第2卷 第3期 复合材料学报 Vol. 2 No. 3
1985年9月 ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA September 1985

正交缠绕玻璃钢圆曲管平面弯曲的理论和实验研究

武汉建材学院 李先立

摘 要

本文研究了纤維是弹性主方向、正交纏繞玻璃鋼圓曲管的平面弯曲。該管的特点是正交異性、变厚度、无耦合效应。本文用能量法和环壳理論导出了該管平面弯曲时的应力、变形計算式，指出了它們的适用范围，給出了最大应力估算式，并用实驗进行了驗证，为产品結构設計和強度設計提供了理論依据。

一、引 言

各向同性材料圆曲管的平面弯曲历来为人们所重视，已进行了大量理论和实验研究工作，其研究方法主要有能量分析法[1]，环壳理论解[2][3]，有限元法[4][5]。对纤维方向为弹性主方向、正交缠绕的玻璃钢圆曲管，本文分别采用能量法和环壳理论的三角级数解进行了研究。

二、能量分析法

圆曲管如图1、图2所示。图中R、a分别表示圆曲管半径和截面半径，h_0为外侧壁厚。缠绕时，由于管内、外侧曲率半径不同而通过的纤维量相同，壁厚h为变量。令$\alpha=\frac{a}{R}$则有：

$$h=\frac{1+\alpha}{1+\alpha\cos\psi}h_0 \tag{1}$$

设在弯距M作用下，圆曲管弯曲时中性轴与截面中心线重合，圆曲管两端相对转动$d\alpha_0$

本文1984年10月收到

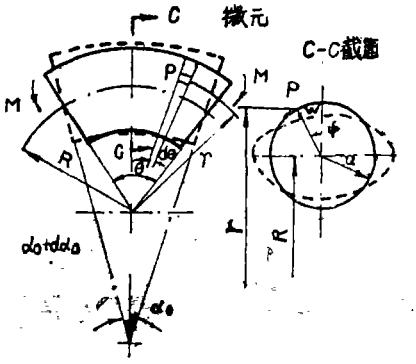

图 1　圆曲管的平面弯曲

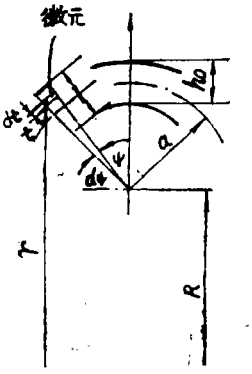

图 2　管截面放大图

角。由环向应变$\varepsilon_\varphi=-\frac{1}{a}\left(\frac{du}{d\psi}\right)+w)=0$得径向位移$w$与切向位移$u$关系式：

$$w=-\frac{du}{d\psi} \tag{2}$$

设

$$u=\sum_{n=1}^{\infty}C_n sin2n\psi \tag{3}$$

则

$$w=-\sum_{n=1}^{\infty}2nC_n cos2n\psi \tag{4}$$

在距中心线t处取微元$rd\theta ad\psi dt$，则纬向、环向应变ε_θ、ε_φ分别为：

$$\begin{cases}\varepsilon_\theta=\dfrac{acos\psi\dfrac{d\alpha_0}{\alpha_0}+usin\psi-wcos\psi}{R+acos\psi}\\[2ex]\varepsilon_\varphi=-\dfrac{t}{a^2}\left(w+\dfrac{d^2w}{d\psi^2}\right)\end{cases} \tag{5}$$

在平面应力情况下，贮存于弯管中的应变能为：

$$U=\int_0^{2\pi}\int_{-\frac{\alpha_0}{2}}^{+\frac{\alpha_0}{2}}\int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}}\frac{1}{2}(\sigma_\varphi\varepsilon_\varphi+\sigma_\theta\varepsilon_\theta)radtd\theta d\psi \tag{6}$$

由$Hooke$定律

$$\begin{cases}\sigma_\varphi=\dfrac{E_\varphi}{1-\nu_\varphi\nu_\theta}(\varepsilon_\varphi+\nu_\theta\varepsilon_\theta)\\[2ex]\sigma_\theta=\dfrac{E_\theta}{1-\nu_\varphi\nu_\theta}(\varepsilon_\theta+\nu_\varphi\varepsilon_\varphi)\end{cases} \tag{7}$$

式中E_φ、E_θ，ν_φ、ν_θ分为环向、纬向弹性模量及泊松比。

将(1)～(5)、(7)式代入(6)式，选取适当的C_n使应变能最小，得：

$$U_{min}=\frac{J_0E_\theta(1+\alpha)}{2KR(1-\nu_\varphi\nu_\theta)}\ \frac{(d\alpha_0)^2}{\alpha_0} \tag{8}$$

