第5卷第3期　　复　合　材　料　　Vol.5 No.3

1988年9月　　ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA　　September 1988

碳/铝复合材料强度的统计研究

顾　坚　韩圭焕　隋全武*　姚忠凯

（哈尔滨工业大学）（*中科院沈阳金属研究所）

摘　要

本文指出对纤维及其复合材料的强度指标仅用平均强度来表征是不全面的，应同时考虑反映材料强度分布状态的参数大小。通过对大量不同种类碳纤维及复合丝的强度进行Weibull理论计算，来比较纤维及复合丝的质量。研究得出经验关系式，即根据概率密度曲线确定强度的分散性时，可用（曲线半高宽/峰位强度）值的大小来反映。研究还指出纤维强度随标距的增大而下降，但不同于文献[5]所报导直线关系，而是呈指数绝对值小于1的负幂函数关系。

一、前　言

在研究复合材料性能时，首先碰到的是纤维及复合材料的拉伸强度，而拉伸强度的表征往往采用平均强度这一概念。由于制造金属基复合材料所使用的纤维诸如碳、SiC、Al_2O_3等均为脆性材料，从而复合材料整体呈宏观脆性。实验证实，用这种材料在完全相同的条件下制作的若干个试样进行拉伸试验时，即使在弹性模量完全一致的情况下，断裂强度数值也会相当分散，而在一定载荷下的断裂时间及一定载荷下发生疲劳断裂的循环次数偏差则更大。故此将这种波动较大的断裂强度的平均值视为确定值不能认为是适当的，而应用统计量来表示。

可用来表征脆性材料强度的统计理论大致有三种[1]：正态分布理论、对数正态分布理论、Weibull理论。本文利用Weibull理论研究了碳纤维及其铝基复合材料的强度。

二、Weibull统计理论分析

Weibull统计理论最先由瑞典的Weibull提出，用来表征脆性材料诸如陶瓷等的机械性

本文86年10月6日收到

能。假定可把材料分为若干个离散的单元体，每个单元体的破断概率是独立的，则最弱单元体的首先破坏将引起材料的整体破坏。则有：

$$F(x\geqslant x_f)=1-p(x<x_f)=1-\exp\left\{-A\left(\frac{x-x_0}{\beta_0}\right)^{\alpha}\right\} \quad (1)$$

$$=1-\exp\left\{-\left(\frac{x-x_0}{\beta}\right)^{\alpha}\right\} \quad (2)$$

这里F表示断裂概率；P表示残存率；x_f表示断裂应力；x表示作用应力；x_0表示位置参数；A表示应力取向参数，

$$A=\int_V f(x',\ y',\ z')^2 dv \quad (3)$$

$f(x',\ y',\ z')$ 为取向因子；α为形状参数表示材料中的缺陷分布；β_0为度量参数，α、β_0均为不依赖于试样尺寸的材料常数；β为特征强度，与试样的尺寸有关。

当x_0为零时，则称之为两参数Weibull模型，否则称之为三参数Weibull模型。在通常情况下为前者，故将(2)式简写为：

$$F(x)=1-P(x)=1-eap\left\{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}\right\} \quad (4)$$

按该理论，平均强度值为$\bar{\sigma}=\beta.\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)$，其中α恒大于1（对通常材料），$\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)$为Γ-函数。根据文献〔4〕，由于$\frac{1}{\alpha}$恒小于1，在工程近似下有：$\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)\approx 1$，即：$\bar{\sigma}\approx\beta$。实验业已证实β值总与通常所计算的平均强度近似相等，并有相同的升降趋势。

断裂概率F(x)的密度函数为：

$$f(x)=F'(x)=\frac{\alpha}{\beta^{\alpha}}x^{\alpha-1}\exp\left\{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}\right\}$$

设β为常数，则其曲线如1所示。α为形态参数，它是反映材料性能或质量的重要指标。根据文献〔4〕，对Γ-函数当$0\leqslant h\leqslant 1$时，则有：

$$\Gamma(1+h)=h!=1+a_1h+a_2h^2+a_3h^3+a_4h^4+a_5h^5+\varepsilon(h)\quad |\varepsilon(h)|\leqslant 5\times 10^{-5}$$

