第3卷 第1期 复合材料学报 Vol. 3 No. 1
1986年3月 ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA March 1986

复合材料结构在设计制造和应用中的力学问题

王震鳴

（中国科学院力学研究所，北京）

摘　要

本文探討复合材料結构在設計、制造和应用过程中有关的一系列力学問題。希望引起工程师和研究人員的重視，因而促使我国的复合材料結构的設計、制造和研究工作得到更好的发展。

以碳纤维/环氧为代表的先进复合材料，具有比强度高、比刚度大和材料性能可以设计等一系列优点，已在航空、航天、核工业等重要工业部门得到越来越多的应用，可以大大提高结构的性能，减轻结构的重量（15～50%），可以解决用常规金属材料所不能解决的问题，大大提高经济效益和国防威力。在研究制造复合材料结构时，涉及到复合材料（纤维和基体）工艺和设计，同时涉及到大量的、高难度的和复杂的力学问题。如果有关的力学问题沒有得到应有的了解、重视和解决，就不可能研制出高性能的复合材料结构来。

复合材料是多相材料，是利用纤维在制造过程中定向结晶后具有很高的模量和强度的纤维，与具有良好韧性的基体复合，集二者之优点，因而出现优良的性能。例如复合材料具有比强度高、比刚度大的特点，改善了断裂和疲劳性能等。同时，复合材料也存在着一些严重的弱点，例如层间的剪切强度和拉伸强度甚低，层间剪切模量相当低，带来了常规金属材料所沒有的一些新问题。

由于复合材料的比强度和比刚度很高，因此常常做成薄壁轻型结构的形式，例如多层、夹层和夹筋结构的梁（杆）、板和壳的形式，以充分发挥材料和结构形式两方面的优越性。

复合材料具有明显的有时能用肉眼观察到的不均匀性，纤维和基体具有很不相同的性能，纤维是脆性材料，而基体是韧性材料，纤维在基体中的分布是不均匀的，纤维的形状和

本文1985年6月10日收到

直径也是不均匀的，缺陷和空隙的存在，界面结合的不完善等，也包括多层板壳中由于鋪层取向的不同所引起的不均匀性（呈层性）。上述各种不均匀性几乎都是随机分布的，这就使研究复合材料的损伤、断裂、疲劳和强度理论复杂化了，而且试验结果的分散性增大了。因为与强度或应力破坏有关的量是局部的量，与局部的不均匀性有很大关系，具有很大的随机性，因此需要用统计方法处理；而与刚度有关的量，例如变形、稳定性和固有频率等，由于纤维和基体具有几乎完全相同的应变，不均匀性的影响就小得多，因此情况也就好得多。

复合材料具有明显的各向异性，对于复合材料的结构来说，各向异性这个特点可以作为一种优点而加以利用。因为复合材料结构在承受载荷时，在各个方向上对强度和刚度的要求是不相同的，在强度上有较高和较低要求的方向，采用合理鋪层，分别地给予适当增强和减弱，就可使结构设计得更为合理，因而显著减轻重量，且能更好地发挥材料和结构的效能，这当然需要精心设计和精确计算，具有较大的难度。而采用等代设计，采用各向同性和准各向同性的鋪层，材料的平均性能，在面内只达到单向纤维复合材料的3/8（在厚度方向材料性能要差得很多），没有发挥出复合材料的良好性能，因此这种等代设计，是不合理的、不可取的，是复合材料结构设计水平低下的一种表现。

各向异性将使复合材料的设计和计算复杂化。其中，正交各向异性的情况，在分析计算上引起的难度不大，而一般的各向异性，例如拉伸刚度 A_{16}、A_{26}，耦合刚度B_{16}、B_{26} 和弯曲刚度D_{16}、D_{26} 的出现，将使计算工作的难度大大增加和复杂化了。在各种不同用途的复合材料结构中，鋪层的数目有很大的差别，有的情况只用几层，有的情况要用数十层甚至数百层。采用正交鋪层，不论层数多少，结构的刚度将是正交各向异性的。$A_{16}=A_{26}=B_{16}=B_{26}=D_{16}=D_{26}=0$对于具有十几层以上鋪层的复合材料板壳，采用 $+\theta/-\theta/+\theta/-\theta\cdots$ 的鋪层方式，也可近似地且相当精确地看成是正交各向异性的，使计算工作大为简化，结构在固化后的平面图形不发生畸变，也不发生翘曲。少数鋪层时，除特殊情况外，以正交鋪层为好。

