第8卷 第2期
1991年 4月

复合材料学报
ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA

Vol.8 No.2
April 1991

弹脆性损伤理论与破坏过程的计算机模拟

沈为 彭立华 樊建平 方明

华中理工大学力学系，武汉430074

沈真 唐啸东

飞机结构强度研究所，西安727100

摘要：本文提出了一种增量形式的受损弹脆性材料的本构关系，此关系考虑了材料与损伤两者的各向异性。而且，导出了损伤模量、有效弹性模量以及动态弹性模量等张量表达式。根据本文提出的理论和方法，给出了考虑局部损伤的结构有限元方法，并应用于模拟复合材料板的损伤一破坏过程。最后，受拉伸的带中心圆孔的玻璃纤维布／环氧树脂复合材料板损伤过程的计算结果用等损伤线图形显示出来。

关键词：弹脆性材料，损伤模量，有效弹性张量

一、引 言

先进的复合材料等固体材料的力学性能（包括刚度、强度等）往往是各向导性的。设这种材料在受载过程中塑性变形较小而加以忽略，但容易发生诸如基体微裂纹、纤维断裂和界面脱胶等损伤。这些损伤往往是随机的和大量的，同时具有局部性和各向异性。因而，它是引起材料应力一应变关系非线性的主要原因，可称为弹脆性损伤。虽然不计及塑性变形，损伤的起始、发展直至破坏全过程的研究仍然是十分复杂和困难的。许多学者发现，损伤一破坏过程伴随着应力应变场的变化、材料弹性场的变化以及剩余强度的变化等。因此，损伤机理的研究、本构模型与强度准则的建立以及结构局部损伤演变的测试和计算机模拟对于复合材料的设计与应用是至关重要的。

以连续损伤力学为基础的弹脆性损伤理论[1—17]，可以用来分析这类损伤一破坏过程。它的中心思想是在热力学分析和建立本构模型时引入损伤变量；通过损伤本构关系直接建立材料弹性、应变、应力与损伤之间的理论关系。这个关系的建立有可能更精确估计结构的弹性场、真实应力应变场及其演变。而且，可以用数值方法（包括有限元法）模拟各向异性固

本文1990年9月收到，是国家自然科学基金（1860314和1880302）资助的课题

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

体材料结构的损伤一破坏过程。

本文提出一种考虑各向异性损伤的增量形式的本构关系，结合作者们在文献〔11，15，17〕中的全量形式损伤本构关系，给出用于计算结构损伤一破坏过程分析的有限元法和实例。

二、基本方程

对于纯力学过程，材料的真实应变ε和表征损伤的连续性H是状态变量。它们都是对称的2阶张量。取自由能函数

$$\phi=\frac{1}{2\rho}\tilde{E}_{ijmn}\varepsilon_{ij}\varepsilon_{mn} \tag{1}$$

式中，ρ是材料密度；$\tilde{E}$（H）是有效弹性张量，它与损伤相关。根据全量形式的弹脆性损伤理论[17]，满足对称性要求，$\tilde{E}$可取下列表达形式：

$$\tilde{E}_{ijmn}=\frac{1}{4}(H_{ik}\delta_{ij}+\delta_{ik}H_{ij})(H_{mo}\delta_{pn}+\delta_{mo}H_{pn})E_{klop} \tag{2}$$

式中，E是无损材料弹性张量，H是引进的2阶张量，称为连续性张量。若连续性张量H与损伤变量张量D之间假设存在如下关系：

$$H_{if}H_{fj}=\delta_{ij}-D_{ij} \tag{3}$$

这里，δ—Kronecker张量。若损伤主轴和材料主轴一致，则连续性主H_f值和损伤变量主值D_i的关系为：

$$H_i^2=1-D_i \qquad (i=1,2,3,)$$

且

$$D_i=1-\frac{\tilde{E}_i}{E_i} \qquad (\text{对i不求和})$$

式中，E_i和$\tilde{E}_i$分别是各向异性材料无损杨氏模量和有效杨氏模量。从理论上说，$H_i=1$（或$D_i=0$）相当于无损情况；破坏时有$H_i=0$（或$D_i=1$）。

受损材料的应力应变关系可由下列正交关系求出：

$$\sigma_{ij}=\rho\frac{\partial\Phi}{\partial\varepsilon_{ij}}=\tilde{E}_{ijmn}\varepsilon_{nn} \tag{4'}$$

或

$$\sigma_{ij}=\frac{1}{4}(H_{ik}\delta_{lj}+\delta_{ik}H_{lj})(H_{mo}\delta_{pn}+\delta_{mo}H_{pn})E_{klop}\varepsilon_{mn} \tag{4}$$