式中$J_0=\pi a^3h_0$。K为柔度系数，其值为

$$K=\left\{\left(1+\frac{3f_1}{2}\right)^2+\frac{E_\varphi}{12E_\theta}(1+\alpha)^2\Lambda^2\sum_{n=1}^{\infty}(8n^3-2n)^2f_n^2\right.$$

$$\left.+\frac{1}{4}\sum_{n=1}^{\infty}[(2n-1)f_n+(2n+3)f_{n-1}]^2\right\}^{-1}$$

Λ 为弯管因子，其值为 $\Lambda=\frac{Rh_0}{a^2}$。而

$$f_n=\frac{\alpha_0}{ad\alpha_0}C_n \qquad (n=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

由弯距$M=\frac{\partial U_{min}}{\partial(d\alpha_0)}$，令 $\sigma_n=\frac{Ma}{J_0}$，得以σ_n 为基准的应力、应变表达式：

$$\begin{cases}\frac{\sigma_\varphi}{\sigma_n}=\frac{KE_\varphi}{E_\theta(1+\alpha)(1+\alpha\cos\theta)}\left\{\pm\frac{(1+\alpha)\Lambda}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(8n^3-2n)f_n\cos2n\psi\right.\\ \qquad\left.+\nu_\theta\left(1+\frac{3f_1}{2}\right)\cos\psi+\frac{\nu_\theta}{2}\sum_{n=1}^{\infty}[(2n-1)f_n+(2n+3)f_{n+1}]\cos(2n+1)\psi\right\}\\ \frac{\sigma_\theta}{\sigma_n}=\frac{K}{(1+\alpha)(1+\alpha\cos\psi)}\left\{\pm\frac{(1+\alpha)\nu_\varphi\Lambda}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(8n^3-2n)f_n\cos2n\psi\right.\\ \qquad\left.+\left(1+\frac{3f_1}{2}\right)\cos\psi+\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}[(2n-1)f_n+(2n+3)f_{n-1}]\cos(2n+1)\psi\right\}\end{cases}$$

(9)

$$\begin{cases}\frac{\varepsilon_\varphi}{\sigma_n}=\pm\frac{K\Lambda(1-\nu_\varphi\nu_\theta)}{2E_\theta(1+\alpha\cos\psi)}\sum_{n=1}^{\infty}(8n^3-2n)f_n\cos2n\psi\\ \frac{\varepsilon_\theta}{\sigma_n}=\frac{K(1-\nu_\varphi\nu_\theta)}{E_\theta(1+\alpha\cos\psi)}\left\{\left(1+\frac{3f_1}{2}\right)\cos\psi+\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}[(2n-1)fn\right.\\ \qquad\left.+(2n+3)f_{n+1}]\cos(2n+1)\psi\right\}\end{cases}\tag{10}$$

式中正、负号分别对应外、内表面。

关于级数项数的选取，我们分别取一项至五项计算了六种弯管因子的f_1，f_2，…，f_n值（见附录一）。根据计算结果，我们得出了所取项数与弯管因子的关系如下表

弯管因子Λ	$\Lambda\geqslant0.5$	$0.5>\Lambda\geqslant0.25$	$0.25>\Lambda\geqslant0.15$	$0.15>\Lambda\geqslant0.06$	$0.06>\Lambda$
項数 n	1	2	3	4	5

图3～图5分别绘出了$E_\varphi=1.773\times10^5kg/cm^2$，$\nu_\varphi=0.167$，$E_\theta=1.458\times10^5kg/cm^2$，$\nu_\theta=0.137$，$h_0=3mm$，$R=230mm$，$a$ 分别为 $34mm(\Lambda=0.597)$，$53mm(\Lambda=0.2456)$，$78mm(\Lambda=0.1134)$、$106mm(\Lambda=0.0614)$时，以σ_n为基准的应力、应变图。

