第3卷 第3期 复 合 材 料 学 报 Vol. 3 No. 3
1986年9月 ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA September 1986

复合材料正交层板基体裂纹预测

李 重 庵
(兰州铁道学院机械工程系)

A. S. D. Wang
([美]Drexel大学机械工程与力学系)

摘 要

将断裂力学的能量释放率概念及A. S. D. Wang在90°层横向裂纹情况的方法推广到层板后期复杂基体裂纹情况，对$[0_2/90_n]_s$层板内的0°层纵向劈裂、0°—90°界面的两种脱层等裂纹形式进行三维有限元分析并得出其应变能释放率与裂纹尺寸的关系曲线，对每种基体开裂给出载荷的理论预测值，与实验结果比较，吻合较好。

一、引 言

在$[0_2, 90_4]_s$层板系列轴向受拉至破坏的实验中，主要产生以下三种基本形式的基体裂纹[1]：

1. 90°层内垂直于载荷方向的横向裂纹。它开始出现时载荷仅达极限载荷的三分之一左右；与90°层厚度关系很大；裂纹的形成是动态的；随着载荷增加，裂纹密度增加。

2. 0°层内平行于载荷方向的纵向劈裂。先是在横向裂纹上方出现局部的劈裂，以后逐渐扩展汇合，并可能贯穿试件长度。

3. 脱层。它可能从试件边缘有横向裂纹的地方开始[2]，也可能在上述两种裂纹交叉的位置发生[3]。

层板最后破坏形式是0°层纤维破断。

本文1985年12月18日收到

对首先发生的90°层横向裂纹，*A.S.D.Wang*等人从理论上解释了裂纹发生发展的规律，并结合统计的分析方法得出与实验曲线相当吻合的裂纹密度—载荷曲线[4,5]。

在横向裂纹出现之后的两类裂纹（0°层纵向劈裂及两种脱层）发生在层板破坏过程的晚期。研究它们的发展及交联影响，显然对认识层板的破坏机理及最终强度至关重要。文献[6]通过应力場分析，对这些裂纹的出现和性质给出了定性的解释。本文则试图对产生这些裂纹的临界载荷作出定量的预测。

二、断裂力学考虑

在分析90°层横向裂纹时，假设该层有关的原始缺陷可用随机分布的微裂纹反映，并设裂纹尺寸$2a$的分布函数可表为[8]

$$F(a)=1-e^{-\left(\frac{a}{\beta}\right)^{\alpha}} \tag{1}$$

其中的系数α和β可通过实验分析确定，如对本文讨论的材料有$\alpha=4$和$\beta=0.48t$。这些裂纹中“最严重的”裂纹尺寸$2a_0$定义为：裂纹尺寸不大于该值的概率为97%，即

$$F(a_0)=P\{a\leqslant a_0\}=0.97 \tag{2}$$

由此可得出当n（90°层数之半）分别为1、2和4时，a_0分别取作$0.95t$、$1.3t$和$1.8t$[8]。对其它类型开裂的a_0另作具体分析。

在一定条件下，“最严重的”缺陷会扩展成基体裂纹。采用断裂力学的能量判据，认为裂纹扩展的临界条件为裂纹尖端区域应变能释放率等于材料的极限值：

$$G(\sigma,\ a)=G_c \tag{3}$$

这里的G_c不只是裂纹新表面的表面能，还反映了材料局部屈服等因素；此外，还必须考虑到材料的各向异性，如平行于纤维方向的Ⅰ型（张开型）裂纹，又分为0—0型（扩展方向与纤维方向一致）和90—90型（扩展方向与纤维方向垂直）等等，它们相应的G_c值显然不同。对*T*300/934单向板的实验得出0—0型有$G_{Ic}=158J/M^2$而90—90型有$G_{Ic}=228J/M^2$（见文献[7]的讨论）。