其中$a_1=-0.5748646$　　$a_4=0.4245549$

$a_2=0.9512363$　　$a_5=-0.1010678$

$a_3=-0.6998588$

可见，系数a_i有正有负且绝对值均小于1，而h（这里表示$\frac{1}{\alpha}$）又小于1，故在工程近似的情况下可有$\Gamma(1+h)\approx 1$，$\bar{\sigma}$即$\approx\beta$。实验业已证实，β值总与通常所计算的平均强度近似相等，并具有相同的升降趋势。

断裂概率F(x)的密度函数为：

$f(x)=F'(x)=\frac{\alpha}{\beta^{\alpha}}x^{\alpha-1}\exp\left\{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}\right\}$，设β为常数，则其曲线如图1所示。当$\alpha\leqslant 1$时，

f(x)呈指数分布；α＞1 时呈不同形状的曲线，当α为 3 或 4 时，曲线逐渐接近于正态分布。故将α 称为形态参数。事实上，正由于α具有这一特征使它成为反映材料性能或质量的重要指标。

如图 2 所示，设峰值附近强度区间为〔a、b〕，试样总数为N_0，则在区间〔a、b〕内的断裂概率为：

$$F_1(x)=\int_a^b f(x)dx$$

该区间内发生断裂的试样数（N_1）的数学期望值为：$N_1=N_0F_1(x)$。由图 1 可知，α越大，f(x)的曲线越尖锐，峰值增大，从而有$F_1(x)$增大，相应 N_1 值也增大。这说明试样强度更集中地分布在峰值所对应的强度（简称峰位强度）附近，即强度的分散性更小。可见概率密度曲线可直观地反映出试样的强度分布。

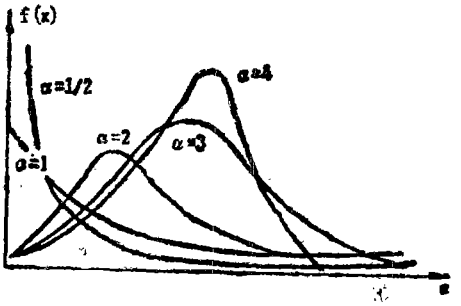


图1　Weibull分布的概率密度曲线

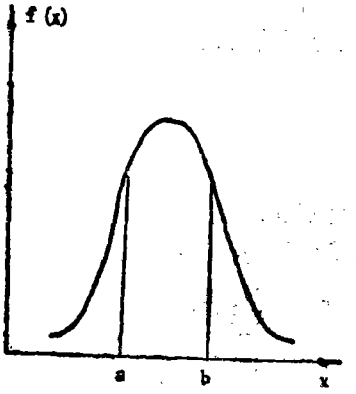


图2　概率密度曲线

如前所述，对同种材料不同应力场的试样来说，α具有相同值。所以α及其平均强度β同是反映脆性材料性能的重要参数。对一种脆性材料来说，如果仅给出平均强度，则尽管其值可能很高，但若形状参数α值较低即强度的分散性较大，则作为结构材料无疑缺乏可靠性。因此纤维及其复合材料作为一种脆性材料，在进行强度定值时必须同时给出平均强度β、形状参数α。

三、实验方法

将纤维粘贴在如图 3 所示的框架上，在上海产Y161型纤维拉伸机上进行测试，纤维直径采用扫描电镜拍照测量。将日本产M40纤维、上海碳纤维、太原碳纤维进行24小时丙酮清洗并烘干后，进行强度测试以比较其强度及其分散度。对 M40 纤维 700℃、真空烧胶1小时后，采用标距G_0L_0＝10mm、20mm、30mm、40mm进行强度测试，以研