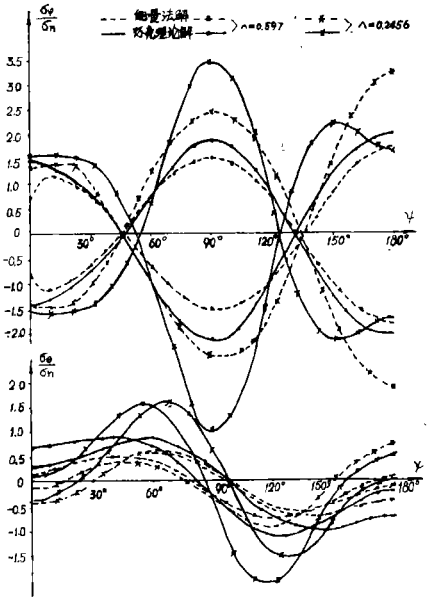

图 3　Λ≥0.25时緯向应力与径向应力

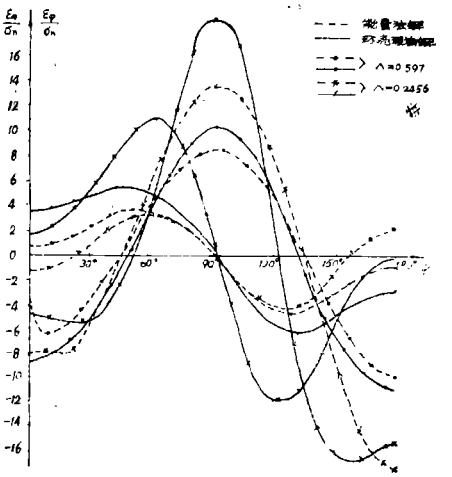

图 4　径向应变与緯向应变

三、环壳理論的三角級数解

能量法简单，当弯管因子Λ 较大时能满足工程精度要求；但当Λ 较小时，误差较大。对各向同性材料，Λ<0.1 时，误 差有时达 300%[6]。这时应用环壳理论解。文[2]用漸近积分解，其结果已被美国标准协会 $ASAB31$ 取为设计依据。下面，我们将圆曲管视为环壳的一段，用环壳理论的三角级数解求正交緾绕玻璃钢圆曲管平面弯曲时的应力和变形。

由几何方程

$$\begin{cases} \varepsilon_\varphi = -\dfrac{1}{a}\left(\dfrac{du}{d\psi} + w\right) \\ \varepsilon_\theta = \dfrac{1}{r}(u\sin\psi - w\cos\psi) + \dfrac{u_1}{R} \\ K_\varphi = -\dfrac{1}{a}\dfrac{d\Theta}{d\psi} \\ K_\theta = \dfrac{1}{r}\left(\Theta\sin\psi + \dfrac{u_1}{R}\cos\psi\right) \end{cases} \tag{11}$$

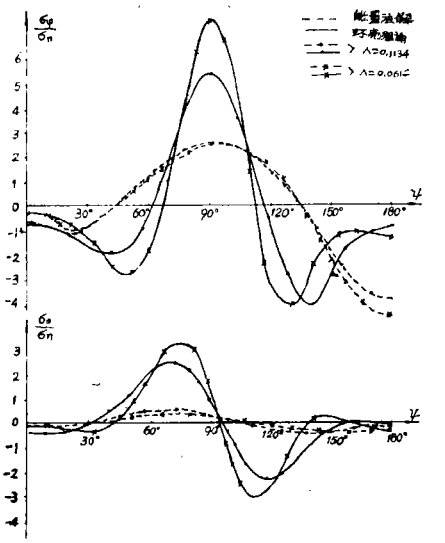

图 5　Λ<0.15 时径向应力与緯向应力（外表面）

知应变量是轴对称的，可用轴对称旋转壳体推导方法。(11)式中Θ为切向转角$\Theta = \dfrac{1}{a}\left(u - \dfrac{dw}{d\psi}\right)$，$u_1 = u|_{\varphi=-\frac{\pi}{2}}$.

环壳微元如图6所示。由于轴对称，内力和内力矩仅为N_φ、N_θ，Q，M_φ、M_θ。由线性弯曲理论，其平衡方程为：

$$\begin{cases} N_\varphi cos\psi + Q sin\psi = 0 \\ \dfrac{d}{d\psi}[r(N_\varphi sin\psi - Q sin\psi)] + aN_\theta = 0 \\ \dfrac{d}{d\psi}(rM_\varphi) + aM_\theta sin\psi + arQ = 0 \end{cases} \tag{12}$$

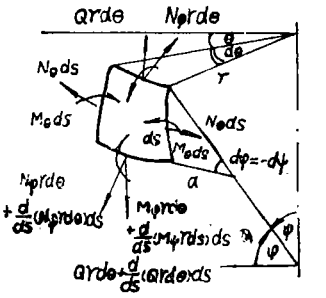

图6　壳体微元

物理方程为：

$$\begin{cases} N_\varphi = \dfrac{E_\varphi h}{1-\nu_\varphi\nu_\theta}(\varepsilon_\varphi + \nu_\theta\varepsilon_\theta) \\ N_\theta = \dfrac{E_\theta h}{1-\nu_\varphi\nu_\theta}(\varepsilon_\theta + \nu_\varphi\varepsilon_\varphi) \\ M_\varphi = \dfrac{E_\varphi h^3}{12(1-\nu_\varphi\nu_\theta)}\left[\dfrac{1}{a}\dfrac{d\Theta}{d\psi} - \dfrac{\nu_\theta}{r}\left(\Theta sin\psi + \dfrac{u_1}{R}cos\psi\right)\right] \\ M_\theta = \dfrac{E_\theta h^3}{12(1-\nu_\varphi\nu_\theta)}\left[-\dfrac{1}{r}\left(\Theta sin\psi + \dfrac{u_1}{R}cos\psi\right) + \dfrac{\nu_\varphi}{a}\dfrac{d\Theta}{d\psi}\right] \end{cases} \tag{13}$$