还可以导出增量形式的应力应变关系：

$$d\sigma_{ij}=\rho\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varepsilon_{ij}\partial\varepsilon_{mn}}d\varepsilon_{mn}+\rho\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varepsilon_{ij}\partial H_{mn}}dH_{mn}=\tilde{E}_{ijmn}d\varepsilon_{mn}+R_{ijmn}dH_{mn} \tag{5}$$

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

式中，有效弹性张量$\bar{E}$由（2）式有

$$\bar{E}_{ijmn}=\frac{1}{4}(H_{ik}H_{mo}E_{kjon}+H_{lj}H_{mo}E_{ilon}+H_{ik}H_{pn}E_{kjon}+H_{lj}H_{pn}E_{ilon}) \tag{6}$$

R_{ijmn}可称为损伤模量张量，反映连续性增量对应力增量的贡献，且有

$$R_{ijmn}=\frac{1}{4}[H_{ik}(\delta_{im}\delta_{on}\delta_{ij}\delta_{ps}+\delta_{pm}\delta_{ns}\delta_{ij}\delta_{ro})+H_{ro}(\delta_{im}\delta_{kn}\delta_{ij}\delta_{ps}+\delta_{lm}\delta_{jn}\delta_{ik}\delta_{ps})+H_{ps}(\delta_{im}\delta_{kn}\delta_{lj}\delta_{ro}+\delta_{lm}\delta_{jn}\delta_{ik}\delta_{ro})+H_{lj}(\delta_{rm}\delta_{on}\delta_{ik}\delta_{ps}+\delta_{pn}\delta_{sn}\delta_{ik}\delta_{ro})]E_{klop}\varepsilon_{rs} \tag{7}$$

若引进4阶张量T_{ijmn}使

$$R_{ijmn}dH_{mn}=T_{ijmn}d\varepsilon_{mn}$$

代入（5）式，增量形式应力应变关系简化为

$$d\sigma_{ij}=C_{ijmn}d\varepsilon_{mn} \tag{8}$$

式中，动态弹性张量　　$C_{ijmn}=\bar{E}_{ijmn}+T_{ijmn}$

可称为切线模量张量。$\bar{E}$也可称为割线模量张量。

三、　损伤模量与有效弹性张量

（7）式表示的损伤模量张量R不难求出。对于平面应变问题，可采用voigt符号表示为：

$$R_{11}=2E_{11}H_1\varepsilon_1+E_{12}H_2\varepsilon_2+\frac{1}{2}(E_{11}+E_{12}+E_{66})H_6\varepsilon_6$$

$$R_{22}=E_{12}H_1\varepsilon_1+2E_{22}H_2\varepsilon_2+\frac{1}{2}(E_{22}+E_{12}+E_{66})H_6\varepsilon_6$$

$$R_{66}=[\frac{1}{2}(E_{11}+E_{12})H_1+\frac{1}{4}E_{66}(H_1+H_2)]\varepsilon_1+[\frac{1}{2}(E_{22}+E_{12})H_2+\frac{1}{4}E_{66}(H_1+H_2)]\varepsilon_2+\frac{3}{8}(E_{11}+E_{22}+2E_{12})\varepsilon_6 \tag{9}$$

$$R_{12}=E_{12}H_1\varepsilon_2+\frac{1}{2}E_{66}H_6\varepsilon_6 \qquad R_{21}=E_{12}H_2\varepsilon_1+\frac{1}{2}E_{66}H_6\varepsilon_6$$

$$R_{16}=E_{66}H_6(\varepsilon_1+\varepsilon_2)+[\frac{1}{2}(E_{11}+E_{12})H_1+\frac{1}{4}E_{66}(H_1+H_2)]\varepsilon_6$$

$$R_{61}=\frac{1}{2}(E_{11}+E_{12}+E_{66})H_6\varepsilon_1+\frac{1}{2}E_{66}H_6\varepsilon_2+\frac{1}{2}E_{66}(H_1+H_2)\varepsilon_6$$

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$R_{26}=E_{66}H_6(\varepsilon_1+\varepsilon_2)+[\frac{1}{2}(E_{22}+E_{12})H_2+\frac{1}{4}E_{66}(H_1+H_2)]\varepsilon_6$$

$$R_{62}=\frac{1}{2}(E_{22}+E_{12}+E_{66})H_6\varepsilon_2+\frac{1}{2}E_{66}H_6\varepsilon_1+\frac{1}{2}E_{66}(H_1+H_2)\varepsilon_6$$