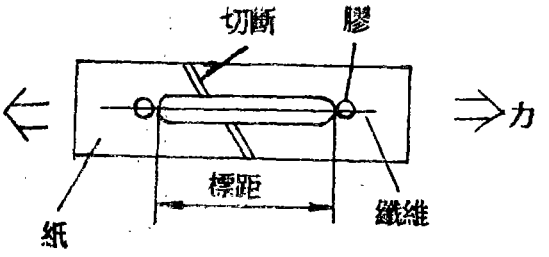


图 3　单纤维的拉伸试验方法

究标距对强度的影响。利用CUD法制得的复合丝，选择质量相差较大的两组试样，在天津产卧式试验机上测试强度。

对以上强度测试结果采用Weibull理论进行统计计算，其方法有多种，本文采用中间秩(median rank)方法[4]对前述(4)式稍加移项后两边取双对数，则有

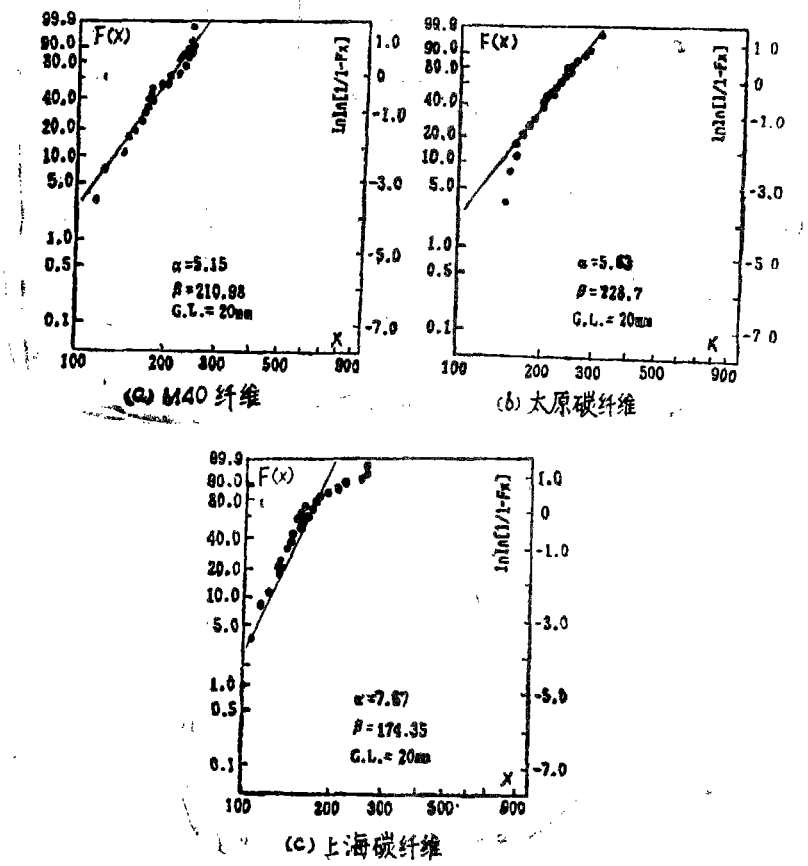
$$\ln\ln\left[\frac{1}{1-F(x)}\right]=\alpha\ln x-\ln\beta$$

对所测强度$\{x_i\}$按最小至最大的次序排列，对每个强度x_i配以一个秩$F_i=\frac{i-0.3}{n+0.4}$，这里n为测试的试样总数，则按最小二乘法便可求出α、β值。为了使实验结果令人信服，则在同等条件下进行重复试验的次数必须足够多。很显然增加试验次数可减少误差、改善所得数据的可信度，但若过度势必使实验量过大。本文首先测试若干个试样并估算出α值的大小，然后根据文献[7]所给出的列表，确定在该值下一定误差、一定可信度所必须的试验数。