令

$$\begin{cases} \phi = \dfrac{rQ}{cos\psi} \\ F = h^2\Theta \end{cases}$$

引入微分算子$\|__(\cdots)$

$$\|__(\cdots) = \frac{(1+\alpha cos\psi)h}{cos\psi}\frac{d^2}{d\psi^2}(\cdots) - 2\alpha h\ tg\psi\frac{d}{d\psi}(\cdots)$$

$$+\frac{\alpha h}{cos\psi(1+\alpha cos\psi)}\left[(cos\psi + +\alpha cos2\psi)\nu_\theta - \frac{E_\theta}{E_\varphi}\alpha sin^2\psi\right](\cdots) \tag{14}$$

略去小量，(11)～(13)式可化为：

$$\begin{cases} \|__(\phi) - a\alpha E_\theta F = -\alpha^2 u_1 E_\theta h^2\ tg\psi \\ \|__(F) + \dfrac{12a\alpha(1-\nu_\varphi\nu_\theta)}{E_\varphi}\phi = \left(3\nu_\theta + \dfrac{E_\theta}{E_\varphi}\right)\dfrac{\alpha^2 u_1 h^3\ tg\psi}{R(1+\alpha cos\psi)} \end{cases} \tag{15}$$

这是以ϕ、F为基本变量表示的正交缠绕玻璃钢圆曲管平面弯曲时的极限方程。

仿文[7]，引入复变量V，将上式化为：

$$\frac{d^2V}{d\psi^2} + 2\mu i V cos\psi = 2\mu i P_0 sin\psi \tag{16}$$

式中：

$$V = \frac{2(1+\alpha)h_0\mu E_\varphi(1+\alpha cos\psi)}{aE_\theta}\ i\left[\phi + \frac{2h_0\mu E_\varphi(1+\alpha)}{12a\alpha(1-\nu_\varphi\nu_\theta)}iF\right]$$

$$\mu = \sqrt{3\frac{E_\theta}{E_\varphi}(1-\nu_\varphi\nu_\theta)}\frac{1}{(1+\alpha)\Lambda}$$

$$P_0=-\frac{\alpha^2 E_\varphi u_1}{a}h^2$$

由于(16)式右端是以2π为周期的三角函数，设解的形式为：

$$V=-2P_0 i\sum_{n=1}^{\infty}A_n sin n\psi \tag{17}$$

将(17)代入(16)，略去小量，比较系数即可求出A_n。由附录二知$A_{2n-1}(n=1,2,\cdots)$是实数，$A_{2n}(n=1,2,\cdots)$是虚数。因此V的实部、虚部分别为：

$$\begin{aligned}R_eV&=2P_0\sum_{n=1}^{\infty}A_{2n}sin2n\psi\\ I_mV&=-2P_0\sum_{n=1}^{\infty}A_{2n-1}sin(2n-1)\psi\end{aligned} \tag{18}$$

用R_eV、I_mV表示的内力表达式为：

$$\begin{aligned}N_\varphi&=-\frac{\alpha E_\theta sin\psi}{2\mu h_0 E_\varphi(1+\alpha)(1+\alpha cos\psi)^2}I_mV\\ N_\theta&=\frac{1}{2\mu h_0(1+\alpha)}\frac{d}{d\psi}\left(\frac{I_mV}{1+\alpha cos\psi}\right)\\ Q&=\frac{\alpha E_\theta cos\psi}{2\mu h_0 E_\varphi(1+\alpha)(1+\alpha cos\psi)^2}I_mV\\ M_\varphi&=-\frac{h^3}{12a\alpha h_0^2(1+\alpha)(1-\nu_\varphi\nu_\theta)}\left\{(1+\alpha cos\psi)\frac{d}{d\psi}(R_eV)\right.\\ &\qquad\left.-(1+\nu_\theta)\alpha sin\psi R_eV\right\}\\ M_\theta&=-\frac{h^3}{12a\alpha h_0^2(1+\alpha)(1-\nu_\varphi\nu_\theta)}\left\{\nu_\theta(1+\alpha cos\psi)\frac{d}{d\psi}(R_eV)\right.\\ &\qquad\left.-\left(\frac{E_\theta}{E_\varphi}+\nu_\theta\right)\alpha sin\psi R_eV\right\}\end{aligned} \tag{19}$$