在复合材料结构例如多层板壳中，由于材料的各向异性和鋪层取向的不同，在一般的鋪层安排时，往往出现耦合刚度B_{ij}（i、$j=1$、2、6），即拉伸和弯曲之间（包括面内剪切和扭曲之间）的耦合刚度。B_{ij}的存在，不但在制造的固化过程后，要出现翘曲变形，而且当B_{16}、B_{26}存在时，计算工作复杂了。B_{ij}的存在，对于平板来说，将使挠度增大，临界载荷下降，固有频率也下降，属于不利因素。对于曲板和壳体来说，B_{ij}利用得好，可以转化为有利因素，安排得不好，则带来不利的影响。这需要作深入的研究才能确定。采用对称鋪层和经过精心研究的特定鋪层，可在均匀温度場中（包括固化和使用过程）不出现B_{ij}，但是，如在结构的内、外侧处于不相同的温度和湿度环境中，则不可避免地还是要出现B_{ij}。因此这个因素在许多場合还必须加以考虑。

复合材料的层间剪切模量与纤维方向的弹性模量相比，远远小于各向同性材料的G和E之比，可以相差几十倍。因此对于复合材料结构来说，沿厚度方向剪切变形的影响，有时将成为一个非常重要的因素。在处理板壳理论（包括复合材料板壳理论）时，随着沿厚度方向剪切变形的大小或沿厚度方向剪切模量的大小，可出现三类板壳理论。第一类是板壳的经典理论，用于跨度和厚度之比很大的情况，可以采用克希荷夫（*Kirchhoff*）假定，即 $\gamma_{xz}\approx\gamma_{yz}\approx 0$，法线的转角，$\varphi_x=-\dfrac{\partial w}{\partial x}$，$\varphi_y=-\dfrac{\partial w}{\partial y}$求解问题时，只要采用三个未知量$u_0$

v_0 和 w（其中 u_0、v_0 和 w 为中面上的位移），边界条件比较简单，每个边界有四个边界条件。第二类是剪切变形理论（*Reissner*理论），沿厚度方向的剪切变形比较显著，不可忽略，经典理论由于误差很大已不适用。最近的研究表明，对于研究复合材料板壳结构的变形、稳定和低阶振动固有频率时，采用这个理论，在几乎所有实用的場合，精度相当高，在最不利的情况下误差也只有百分之几。对于计算高阶振动固有频率，它的结果要比经典理论好得多，但在最不利的情况下，和更精确的理论结果相比，还可能有百分之十几至几十的误差，应该采用更精确的理论来计算。在计算应力时，精度和经典理论差不多，和板的数学弹性力学解或板的高阶理论解相比后表明，在某个方向上略有改善，在与之垂直的方向上误差略有增大。这种理论采用 u_0、v_0、φ_x、φ_y 和 w 五个未知量，每边有六个边界条件，显得比经典理论复杂。第三类是板的高阶理论，根据所取 z 的幂次的高低和未知函数的多少，板的高阶理论又有若干种，它们之间有较大的差别。板的高阶理论主要考虑了位移、应力和应变沿厚度是非线性分布的（包含 z 的二次和三次项），所得的平衡方程，内力位移关系和边界条件等都更为复杂，它的最大优点是计算应力和高阶振动固有频率时，精度很高，但计算工作量很大。

在复合材料结构的理论计算中，严格的弹性力学解和精度很高的近似解，不但可作为一般的理论性探讨，研究各种参数的作用和影响。而且可作为有限元解和其他数值解的校核之用。

对于薄板薄壳来说（复合材料板壳亦是如此），采用小挠度、小应变理论，在某些情况下是安全的，在另一些場合下又可能是不安全的。对于复合材料（例如圆柱壳和球壳），和各向同性材料的薄壳一样，在屈曲时原始缺陷的影响甚大，属于几何非线性问题，按非线性理论计算算得的结果和实验值接近，而用线性理论算得的临界载荷，则比实验值可高达数倍。用有限挠度理论算得的薄板薄壳固有频率，显著高于线性理论算得的结果。当结构的共振问题对结构的安危影响甚大时，就必须精确计算固有频率，在某些情况下，应作既考虑沿厚度方向的剪切变形又考虑几何非线性的振动问题。总之，为了充分发挥复合材料及复合材料结构的效能，获得更好的经济效益和切实保证结构的安全可靠，考虑几何非线性，采用有限挠度理论是必要的。加上各向异性和耦合效应等因素，这种分析计算工作的难度是很大的而且是很复杂的，既然是必要的就应大力开展这方面的研究工作。