四、实验结果与讨论

1. 纤维质量比较

将测试结果进行Weibull统计计算所得概率曲线如图4所示，由此可求出各自的α、β



(a) M40纤维　(b) 太原碳纤维　(c) 上海碳纤维

图4　不同种类纤维的Weibull概率图（误差0.1，可信度>99%）

值，见表1。可见太原碳纤维的平均强度最高，而上海碳纤维强度较低但形状参数最大，强

表 1

	M40	上碳	太碳
α	5.15	7.67	5.63
β(kg/mm²)	210.98	174.35	228.7

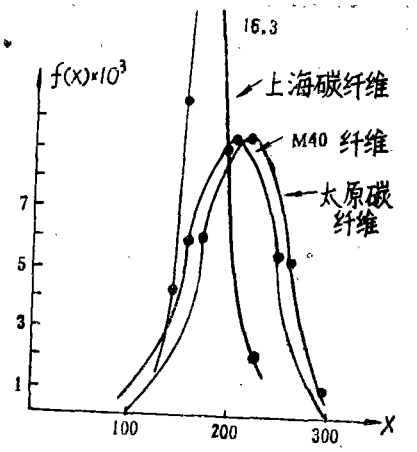


图 5　概率密度曲线的比较

度的分散性最小。为更直观地显示这一关系，作出如图5所示的概率密度曲线。显然上海碳纤维的密度曲线最为尖锐，M40、太原碳纤维的尖锐度相近，反映出与α值大小的相应关系，同时根据曲线的相对位置可直观地反映出三种纤维的平均强度大小。可见图5较浅显地反映出以强度为指标的质量对比。

2. 标智长度的影响

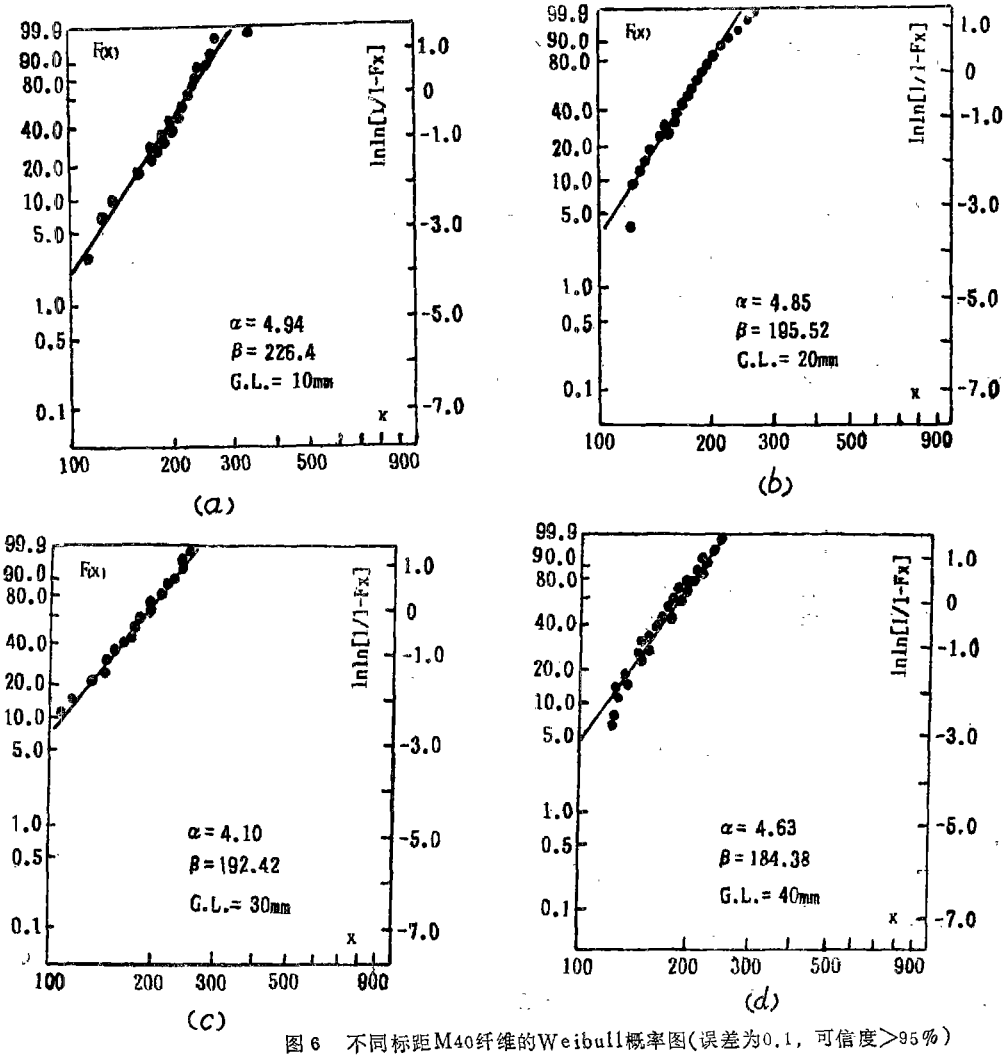


图 6　不同标距M40纤维的Weibull概率图(误差为0.1，可信度>95%)