由力平衡关系$M=\oint(N_\theta a-M_\theta)acos\psi d\psi$得

$$M=-\frac{P_0a^2}{\mu h_0(1+\alpha)}\pi A_1 \tag{20}$$

从而求出

$$P_0=-\frac{\mu h_0^2(1+\alpha)}{A_1}\sigma_n \tag{21}$$

于是得出以 σ_n为基准的应力表达式：

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_\varphi}{\sigma_n}=&-\frac{\alpha sin\psi}{A_1(1+\alpha)(1+\alpha cos\psi)}\sum_{n=1}^{\infty}A_{2n-1}sin(2n-1)\psi\\ &\pm\frac{3}{A_1(1+\alpha)\sqrt{3\frac{E_\theta}{E_\varphi}(1-\nu_\varphi\nu_\theta)}}\left[(1+\alpha cos\psi)\sum_{n=1}^{\infty}2nA_{2n}cos2n\psi\right.\\ &\left.-\alpha(1+\nu_\theta)sin\psi\sum_{n=1}^{\infty}A_{2n}sin2n\psi\right]\end{aligned}$$

$$
\begin{cases}
\dfrac{\sigma_\theta}{\sigma_n}=\dfrac{1+\alpha\cos\psi}{A_1(1+\alpha)}\Big[\alpha\sin\psi\sum\limits_{n=1}^{\infty}A_{2n-1}\sin(2n-1)\psi \\
\qquad +(1-\alpha\cos\psi)\sum\limits_{n=1}^{\infty}(2n-1)A_{2n-1}\cos(2n-1)\psi\Big] \\
\qquad \pm\dfrac{3}{A_1(1+\alpha)\sqrt{3\dfrac{E_\theta}{E_\varphi}(1-\nu_\varphi\nu_\theta)}}\Big[\nu_\theta(1+\alpha\cos\psi)\sum\limits_{n=1}^{\infty}2nA_{2n}\cos2n\psi \\
\qquad -\alpha\Big(\dfrac{E_\theta}{E_\varphi}+\nu_\theta\Big)\sin\psi\sum\limits_{n=1}^{\infty}A_{2n}\sin2n\psi\Big]
\end{cases}
\tag{22}
$$

正、负号分别表示内、外表面。

同理，可给出以σ_n为基准的应变表达式（略）。在图3至图5中绘出了按环壳理论解时的应力和应变。从图中可以看出：当弯管因子$\Lambda\geqslant0.5$时，能量法解和环壳理论解比较接近；当Λ在0.25左右时，二种解法差别变大；当$\Lambda\leqslant0.1$时，二者差别很大。根据测试实例，我们推荐：当$\Lambda\geqslant0.25$时，用能量法求解；当$\Lambda<0.25$时，宜用环壳理论三角级数求解。

四、缠绕玻璃钢圆曲管平面弯曲实验

实验装置如图7所示。

1. 试件及应变片布置

试件是正交缠绕的聚酯玻璃钢圆曲管（180°），复合结构，对称镜面铺层，树脂含量51.85%。试件尺寸$R=230$毫米，a分为36毫米，56毫米。

应变片为纸基，尺寸2.5×15，灵敏系数为2.02±1%，电阻值122±0.5欧，布片方案如图8。

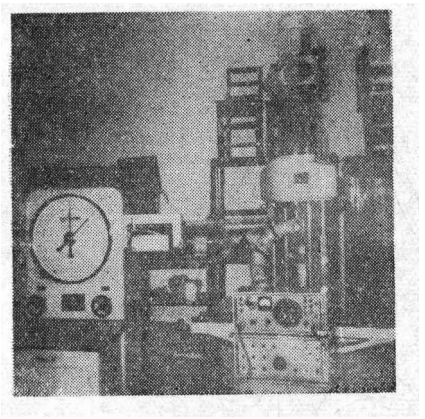

图 7

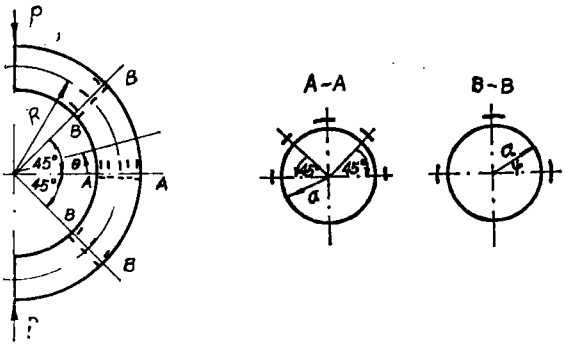

图8 布片方案

在AA截面内，由力P产生的弯矩M和轴向力N为：

$$
\begin{cases}N=-P\\M=PR\end{cases}
\tag{23}
$$

由M产生的应力计算方法同前，由N产生的应力为

$$\sigma_N=\frac{N}{F}=-\frac{\alpha}{2(1+\alpha)}\sigma_n \tag{24}$$

式中F为管截面积，$F\approx 2\pi a(1+\alpha)h_0$

σ_N只影响σ_θ，不影响σ_φ。因此，实测的σ'_φ，σ'_θ与只考虑弯矩M，按理论计算的σ_φ、σ_θ之间的关系为：

$$\begin{cases}\sigma'_\varphi=\sigma_\varphi\\ \sigma'_\theta=\sigma_\theta+\sigma_N\end{cases} \tag{25}$$