对于复合材料层板，在机械与温度载荷下的应力場强度因子K分别与e_0和ΔT成正比，应用叠加原理并考虑到$G\propto K^2$，可以将（3）式左端表示为

$$G(e_0,\ \Delta T,\ a)=(\sqrt{C_e}\,e_0+\sqrt{C_T}\,\Delta T)^2 t \tag{4}$$

其中e_0为机械载荷引起的层板远場轴向应变；ΔT为固化温度与工作温度之差，取作125℃；t是单层的厚度(0.132*mm*)；系数函数C_e、C_T分别为在单位机械载荷（$e_0=1$）与单位温度载荷（$\Delta T=1$℃）下，单层厚度为单位1时某一特定裂纹扩展时的能量释放率。在材料组成、铺层、试件几何形状、开裂形式等因素确定以后，C_e和C_T只是裂纹尺寸a的函数，可以用下面将要介绍的数值方法算出。

三、有限元分析

利用式（3）、（4）来预测某一特定裂纹扩展的临界状态，关键工作之一是计算该特定裂纹的应变能释放率函数，或者系数函数$Ce(a)$和$C_T(a)$，从而可以确定对应于a_0的G值。根据*Irwin*的方法，裂纹扩展时释放的应变能可以通过计算裂纹闭合复原时所需要作的

功来得到，因此有

$$G_{\mathrm{I}}=\lim_{\Delta a\to 0}\frac{1}{2\Delta a}\int_0^{\Delta a}\sigma_x\cdot\Delta u_l da \qquad (5)$$

及类似的G_{II}与G_{III}的表达式（x轴取作垂直于裂纹平面）。

对本文所研究的裂纹形式，在分析应力場及与其有关的能量释放率时，必须使用三维方法。在文献[6]的三维有限元分析基础上进一步采用双节点技术：如图1所示，在有限元网格中，在裂纹前缘将要经过的途中，每个节点的位置c上安排双节点f与g，令每对双节点最初具有相同位移，然后逐对解除这一约束，从而模拟裂纹的逐步扩展。在每一步开裂，可以由开裂前的节点力F和开裂后的节点位移u、v、w利用

$$G_{\mathrm{I}}\sim F_x(u_f-u_g)/2\Delta a \qquad (6)$$

等式算出对应于Ⅰ、Ⅱ和Ⅲ型开裂的能量释放率及其总和，而整个模拟过程则给出$C_e(a)$和$C_T(a)$及其对应于Ⅰ、Ⅱ和Ⅲ型开裂的分量随裂纹尺寸a变化的曲线[8]。

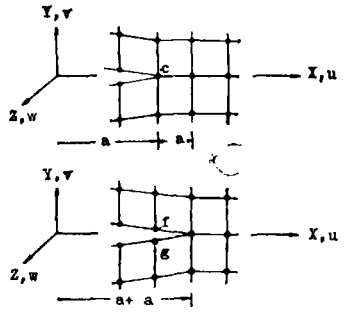


图1　模拟裂纹扩展的有限元网格

四、計算結果与比較

1. 横向裂纹

利用前面得到的有效裂纹尺寸a_0在对应的系数函数C_e和C_T曲线上得出相应的C_e、C_T值，并考虑到属于90—90型开裂而取$G_c=228J/M^2$，由式（3）、（4）得出“第一个”横向裂纹出现时的载荷（以应变给出），列于表1。它们大约是层板最终破断应变（10～12$\times10^{-3}$）的三分之一。