根据不同标距的M40纤维的强度测试结果所获得的Weibull概率曲线如图6所示。显然形状参数α仅发生微小变化，可以认为是不随试样尺寸变化的材料常数。平均强度与标距的关系曲线如图7所示，可见强度随标距的增加而降低，但不同于文献〔6〕显示出的直线关系。实际上，将前述的(1)式写成两参数模型时，则有

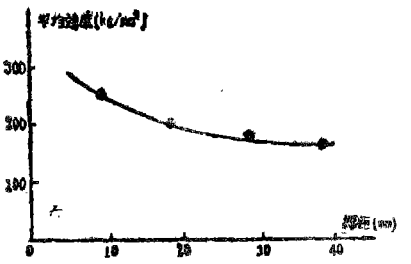


图7　标距对纤维拉伸强度的影响

$$F(x)=1-\exp\left\{-A\left(\frac{x}{\beta_0}\right)^{\alpha}\right\}$$

因此当尺寸不同但具有相同的破断概率时，考虑到α、β_0为常数，则：

$$A_1\left(\frac{x_1}{\beta_0}\right)^{\alpha}=A_2\left(\frac{x_2}{\beta_0}\right)^{\alpha}，变形得\frac{x_1}{x_2}=\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^{1/\alpha}$$

因　　$\beta=\beta_0\cdot A^{-1/\alpha}$，则$\frac{x_1}{x_2}=\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^{1/\alpha}=\frac{\beta_1}{\beta_2}$

当试样截面积与外形相同时，由(3)式

$$A=\int_V[f(x',\ y',\ z')]^2dv=\int_l[f(x',\ y',\ z')]^2s\,dl$$

这里S为截面积，l为长度。当为单向应力场时，$f(x',\ y',\ z')=1$，所以，$\frac{\beta_1}{\beta_2}=\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{1/\alpha}$

变形得$\beta_2=\beta_1\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{-1/\alpha}$很显然Weibull理论本身就反映了强度随标距的增长而呈指数为负值的幂函数下降的关系。

根据Griffith公式，试样强度与缺陷间具有如下关系：$\sigma\cdot g(c)=K$，这里K为断裂韧性，σ为强度，c为裂纹长度，函数g包含反映裂纹状态的因子。对脆性材料来说，c表示最大缺陷的尺寸，该缺陷的扩展将引起材料瞬时断裂。所以对脆性材料，试样的强度取决于试样中存在的最大缺陷的尺寸及其分布状态。以上分析对脆性纤维似乎是适用的，因为制造和加工时，总会给其表面和内部带来各种缺陷。而金属基复合材料则有所不同，由于其呈宏观脆性、微观塑性断裂，故最大裂纹的扩展不会引起立即断裂，但其强度无疑仍依赖于最大缺陷的尺寸及分布状态。所以，若拉伸试样标距尺寸不同，将可能导致最大缺陷的尺寸及分布状态的不同，从而反映出强度的差异。

3. 复合丝的质量比较

对两种碳铝复合丝（分别称为A、B）进行强度测试，则得如图8所示的weibull概率曲线，相应的α、β值如表2所示。在一般情况下，由于塑性基体金属的加入会使复合材料强度的分散性明显减小，在此选择一种较特殊的情况加以比较。两组复合丝的概率密度曲线如图9所示，由此可看到一个有趣的现象。由表二可知，B组试样平均强度低、强度分散性大亦