对于复合材料结构来说，求解实际问题往往要求助于有限元法。因为用解析方法求解复合材料板壳的问题，要求每一鋪层材料的性能是均匀的，不能是坐标的函数，不能是变厚度的等等。即使是几何形状很简单的复合材料多层板，也只有在某种边界条件下才能求得分析解，在其他場合则难于求解。有些问题从原则上说可以用无穷级数求解。但是连续出现四个总和号，每个都从 0 到∞求和，实际上不是计算工作量太大就是算得的结果不够精确。因此在许多場合，要求得数值解往往要采用有限元法、有限条法和边界元法等。但是，究竟采用那种有限元，采用三维弹性力学的有限元，与高阶理论相对应的有限元，与 *Reissner* 理论还是与经典理论相对应的有限元，则必须根据实际问题，在计算前在理论上作出明确的恰如其分的判断，选用某种有限元或者分区域选用三种以上的有限元，这样计算精度和计算工作量都能做到最为合理。否则，随便选用一种有限元，不是出现精度不够就是计算工作量甚大，两者得不到兼顾，这说明理论研究的重要性和必要性，不可等闲视之。

结构复合材料的拉伸和压缩模量相差不大，在一般情况下，可以采用某种加权平均值作为拉压模量相等的情况处理。但是对于特定的问题，或在遇到拉压模量有明显差别的复合材

料（如 *Kevlar* 材料），这个问题就应当加以研究。近若干年来，国外在双模量方面进行了不少工作，有二、三十篇文献。由于拉压模量不同，又使计算工作的难度和工作量大大增加了。

复合材料由纤维和基体复合而成，纤维在受拉时的应力应变关系是非常接近于线性的，有些纤维具有非线性弹性，在拉伸应力增大时，拉伸应变逐渐有所减小，因而弹性模量升高，这可以解释为，在低应力时，纤维不是很直的，有些弯曲，所以不大的应力可以有较大的伸长量，随着应力的增大，纤维变得越来越直，伸长量相对地减小了的缘故。纤维在基体中受压时，容易产生局部屈曲，对于有初始弯曲的纤维，其弯曲程度随压应力的增加而更明显地增大，因此压缩模量随压应力（或压应变）的增大而减小。这样，拉伸和压缩模量都将是非线性的。在解决工程问题时，为了简单起见，在拉伸区采用某个平均模量（数值较大）作为拉伸模量。在压缩区又采用另一个平均模量（数值较小）作为压缩模量，这样简化处理，就出现了双模量的概念。应该指出，对于求解变形和振动问题，包括应力分析问题，这种割线模量的近似处理方法，算得的结果，比较接近于实际情况。与物理非线性理论相比，计算工作量也较小。但是，在求解临界载荷时，算式中所涉及的位移、应力和应变等，都应是从失稳前的平衡位置到失稳后平衡位置的增量，所以应该采用反映应力增量和应变增量之间关系的切线模量，双模量的处理方法，没有体现切线模量逐渐减小的特点，因而从理论上来说是不合理的，可以推测，算得的结果误差是很大的。

复合材料构件在受压和受剪时，会出现失稳问题。一般说来，纤维的应力应变关系比较接近于线性弹性，但如上所述，不能排除非线性的情况。受剪的应力状态可化为与 x 或 y 中某轴成45°的方向受压，成 $-45°$ 的方向受拉，总之在 $\pm 45°$ 的方向中的一个方向上要出现受压的情况。基体是具有比较显著的物理非线性的，而且具有较大的延性和韧性，不论是聚合物基体和金属基体都是如此。因此在研究稳定问题时，复合材料的应力增量和应变增量之间是非线性的。一般说来，在纤维方面的本构关系几乎是线性的，如果具有非线性，也是不大的；在垂直于纤维方面，就有一定程度的非线性，由于在此方向的非断裂应变不大（约0.4%）因此非线性也不大；在面内剪切方面，基体的性能是起决定性作用的，复合材料所表现出的非线性更为显著，应当加以考虑。研究表明，在稳定问题上不考虑本构关系的非线性，而采用线性的本构关系，少则带来百分之几的误差，多则带来百分之几十的误差，不是在任何情况下都可以忽略的。聚合物基体的非线性，与固化时所涉及的一系列因素有关，如固化剂的种类和数量，固化温度和时间长短，是否完全固化等，其初始弹性模量和非线性的程度与变化趋向可因为上述因素而有巨大的区别。对于短纤维复合材料和织物复合材料，本构关系的非线性问题比单向增强复合材料铺层情况要显著得多。