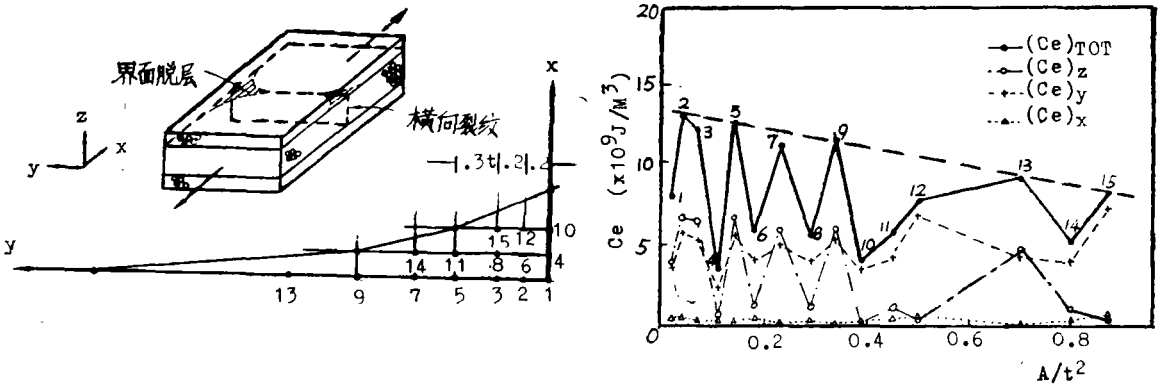
2. 0°层纵向劈裂

类似的分析方法得出在横向裂纹上方的0°层内发生劈裂的临界应变为10.5×10^{-3}（$n=2$时）或7.8×10^{-3}（$n=4$时）。这说明对90°层较薄（如$n=1$）的层板，这种裂纹不会发生；但当90°层较厚（$n>2$）时，必定会在横向裂纹出现后，0°层纤维破断前出现这种劈裂。

3. 局部脱层

文献[6]已证明，在横向裂纹与纵向劈裂的交叉处（下简称交叉点）以及横向裂纹前缘与层板边缘的交点（下简称边交点）有非常严重的应力集中现象，因而是新的开裂发源的地方；同时也证明了由于在0—90界面不仅有正的σ_z峰值，而且两个剪应力分量也相当可观，所以实际的脱层将是混合型的。

对于边交点处的0—90脱层，假定一个从该点出发的开裂顺序（如图2(a)中标号所示）并由有限元计算得到这一开裂过程的能量释放率曲线。图2(b)为其中一例：$n=2$时的C_e曲线；C_T曲线及$n=4$时各曲线与其有相同的如下规律（但n较大时曲线位置较高即给出较高的能量值）：



a）边交点脱层示意及节点放松顺序　　b）相应的C_e曲线($n=2$)

图 2　$[0_2/90_2]_s$层板边交点处局部脱层

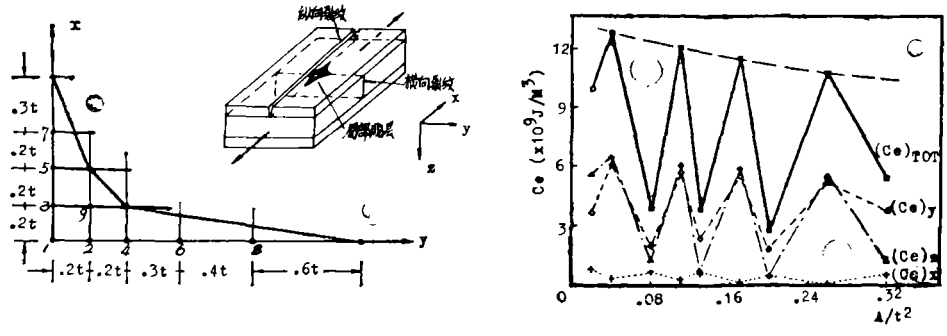
①开裂属于混合型，但以图中$(C_e)_z$曲线代表的Ⅰ型为主，其次是剪应力τ_{yz}引起的开裂。

②曲线的起伏变化是由于事先假设的节点放松顺序与试件实际的开裂路径不一致。很明显，沿横向裂纹前缘一线的节点放松时，释放出高得多的能量，说明实际的脱层从边交点开始后先主要沿横向裂纹前缘扩展，同时沿边缘也有较小程度的扩展。

③曲线总的下降趋势说明脱层的扩展基本上是稳定的过程。

脱层面积达到t^2时为宏观可见的，从曲线上得出此时的C_e和C_T值，并取相应的混合型开裂的G_c值（$289J/M^2$）[7]可以得到产生边交点处的脱层的临界载荷为11.0×10^{-3}（对$n=2$）或7.8×10^{-3}（对$n=4$）。

对于交叉点处的脱层作了类似的模拟开裂及计算。图3(b)表示按图3(a)假设的扩展路径、$n=2$情况、对应于机械载荷的能量释放率系数函数，这条曲线以及其它曲线的规律与边交点处的相似：对应于τ_{zx}的开裂在跟Ⅰ型及与τ_{yz}有关的开裂相比之下可以忽略；脱层将首先主要沿横向裂纹发展；宏观可见的脱层发生在$e_0=10.9\times10^{-3}$(当$n=2$)或$e_0=7.5\times10^{-3}$（当$n=4$）时，与纵向劈裂的临界载荷值很相近，说明纵向劈裂发生之后紧接着就会产生交叉处的脱层。



a）脱层及节点放松顺序　　b）相应的C_e曲线（$n=2$）

图 3　$[0_2/90_2]_s$层板交叉点处局部脱层

4. 还有一种理論上可能的开裂形式——在横向裂紋出現之前，单純因自由边緣效应引起的脫层。

根据对这种开裂计算出的C_e、C_T曲线，并假定有效的原始边缘裂纹尺寸$a_0>2t$，对这种0—0型开裂取$G_c=158J/M^2$，得出中面边缘脫层扩展的临界载荷：