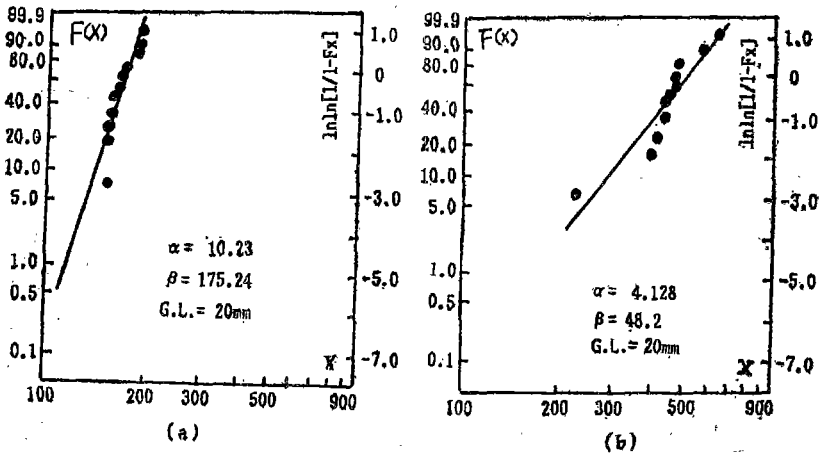


图 8　C/Al复合丝的Weibull概率图

表 2

数　参	A	B
α	10.23	4.13
β(kg/mm²)	175.24	48.2

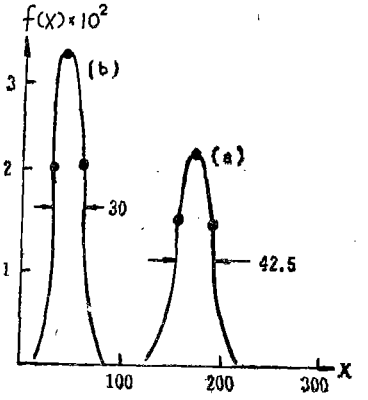


图 9　C/Al复合丝概率曲线的比较

即质量较差，但反映在图 9 中便发现B 曲线更尖锐。这时如果仅靠直观的曲线尖锐程度来判断材料强度的分散，无疑将引起谬误。正确的表征方法应该是，当两曲线的峰值位置相近时，可根据直观的半高宽及峰高来比较曲线的分散度；而当峰值位置相差较远时，还需要考虑峰位置所对应的强度——简称峰位强度的作用。实际上如图 9 所示，B曲线的半高宽约为30kg/mm²，与A曲线半高宽42.5kg/mm²相比为小，但B曲线的半高宽与其峰位强度45.06kg/mm²相差很小，所以实质上其强度的分散性相当大。本文指出，用半高宽除以峰位强度所得值，可反映出与α相同的作用，即α值越小，该比值越大，强度的分散性越大。按图 9 所给出的参数，其半高宽与峰位强度的比值为：A曲线0.245，B曲线0.666，即B曲线具有更大的分散性，这与前述结论相同。

为进一步验证这一结论，本文采用另一组实验结果，其全部数据如表 3 所示，图10为其概率密度曲线，可见半高宽与峰位强度比值的大小，反映出与α具有相反的趋势。

表 3

工艺	α	β(kg/mm²)	半高宽	峰位强度	比值
未处理原纤维	4.73	222	126	211.1	0.597
丙酮—蒸馏水	5.05	190	100	189.9	0.549
真空烧胶	5.5	173	84	166.8	0.504

五、结　　论

1．要全面表征纤维及复合材料的强度指标，必须同时考虑平均强度β及其反映强度分散性的形状参数α值的大小。

2．采用断裂概率密度曲线可直观地反映出强度及分散性两个指标。当峰位强度相近时，曲线半高宽越小，则强度的分散性越小，峰位强度越大则平均强度越大；当峰位强度相差较远时，可用（曲线半高宽）÷（峰位强度）的值来表征，该比值越大则分散性越大，反映了与α具有相同的作用。

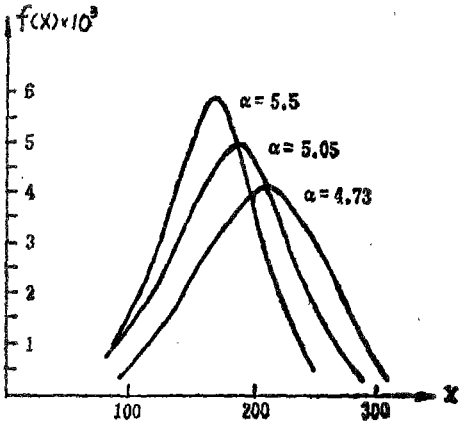


图10　不同工艺处理的纤维其概率密度曲线的比较

3．标距对脆性材料的强度影响很大。纤维强度随标距的增大呈指数为负值、绝对值小于1的幂函数下降关系。

参 考 文 献

1 前川善一郎，日本复合材料学会志，Vol.10 No.1(1984)，P.2.