复合材料的结构上，常常为了某种需要，开设大小孔洞，对于半径很小的圆孔，从应力集中系数的大小来看，由于比各向同性材料的应力集中系数大 2～4 倍，好象很严重，实际上直径为2～4毫米以下的小孔，由于切断的纤维不多，可以通过层间剪切传递应力，对强度上的威胁没有想象的那么大，当然能在开孔的表面在与原纤维方向上成45°加上一层正交的玻璃纤维织布，会有良好的效果。对于大开口问题，这要看具体情况而定，是要求传递内力 N_x、N_y、N_{xy} 呢，还是要求传递力矩 M_x、M_y、M_{xy}，或者两者兼而有之，或者是强度上的要求或者是刚度上的要求，这首先要在原则上作出决定。具体增强的方式，既要符合力学原则，又要在工艺上切实可行，是一个值得研究的问题。在理论上能指明方向或者能算得结果，往

往比单做试验大大缩短完成研制任务的时间，可适当减少试件的数量，明显减少测试工作量和经费。对于参数甚多的复合材料结构，单靠试验来解决问题，既不经济又不迅速，应采用理论、试验并重的途径。

复合材料结构的连接和接头问题，是一个十分重要的问题，因为先进复合材料与铝合金钛合金相比，光是比重的差别就可以减轻30%左右的重量。纤维增强复合材料受载时，如果设计得合理，应让纤维成为主要的承载成份，由于它的强度高刚度大，因而非常有效。在联接处，除承压情况外，一般都因纤维已经断了，要通过基体和纤维的界面以剪切方式来传递载荷。而层间和界面的剪切强度恰恰是复合材料中最薄弱的环节，只有纤维方向强度的数十分之一。因此，要传递载荷，接头就显得比较笨重，这是不可避免的。这就需要大量减少结构部件的数目，以减少接头的数目。当然，设计得合理些，巧妙些，更符合力学原则，相对说来可以轻一些，功能也可以好一些。

对于加筋结构来说，如果筋条采用±45°铺层，则按经典理论计算已可满足设计要求。如果采用*Rehfield*的网络形筋条（筋条中的纤维平行于面板），则必须用*Reissner*理论来计算。对于加筋板壳来说，如为密加筋，则可近似地折合为各向异性多层板壳来计算，比较方便。如为稀加筋，则需采用能量法来计算。不论稀加筋和密加筋，都存在着局部失稳与整体失稳的关系及影响问题，存在着局部应力、变形和振动与整体应力、变形和振动问题。

复合材料结构还会涉及冲击、疲劳、随机振动、动力失稳和波动问题，会涉及优化设计、层间应力分析、脱层和裂纹扩展问题，涉及到各种测试方法和环境影响问题等，本文限于篇幅，不可能一一论及。本文的目的是希望引起有关的工程师和研究人员的重视，能在复合材料结构的设计、制造和应用中，更深入地解决一些力学问题，则可在同等安全度的情况下，比设计较差的同类结构，节省5～20%的重量，使我国在这方面大大缩小与国际水平的差距。

参 考 文 献

[1] Reddy, J.N., A simple higher-order theory for laminated composite plates, J.Appl. Mech. Trnas. ASME, 51, 4(1984), 745—752.

[2] Arnold, R.R. and Mayers, J., Buckling, post-buckling and crippling of materi-ally nonlinear Laminated composite plates, Int.J.Solids Structures, 20, 9/10(1984) 863-880.

[3] Bert, C.R. and Gordanineiad, F., Transverse shear effects in bimodular com-posite laminates, J. of Comp. Mat., 17, 4(1983), 282—298.