对$[0_2/90]_s$，$e_0=24\times10^{-3}$

对$[\pm25/90]_s$，$e_0=6\times10^{-3}$（实验值为5.8～6.1$\times10^{-3}$）。

可见这种脫层对正交层板将不会发生，而对$[\pm25/90]_s$等层板则是不可避免的早期开裂现象。实验观察的规律与此完全一致。这说明鋪设角θ值决定了$[\pm\theta/90]_s$层板是否会发生早期的边缘脫层。从图4中可以看出，在θ从0°到约30°的阶段，C_e与C_T曲线随θ角变化的趋势刚好相反；但根据二者的数值对（4）式中的两项作简单估计反会发现$\sqrt{C_e}\,e_0$项要比$\sqrt{C_T}\cdot\Delta T$项高一个数量级。换言之，两种载荷中，机械载荷是造成这种脫层的支配因素。因

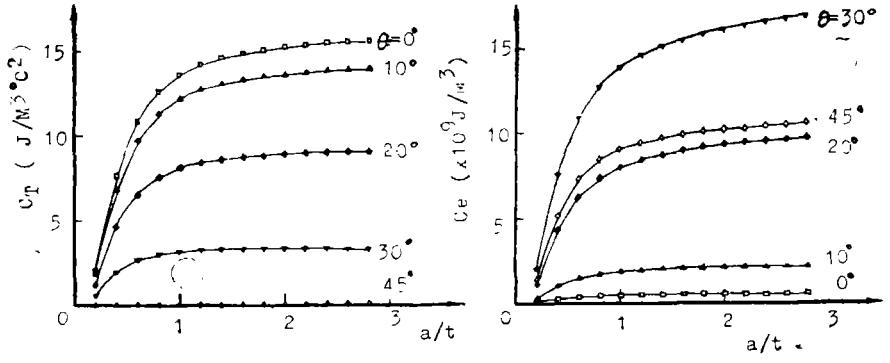


图4 $[\pm\theta/90_2]_s$层板中面脫层能量释放率系数

此，从C_e曲线随θ角变化的规律，就可以理解$[\pm\theta/90]_s$中早期边缘脫层发生与否的规律。

所有对正交层板的理论预测值都在表1中与相应的实验值[9]加以比较。预测值与最终强度比较可以预见该种裂纹是否会出现；不同裂纹的预测值比较则能预见各种裂纹出现的先后次序。这些预测的损伤过程与实验现象完全一致，各种裂纹的临界载荷预测值与实验值相当接近。

表1 $[0_2/90_n]_s$层板基体裂纹预测与实验结果比较

鋪层 n	$e_0(10^{-3})$									
	90°层横向裂紋		0°层纵向劈裂		交叉点处脫层		边交点处脫层		最終破断	
	預測	实驗	預測	实驗	預測	实驗	預測	实驗	預測	实驗
1	5.9	5.6	>12	未见	>12	未见	>12	未见	—	12.3
2	3.6	3.2	10.5	9.2	10.9	>9.2	11.0	>10	—	11.2
4	2.7	2.6	7.8	<8.0	7.5	<8.0	7.8	8.0	—	10.3
8	—	1.9	—	4.7	—	4.7	—	4.1	—	7.5

五、討　論

1. 尽管复合材料层板实际破坏过程是复杂的、离散的，尽管本文的计算方法是近似的，简化的，但仍然能够比较准确地预测出最后破断前的断裂过程，这说明能量释放率概念可以被用来分析复合材料层板直到载荷后期的基体开裂过程；但是，用来预测最后0°层纤维破断还有困难。