2. 弹性常数测定

在缠绕试件上切取宽为25毫米的圆环，参照$GB2578$—81规定和文[8]进行试验，动态应变仪记录，其实验装置如图9所示。

实测的 $E_\varphi=1.773\times10^5 kg/cm^2$

$E_\theta=1.457\times10^5 kg/cm^2$

$\nu_\varphi=0.167$

$\nu_\theta=0.137$

3. 实测应力分析

图10给出了实测应力值和能量法、环壳理论解的比较。由图可看出，实测值与环壳理论解比较接近。由于玻璃钢是复合材料，应变片贴在纤维上和贴在树脂上测值相差很大，为避免出现此情况，采用标距较大的应变片，它反映标距范围内的平均应力，因此实测值较环壳理论值低。

从实测和计算可得下述结论：

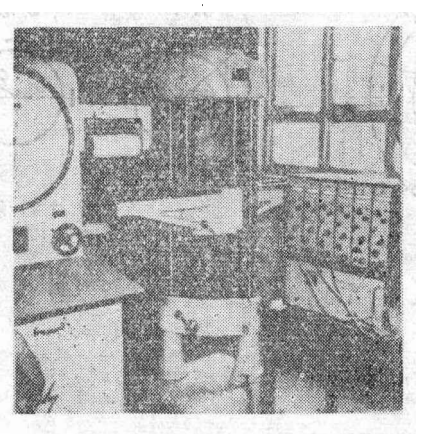

图 9

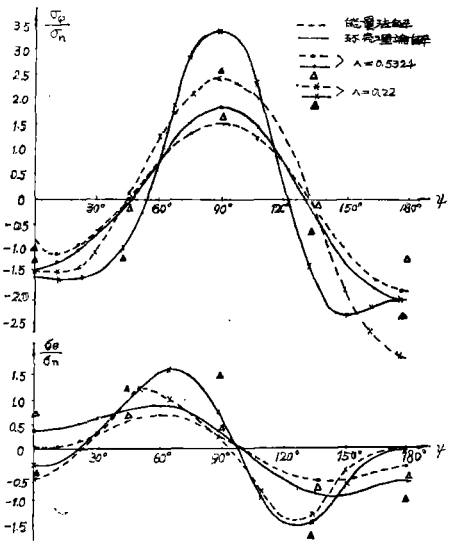

图10 理論計算与实测应力比較

① 最大径向应力$\sigma_{\varphi max}$大于最大纬向应力$\sigma_{\theta max}$

② $\sigma_{\varphi max}$在$\psi=90°$附近

③ $\sigma_{\theta max}$在$\psi=60°$附近

工程实用中，最关心$\sigma_{\varphi max}$、$\sigma_{\theta max}$的大小。由(22)式知，在弯管材料和几何特性确定后，σ_φ和σ_θ只是ψ的函数，用求极值的方法并经简化，我们推荐估算式式为：

$$\begin{cases}\left(\dfrac{\sigma_\varphi}{\sigma_n}\right)_{max}=1.85\dfrac{E_\theta}{E_\varphi(1+\alpha)}\Lambda^{-\frac{2}{3}}\\[2ex]\left(\dfrac{\sigma_\theta}{\sigma_n}\right)_{max}=0.86\dfrac{E_\theta}{E_\varphi(1+\alpha)}\Lambda^{-\frac{2}{3}}\end{cases}\tag{26}$$

附录三给出了按(22)式计算和按(26)式估算的值。

五、結　　論

1. 正交缠绕玻璃钢圆曲管平面弯曲时，当弯管因子$\Lambda\geqslant0.25$时，推荐用能量法求解，用(9)式计算应力，(10)式计算应变。

2. 环壳理论三角级数解适于正交缠绕玻璃钢圆曲管平面弯曲计算，可用(22)式求应力，用(26)式估算$\left(\dfrac{\sigma_\varphi}{\sigma_n}\right)_{max}$，$\left(\dfrac{\sigma_\theta}{\sigma_n}\right)_{max}$。