2 S.D.Dubey, Technometcics, Vol.9, (1967), P.119.

3 Milton Abramowith, et al, "Handlook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables, (1964).

4 Pei Chi chou, ICCM2, (1978),P.240.

5 W.J.Park.J.Composite Materials.Vol.13, (July1979)P.219.

6 ASTM STP460(1969)P.481.

by hot-pressing the Cu-coated carbon fiber were studied.

Results obtained in this study are as follows:

(1) The average linear thermal expansion coefficient (ALTEC) of the CF/Cu composite in the temperature range from room temperature to 300℃ decreases with increasing the percentage of CF volume (V_f) and can be adjusted by varing the V_f to the range from 4.5×10^{-6} to 12.5×10^{-6}/℃. The ALTEC of the unidirectional CF/Cu composite in the CF axial direction can be described by the formula proposed by Schapery in the light of the energy principles when the V_f is over about 20% (vol). For the random CF/Cu composite, its properties are isotropic in two dimensions although the properties of CF are anisotropic. Based on several hypotheses, we have designed the schematic system of composite and the model of thermal expansion of CF/Cu composite, cited the Schapery's formulae and other concepts, and obtained the formula describing thermal expansion coefficient of the random CF/Cu composite. The results show that the measured values agree with the calculated values in general.

(2) The resistivity (ρ_C) of CF/Cu composite increases with the increase of V_f, but the increasing rates of ρ_C are different between unidirectional and random composites because of the difference of fiber arrangements. The relation of ρ_C to V_f in unidirectional composite conformed with that predicted by the Rule of Mixture (ROM), but the values of random CF/Cu composite are larger than those predicted by ROM.

A STATISTICAL STUDY OF THE STRENGTH OF CARBON FIBRE AND C/AL COMPOSITES

Gu Jian, Han Guihuan, Sui Quanwu and Yao Zhongkai

Department of Metals and Technology

Harbin Institute of Technology, Harbin, China

(Received October 4, 1987)

ABSTRACT

This paper shows that only usingthe average strength itself is not enough to express the strength of fibres and composites and that the parameters which represent the distributive state of the strength should also be considered. By calculating their strength on Weibull theory, the quality of a great varie-

ty of carbon fibres and C/Al composite wires can be compared. The empiric formula obtained from research shows that when the dispersion degree of the strength is determined by the probability density, the strength can be estimated by the ratio of the curve wide on the half height of the peak to the peak position strength. This paper also shows that the strength of fibres dereases with the increase of the gague length, and their relation is decided by the negative power function in which the absolute value of the index is less than 1, butis not a linear function as was reported in reference[5].

FABRICATING CARBON FIBER REINFORCED COPPER MATRIX COMPOSITES BY COLD PRESSING-SINTERING

Can YongXue Chen Biankun and Wu Yunshu

Department of Materials Science and Engineering, Beijing Institute of Aeronauics and Astronautics Beijing 100083, China

(Received July 22, 1987)

ABSTRACT

A technique of making discontinous carbon fiber reinforced copper matrix composites was studied. The C-Cu composites with carbon fiber volume content ranging from 10% to 40% were made by cold pressing followed by sintering—a method of powder metallurgy. With a factorial experiment, the effect of some factors on the process of making C-Cu composites was discussed. It has been found that the Sintering temperature is an important factor and the addition of Sn to the matrix has good effect on the properties of the composites, due to the liquid phase type sintering. The optimum condition is as follows: $V_f=10-30\%$, $P=3$ ton per cm^2, $T=950℃$, $Sn=5\%$. It is difficult to make high carbon fiber volume content and dense C-Cu composites, if only using the cold pressing—sintering method. Finally, it was proposed how to promote the properties of C-Cu composites by the use of some post processes.