2. 纵向劈裂以及在边交点和交叉点处的脱层，三者临界载荷的预测值在实际意义上是相同的，这与实际观察到的现象[9]一致：同是$[0_2/90_3]_s$试件，同是达到最终载荷的90%时，有的试件在边交点处发生脱层并扩展；而另一些试件则发生大量的纵向劈裂与横向裂纹相交叉，并且交叉点处立即发生脱层，脱层的汇合引发层板最后破坏。

3. 基体裂纹是层板失效的重要先兆，其发展又是层板损伤积累过程的主要阶段并最终导致承载层的破断，因此在层板强度研究中对基体裂纹应相当重视；另一方面，基体裂纹发展规律在很大程度上受铺层几何的影响，所以问题又相当复杂困难。实际计算工作中往往忽视具体的基本裂纹形式而假设所有载荷最终将被承载层负担。逐层失效分析是这种方法的一个典型，它简单易用，而且对静强度的初步预测常是够用的，其原因是基体裂纹只有在非常高的载荷下才能发展到承载层内。但在交变载荷下情况就大不相同了：承载层内的基体裂纹在低应力值下就可能发展[8]，这样层板的疲劳强度就不能只基于承载层本身的性质来预测，基体裂纹的具体形式和影响就变成不可忽视的因素。

4. 本工作再次证明90°层的厚度对层板破坏历程及最终强度都有显著影响。

5. 所用的分析方法应适用于各种铺层的层板而不仅限于正交系列，并且可以发展而应用到疲劳损伤的研究。

致谢：本工作得到*N.N.Kishore*博士在有限元分析中诸多帮助，特此致谢。

参 考 文 献

[1] Flaggs, D.L.and Kural, M.H., J.C.M., Vol.16, 1982, 103.

[2] Pipes, R.B.and Pagano, N.J., J.C.M., Vol.4, 1970, 538.

[3] Reifsnider, K.L., Stinchcomb, W.W., Henneke, E.G. and Duke, J.C.,AFWAL-TR-83-3804, 1983.

[4] Wang, A.S.D., and Crossman, F.W., J.C.M., Suppl.Vol.14, 1980, 71.

[5] Wang, A.S.D., Chou, P.C.and Lei, S.C., J.C.M., Vol.18, 1984, 239.

[6] 李重庵，A.S.D.Wang，蘭州鉄道学院学报，1984年第一期。

[7] Wang, A.S.D., Kishore, N.N.and Feng, W.W., Proceedings, ICCM-IV, Vol. 1, 1982, 599.

[8] Wang, A.S.D., Kishore, N.N.and Li, C.A., Composites Science and Technology, 24, 1985, 1-31.

[9] Crossman, F.W., Warren, W.J.and Wang, A.S.D., Advances in Aerospace Structures, Materials and Dynamics, ASME AD-06, 1983, 215.

THE PREDICTION OF MATRIX CRACKS IN CROSS-PLY LAMINATES

Li Chongan

Department of Mechanical Engineering
Lanzhou Railway Institute, Lanzhou, China

A.S.D. Wang

Department of Mechanical Engineering and Mechanics
Drexel University, Philadelphia, PA19104, USA
(Received December 1985)

ABSTRACT

The concept of energy release rate and the analysis method developed by A.S.D.Wang in the case of transverse cracks are used to predict three types of matrix cracking in cross-ply laminate family at the late stage of uniaxial tensile loading. Cracking events analysed include longitudinal splitting in 0°-ply, 0/90° interface localized delamination emanating from the intersection of the transverse crack and the coupon free edge, and similar delamination around the cross point of the transverse and longitudinal splitting cracks. A 3-D finite element analysis is performed to simulate those crack development procedures and the corresponding energy release rate curves, as functions of crack size a, are obtained on the basis of Irwin's crack closure technique. After determining the effective inherent flaw sizes, the values of critical loading for considered cracking are then pridicted and found to agree well with the experimental results.

DOUBLE EDGE CRACKS AT THE INTERFACES OF FOUR DIFFERENT MEDIA IN A RECTANGULAR SHEET UNDER ANTI-PLANE SHEAR STRESS

Zhang Xiaosi

Department of Applied Mathematics
Beijing Institute of Civil Engineering, Beijing, China
(Received Jan. 1986)