessment	Deviatio	n						Case	Test	Stress
point	Tsai	Puck	Chamis	Cuntze	Mayes	Huang	RGMC	number	data/MPa	ratio
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.05	0.10	1	35/0	1/0
2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.17	0.31	1	0/72	0/1
3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.18	1	-114/0	-1/0
4	0.04	0.15	0.15	0.21	0.15	0.34	0.03	1	18/51	0.35/1
5	0.02	0.04	0.18	0.10	0.16	0.00	0.39	1	-44/82	-0.54/1
6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.36	2	1500/0	1/0
7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.30	2	-900/0	-1/0
8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.18	2	0/85	0/1
9	0.17	0.09	0.23	0.10	0.20	0.05	0.42	2	1417/68	20.7/1
10	0.29	0.29	0.35	0.30	0.34	0.28	0.05	2	815/113	7.2/1
11	0.02	0.16	0.02	0.15	0.05	0.33	0.02	2	-678/50	-13.6/1
12	0.05	0.10	0.13	0.09	0.11	0.11	0.13	3	1138 / -60	18.8/-1
13	0.01	0.34	0.10	0.24	0.54	0.49	0.06	3	834/-90	9.3/-1
14	0.04	0.17	0.10	0.15	0.24	0.21	0.08	3	510 / -120	4.23/-1
15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.13	3	-800/0	-1/0
16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.10	3	1280/0	1/0
17	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.45	3	0/-145	0/-1
18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.97	0.05	3	0/40	0/1

by World-Wide Failure Exercise single ply

表 4 细化单胞模型与其他失效理论的单向板强度谱预测能力排名

Table 4 Ranking of prediction abilities of failure envelopes for single ply based on refined generalized

method of cells and other failure theories

	Score					Ranking in	Ranking in	
Failure thoery	А	В	С	NA	$(A+B)/18 \times 100/\%$	current paper	World-Wide Failure Exercise	
Tsai	16	2	0	0	100	1	1	
Puck	13	5	0	0	100	2	2	
Cuntze	13	5	0	0	100	2	2	
Chamis	13	5	0	0	100	2	2	
RGMC	8	10	0	0	100	3	4 *	
Mayes	11	6	1	0	94.4	4	6	
Huang	9	7	2	0	88.9	5	8	

* Supposed ranking in World-Wide Failure Exercise.

表 5 层合板强度谱算例中世界失效分析习题采用的评测点及各种失效理论的预测结果偏差

Table 5 Deviation of prediction for failure envelopes based on different failure theories and assessment points

adopted by World-Wide F	Failure Exercise f	or laminates
-------------------------	--------------------	--------------

Assessment	Deviatio	n						Case	Test	Stress
point	Tsai	Puck	Chamis	Cuntze	Mayes	Huang	RGMC	number	data/MPa	ratio
1	0.10	0.22	0.59	0.29	0.14	0.51	0.34	4	202/577	1/2.86
2	0.45	0.06	0.82	0.01	0.03	0.08	0.40	4	138/-195	1/-1.44
3	0.71	0.84	0.40	0.41	1.04	1.32	0.34	4	-82/-179	-1/-2.3
4	0.12	0.10	0.19	0.11	0.12	0.61	0.06	4	351/385	0.9/1
5	0.49	1.06	0.16	0.65	0.73	0.72	0.49	4	-114/0	-1/0
6	0.24	0.22	0.33	0.05	0.26	0.17	2.81	4	282/0	1/0
7	0.47	0.15	0.78	0.29	0.34	0.15	0.14	5	-308/138	-2.3/1
8	0.47	0.10	0.61	0.20	0.10	0.07	0.07	5	308/283	1/1
9	0.39	0.11	0.67	0.01	0.08	0.10	0.41	5	0/249	0/1
10	0.47	0.16	0.19	0.32	0.22	0.17	0.06	5	-350/0	-1/0
11	0.56	0.10	0.63	0.04	0.32	0.24	0.29	5	560/0	1/0
12	0.40	0.56	NA	0.52	0.60	1.36	0.35	6	-349/0	-1/0
13	0.13	0.42	NA	0.26	0.39	0.46	0.04	6	312/-281	1.1/-1
14	3.15	1.75	NA	1.47	1.76	1.76	0.04	6	-301/-275	-1.1/-1
15	0.24	0.05	NA	0.07	0.10	0.75	0.00	6	969/728	1.3/1
16	0.14	0.03	0.51	0.10	0.08	0.35	0.49	7	718/0	1/0
17	0.13	0.03	0.10	0.02	0.05	0.66	1.45	8	808/404	2/1
18	0.10	0.00	0.53	0.58	0.13	0.40	0.13	9	0/68	0/1
19	0.15	0.24	0.24	0.26	0.62	0.13	0.14	9	107/143	0.75/1
20	0.38	0.39	0.30	0.10	0.81	0.52	0.30	9	374/288	1.3/1
21	0.35	0.37	0.71	0.36	0.80	0.07	0.49	9	939/283	3.3/1
22	0.05	0.02	0.31	0.06	0.15	0.01	1.50	9	0/-150	0/-1
23	0.54	0.28	0.77	0.33	0.48	0.24	0.24	9	-792/-396	-2/-1
24	0.19	0.18	0.15	0.19	0.84	0.62	0.25	11	736/368	2/1
25	0.67	0.44	0.76	0.50	0.63	0.46	0.53	10	594/0	1/0
26	0.33	0.09	0.05	0.07	0.00	0.20	0.08	12	609/0	1/0
27	0.18	0.28	0.35	0.30	0.86	0.65	0.35	13	502/502	1/1
28	0.23	0.23	0.35	0.22	0.25	0.35	0.05	14	95/-95	1/-1