致谢：本文实验部分得到了张文祯、辛湖、江海、王希波、金红等同志协助，特表谢意。

参 考 文 献

1. T.E.Pardue et al., "Properties of Thin-walled Curved Tubes of Short-Bend Radius", TRANS of the ASME, 1951, P77-87.
2. R.A.Clark and E.Reissner, "Bending of Curved tube", Advances in Applied Mechanics, Vol.2, 1951
3. 錢伟长，"細环壳极限方程的非齐次解及其在仪器仪表上的应用"，《仪器仪表学报》1980, No.1, P89-112.
4. 大坪英臣、渡部修"リンゲ要素による曲げ管の应力解析"，《日本机械学会論文集》第42卷362号，1976, 10.
5. K.J.Bathe and C.A.Almeida, "A Simple and Effective Pipe Elbow Element—Linear Analysis", J.Appl. Mech. Vol.47, 1980, P93-100.
6. H.V.Jürgensonn, 张洪瀛譯, "管道弹性与強度", 中国工业出版社, 1964, P66-79.
7. 錢伟长、郑思梁，"軸对称环圓壳的复变量方程和軸对称細环壳的一般解"，《清华大学学报》，1979, No.1, P27-47.
8. D.V.Rosato and C.S.Grove, "纤維缠繞玻璃鋼"，哈尔滨玻璃鋼所譯，中国建筑工业出版社 1973, P273-290.

附录一　级数项数 n 的选取

Λ	n	f_1	$f_2(\times10^{-2})$	$f_3(\times10^{-4})$	$f_4(\times10^{-4})$	$f_5(\times10^{-6})$	K
	1	-0.3568					2.146
	2	-0.3568	0.24192				2.151
0.597	3	-0.3568	0.24812	-0.068176			2.151
	4	-0.3568	0.24813	-0.1	7.37		2.151
	5	-0.3568	0.24814	-0.133	13.48	-0.556	2.151
	1	-0.43862					2.898
	2	-0.43862	0.5359				2.923
0.431	3	-0.43862	0.53757	-0.24148			2.923
	4	-0.43862	0.53757	-0.24148	-0.1		2.923
	5	-0.43862	0.53758	-0.2599	1.8	-0.136	2.923
	1	-0.5365					4.857
	2	-0.5365	1.606				5.121
0.2456	3	-0.5365	1.606	-1.9746			5.122
	4	-0.5365	1.6056	-1.9746	-0.01647		5.122
	5	-0.5365	1.6056	-1.967	-0.3	0.0634	5.122
	1	-0.60228					7.733
	2	-0.60228	4.5109				10.305
0.1134	3	-0.60228	4.5109	-19.47			10.4
	4	-0.60228	4.511	-19.5	0.3214		10.354
	5	-0.60228	4.511	-19.5	0.3856	-0.317	10.354
	1	-0.62856					9.054
	2	-0.62856	7.188				16.763
0.0614	3	-0.62856	7.188	-69.3			18.136
	4	-0.62857	7.1915	-70	3.286		17.508
	5	-0.62856	7.1915	-70	3.314	-7.5	17.5
	1	-0.63875					9.469
	2	-0.63875	8.55				21.365
0.0421	3	-0.63875	8.55	-119			26.134
	4	-0.6388	8.569	-122	9.61		24.02
	5	-0.6388	8.569	-122	9.65	-38.9	23.96

注：$E_\varphi=1.773\times10^5 kg/cm^2$，$E_\theta=1.4577\times10^5 kg/cm^2$，$R=230mm$
$h_0=3mm$，$\nu_\varphi=0.167$，$\nu_\theta=0.137$。

附录二　系数 A_n 值

Λ / μ / A_n	0.597	0.431	0.2456
	2.266	3.0667	5.1366
A_1	1.06473	1.06202	1.01543
A_2	$0.530133i$	$0.653692i$	$0.802316i$
A_3	-0.128973	-0.209377	-0.390645
A_4	$-1.80308\times10^{-2}i$	$-3.921807\times10^{-2}i$	$-0.117856i$
A_5	1.625087×10^{-3}	4.761271×10^{-3}	2.35354×10^{-2}
A_6	$1.01995\times10^{-4}i$	$4.03446\times10^{-4}i$	$3.30904\times10^{-3}i$
A_7	-4.70911×10^{-6}	-2.5174×10^{-5}	-3.44×10^{-4}
A_8	$-1.66569\times10^{-7}i$	$-1.2041\times10^{-6}i$	$-2.747\times10^{-5}i$
A_9	4.65692×10^{-9}	4.5535×10^{-8}	1.736×10^{-6}
A_{10}		$1.395\times10^{-9}i$	$8.9\times10^{-8}i$