[4] Reddy, J.N., Survey of recent research in the analysis fo composite plates, Composite Technology Review, 1982, 101—104.

[5] Eckold, G.C., A design method for filament wound GRP vessels and pipework Composites, 16, 1(1985), 41—47.

[6] Kant, T. and Owen, D.R.J and Zeinkiewicz, O.C., A refined higher-order C^0 plate bending element, Computer and Structures, 15, 2(1982) 177—183.

[7] Snaed, J.M. and Palazotto, A.N., Moisture and temperature effects on the

instability of cylindrical composite panels, J.Aircraft, 20,9(1983), 777—783.

[8] Ray, H.and Bert, C.W., Dynamic instability of suddenly heated, thick, composite shells, Int, J.Engng Sci., 22, 11/12(1984), 1259—1268.

[9] Zhang, Y., and Matthews, F.L., Postbuckling behavior of anisotropic Laminated plates under pure shear and shear combined with compressive Loading, AIAA J., 22, 2(1984), 281—286.

[10] Bhattacharya, A.P., Large amplitude vibration of imperfect cross-ply laminated cylindrical shell panels with elastically restrained edges and resting on elastic foundation, Fib. Sci. and Tech., 21, 3(1984), 205—221.

[11] Lakshminarayana, H.V. and Murthy, S.S., A shear flexible triangular finite element model for laminated composite plates, Int. J. for Numer. Meth. in Engng., 20, 4(1984), 591—623.

[12] Janisse, T.C. and Palazotto, A.N., Collapse analysis of cylindrical composite panels with cutouts, J. of Aircraft, 21, 9(1984), 731—733.

[13] Alam, N.and Asnani, N.T., Vibration and damping analysis of multilayered cylindrical shell, part 1: Theoretical analysis, AIAA J.,22, 6(1984), 803—810. part 2: Numeerical results, Idid 22., 7(1984), 975—981.

[14] Wilson, D.W.and Vinson, J.R., Viscoelastic analysis of Laminated plate buckling, AIAA J., 22, 7(1984), 982—988.

[15] Kuppusamy,T.,and Reddy,J.N., A three-dimensional nonlinear analysis of cross-ply rectangular composite plates, Computers and Structures, 18, 2(1984), 263—272.

[16] Sheinman, I.and Greif, S., Dynamic analysis of Laminated shells of revolution, J.Comp.Mat., 18, 3(1984), 200—215.

[17] Tauchert, T.R. and Adibhatla, S., Design of Laminated plates for maximum stiffness, J. Comp. Mat., 18, 1(1984), 58—69.

[18] Bert, C.W., Reddy, J.N., Reddy, V.S. and Chao, W.C., Bending of thick rectangular plates Laminated of bimodulus composite, AIAA J., 19, 10(1981), 1342—1349.

[19] Miller, C.J., Millavec, W.A. and Kicher, T.P., Thermal stress of layered cylindrical shells, AIAA J. 19, 4(1981), 523—530.

[20] Whitney, J.M., Buckling of anisotropic laminatid cylindrical plates, AIAA J., 22, 11(1984) 1641—1645.

tested. The results showed a marked unsymmetry of the relaxatien rate of the bending strains on the two surfaces of the beam specimen. The relaxation rate of the strain of the rough surface (which corresponds the ousside surface of the pipes) was much larger than that of the smooth surface, which coincides the observation in the pipes. the consistency of the test results of the load relaxation is better than that of bending strains.

To search the relaxation mechanism, a FEM analysis was carried out. The calculated results suggested a preliminary relax ationmodel, i.e,"time-dependent shear modulus $G_{13}(t)$" model.

$$G_{13}(t)=G_{13}(0)e^{-\alpha t}$$

By using the results of FEM analysis and the experimental results of the bending strains, the value of the constant α was determined. This model was verified rough the test data of the load relaxation.

THE MECHANICAL PROBLEMS OF COMPOSITE STRUCTURES IN THE DESIGN, MANUFACTURE AND APPLICATION

Wang Zhenming

Institute of Mechanics, Academia Sinica, Beijing, China

(Received June 1985)

Abstract

In this paper, a series of mechanical problems of structures for composite materials related to the design, manufacture and application are discussed. It is expected to cause the more attention of engineers and researchers, so as to promote a greater progress in the works of design, research and manufacture of composite structures in China.