表 6 细化单胞模型与其他失效理论的层合板强度谱预测能力排名 Table 6 Ranking of prediction abilities of failure envelopes for laminates based on refined generalized method of cells and other failure theories

Failure thoery	Score					Ranking in	Ranking in World-Wide Failure Exercise	
	А	В	С	NA	$(A+B)/28 \times 100 / \%$	current paper		
Puck	10	14	4	0	85.7	1	1	
Cuntze	10	14	4	0	85.7	1	1	
RGMC	8	16	4	0	85.7	2	2 *	
Tsai	3	20	5	0	82.1	3	2	
Mayes	8	9	11	0	60.7	4	9	
Huang	5	12	11	0	60.7	5	10	
Chamis	2	11	11	4	46.4	6	11	

* Supposed ranking in World-Wide Failure Exercise.

7 结 论

(1)对原始通用单胞模型进行改进,建立了含 界面相的多尺度细化单胞模型。该模型计算效率高,子胞划分更加细致,可以充分考虑纤维、基体 和界面相等组分材料。

(2)将细化单胞模型与经典层合理论相结合, 提出了一种基于细化单胞模型的复合材料层合板强 度预报方法。

(3) 基于细化单胞模型的复合材料层合板强度 预报方法能够针对各种层合板进行强度谱预测,具 有较高的预测精度和广泛适用性,预测能力接近宏 观失效理论 Puck、Cuntze 和 Tsai,优于细观失效 理论 Chamis、Mayes 和 Huang。

参考文献:

- Hinton M J, Soden P D. Predicting failure in composite laminates: Background to the exercise [J]. Composites Science and Technology, 1998, 58(7): 1001-1010.
- [2] Soden P D, Hinton M J, Kaddour A S. Lamina properties, lay-up configuration and loading conditions for a range of fibre reinforced composite laminates [J]. Composites Science and Technology, 1998, 58(7): 1011-1022.
- [3] Soden P D, Hinton M J, Kaddour A S. A comparison of the predictive capabilities of current failure theoris for composite laminates [J]. Composites Science and Technology, 1998,

58(7): 1225-1254.

- [4] Soden P D, Hinton M J, Kaddour A S. Biaxial test results for strength and deformation of a range of E-glass and carbon fibre reinforced composite laminates. Failure exercise benchmark data [J]. Composites Science and Technology, 2002, 62(12/ 13): 1489-1514.
- [5] Kaddour A S, Hinton M J, Soden P D. A comparison of the predictive capabilities of current failure theories for composite laminates: Additional contributions [J]. Composites Science and Technology, 2004, 64(3/4): 449-476.
- [6] 黄争鸣,张华山.纤维增强复合材料强度理论的研究现状与 发展趋势:"破坏分析奥运会"评估综述[J].力学进展, 2007,37(1):80-98.

Huang Zhengming, Zhang Huashan. Current status and future trend of researches on the strength of fiber - reinforced composites: A summary of the results from a "failure olympics" [J]. Advances in Mechanics, 2007, 37(1): 80–98.

- [7] 赵 琳,张博明.基于单胞解析模型的单向复合材料强度预 报方法 [J].复合材料学报,2010,27(5):86-92.
 Zhao Lin, Zhang Boming. Method for strength prediction of unidirectional composites based on unit cell analytic model [J].
 Acta Materiae Compositae Sinica, 2010, 27(5): 86-92.
- [8] Paley M, Aboudi J. Micromechanical analysis of composites by the generalized cells model [J]. Mechanics of Materials, 1992, 14(2): 127-139.
- [9] Ha Sung Kyu, Jin Kyo Kook, Huang Yuanchen. Micromechanics of failure (MMF) for continuous fiber reinforced composites [J]. Journal of Composite Materials, 2008, 42(18): 1873-1895.