Λ / μ / A_n	0.1134	0.0614	0.0421
	10.222	17.306	23.684
A_1	0.998687	1.00031	1.00014
A_2	$0.902304i$	$0.942197i$	$0.957771i$
A_3	-0.645616	-0.782525	-0.838376
A_4	$-0.33389i$	$-0.535233i$	$-0.63918i$
A_5	0.123016	0.28767	0.406564
A_6	$3.3036\times10^{-2}i$	$0.119656i$	$0.210018i$
A_7	-6.674×10^{-3}	-3.8754×10^{-2}	-8.7329×10^{-2}
A_8	$-1.045\times10^{-3}i$	$-9.926\times10^{-3}i$	$-2.934\times10^{-2}i$
A_9	1.3024×10^{-4}	2.0467×10^{-3}	8.045×10^{-3}
A_{10}	$1.32\times10^{-5}i$	$3.4578\times10^{-4}i$	$1.8235\times10^{-3}i$
A_{11}	-1.11×10^{-6}	-4.863×10^{-5}	-3.46024×10^{-4}
A_{12}	$-7.84\times10^{-8}i$	$-5.774\times10^{-6}i$	$-5.565\times10^{-5}i$

附录三 $\left(\frac{\sigma_\varphi}{\sigma_n}\right)_{max}$，$\left(\frac{\sigma_\theta}{\sigma_n}\right)_{max}$计算值与估算值

A	$\left(\frac{\sigma_\varphi}{\sigma_n}\right)_{max}$			$\left(\frac{\sigma_\theta}{\sigma_n}\right)_{max}$		
	理論值	估算值	誤　差	理論值	估算值	誤　差
.597	1.8824	1.8695	0.676%	0.934	0.8725	6.55%
.431	2.408	2.2699	5.734%	1.1708	1.0593	9.52%
0.2456	3.477	3.1516	9.36%	1.5973	1.4707	7.88%
0.1134	5.4254	4.8477	10.65%	2.4803	2.2623	8.79%
0.0614	7.5183	6.6890	11%	3.2519	3.1215	4 %
0.0421	9.0711	8.0727	11%	4.036	3.7673	6.67%

注：誤差＝（理論值－估算值）/理論值×100%

小　资　料

FRP管成型工艺

玻璃钢(*FRP*) 管的成型工艺大致有九种：

1. 玻璃纤维缠绕；
2. 玻璃纤维带缠绕；
3. 挤拉成型；
4. 离心浇铸成型；
5. 手糊或喷涂成型；
6. 夹芯玻璃钢管工艺；
7. 热塑性塑料内衬热固性玻璃钢增强层复合管工艺；
8. 无模成型，首先形成玻璃钢板材，接着卷成管状，最后在管上缠绕表面层而形成管子；
9. 树脂砂浆夹芯纤维缠绕管，该管分三层：玻璃纤维缠绕内衬、树脂砂浆夹芯层和玻璃纤维（或布或带）缠绕外层。其工序是：首先缠绕内衬，接着在正旋转着的内衬上喷涂树脂砂浆，并用刮板刮平树脂砂浆而形成树脂砂浆夹芯层，再在夹芯层上用玻璃纤维（或玻璃纤维带，玻璃纤维布）缠绕外层。该管能承受重负荷、耐严寒，主要做下水道，占日本下水道总耗量的%1。日本下水道协会和日本增强塑料协会都制订了这种管子的标准。

（[日本]百岛祐忠介绍，董永祺整理）

dimensional minimixation problem is used.

Two computer programs using FORTRAN IV were written and were checked for the case of isotropic thells. The computer used was siemens 7760.

The following conclusions are obtained:

(1) The optimum fiber directions vary with the aspect ratios (radius to length) of the laminated circular cylindrical shells.

(2) The optimum fiber directions are independent of the number of layers of the laminated shell for bending, buckling and vibration.

(3) The optimum fiber directions for buckling load under axial compression and for natural frequency of the laminated shell under laterald load are same.

(4) The objective function for buckling load under shear is an implicit function (a system of linear algebraical homogenous equations), Powell's method, instead of DFP method, will be chosen.

THEORETICAL AND EXPERIMENTAL STUDIES ON THE IN-PLANE BENDING OF ORTHOGONAL WOUND GRP CURVED TUBES

Li Xianli

Wuhan Institute of Building Materials, Wuhan, China

(Received Oct. 1984)

Abstract

This paper deals with the in-plane bending of orthogonal wound GRP circular-shaped curved tubes. The features of the tubes are orthotropic, varied in thickness and without coupling effect. A series of formulas are developed for calculating the stresses and deformations of the tubes under the in-plane bending by applying the energy nethod and the ring shell theory. The their limitations are specified. Formulas for estimating the maximum stresses are given herein and demanstrated experimentally.

THE MECHANICAL PROPERTIES AND FRACTURE MORPHOLOGIES OF CARBON FIBER REIN-FORCED POLYSULFONE COMPOSITES

Zeng Hanmin, Mai Kancheng and Lu Xiaodong