注意到四阶张量R_{ijmn}仅要求前两个下标对称和后两个下标对称。因此，一般情况下，

$$R_{ij}\neq R_{ji} \qquad (当i\neq j时)$$

有效弹性张量$\tilde{E}$，用Voigt符号。由（6）式导出矩阵形式：

$$[\tilde{E}_{11}\quad \tilde{E}_{22}\quad \tilde{E}_{12}\quad \tilde{E}_{66}\quad \tilde{E}_{16}\quad \tilde{E}_{26}]^T=$$

$$\begin{pmatrix} H_2^1 & 0 & 0 & H_6^2 & 2H_1H_6 & 0 \\ 0 & H_2^2 & 0 & H_6^2 & 0 & 2H_2H_6 \\ 0 & 0 & H_1H_2 & H_6^2 & H_1H_6 & H_2H_6 \\ \frac{H_6^2}{4} & \frac{H_6^2}{4} & \frac{H_6^2}{2} & \frac{(H_1+H_2)^2}{4} & \frac{(H_1+H_2)H_6}{2} & \frac{(H_1H_2)H_6}{2} \\ \frac{H_1H_6}{2} & 0 & \frac{H_1H_6}{2} & \frac{(H_1+H_2)H_6}{2} & \frac{H_1^2+H_1H_2H+{}_6^2}{2} & \frac{H_6^2}{2} \\ 0 & \frac{H_2H_6}{2} & \frac{H_2H_6}{2} & \frac{(H_1+H_2)H_6}{2} & \frac{H_6^2}{2} & \frac{H_2^2+H_1H_2\ {}_6^2}{2} \end{pmatrix}$$

$$\times[Q_{11}\quad Q_{22}\quad Q_{12}\quad Q_{66}]^T \qquad (10)$$

于是增量型本构关系（5）式用Voigt符号表示为

$$d\sigma_i=\tilde{E}_{ij}de_j+R_{ij}dH_j \qquad (i,\ j=1,\ 2,\ 6) \qquad (11)$$

一般情况下，损伤是各向异性的，且损伤主轴与无损材料主轴并不一致。

在损伤主轴系，有$H_{12}=0$或$H_6=0$，因而，由（10）式可得连续性张量主值：

$$H_i=(\frac{\tilde{E}_{ii}}{E_{ii}})^{\frac{1}{2}} \qquad (对i不求和) \qquad (12)$$

或损伤变量张量主值

$$D_i=1-\frac{\tilde{E}_{ii}}{E_{ii}} \qquad (对i不求和) \qquad (13)$$

另外，$\tilde{E}_{ij}$之间还存在下列关系：

$$\tilde{E}_{12}=H_1H_2E_{12} \qquad \tilde{E}_{66}=\frac{1}{4}(H_1+H_2)^2E_{66} \qquad \tilde{E}_{16}=\frac{1}{2}(H_1^2+H_1H_2)E_{13}$$

$$\tilde{E}_{26}=\frac{1}{2}(H_2^2+H_1H_2)E_{26} \qquad (14)$$

还有，对于正交异性材料$E_{16}=E_{26}=0$，若损伤主轴与材料主轴一致，$\tilde{E}_{16}=\tilde{E}_{26}=0$，材

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

料仍保持正交异性材料。

四、动态弹性模量的确定

设动态弹性模量C仅是变形状态的函数而与过程无关，即C＝C（H或D，ε或σ）可以由材料试验决定。

增量形式的应力应变关系（8）式用Voigt符号可以表示为

$$d\sigma_i = C_{ij} d\varepsilon_j \qquad (i, j = 1, \cdots 6) \tag{15}$$

或

$$d\varepsilon_i = F_{ij} d\sigma_j \qquad (i, j = 1, \cdots 6) \tag{16}$$

式中，矩阵F_{ij}与C_{ij}是互逆的。

对正交异性复合材料板，可进行正轴与偏轴的拉伸试验，记录应力应变关系，按下式拟合F_{ij}各分量：

$$[F] = \begin{pmatrix} \alpha_{11}|\sigma_1|^{\beta_{11}} & \alpha_{12}|\sigma_1+\sigma_2|^{\beta_{12}} & \alpha_{16}|\sigma_1+\sigma_6|^{\beta_{16}} \\ \alpha_{12}|\sigma_1+\sigma_2|^{\beta_{12}} & \alpha_{22}|\sigma_2|^{\beta_{22}} & \alpha_{26}|\sigma_2+\sigma_6|^{\beta_{26}} \\ \alpha_{16}|\sigma_1+\sigma_6|^{\beta_{16}} & \alpha_{26}|\sigma_2+\sigma_6|^{\beta_{26}} & \alpha_{66}|\sigma_6|^{\beta_{66}} \end{pmatrix} \tag{17}$$

式中α_{ij}，β_{ij}（i，j=1，2，6）是材料参数。然后求得

$$[C] = [F]^{-1}$$

作为一种近似，记$C_i = C_{ij}$（若i=j=1，2，6），C_i可以取更为简单的形式

$$C_i = \begin{cases} E_i^0\left(1 - \dfrac{\varepsilon_i - \varepsilon_{ith}}{\varepsilon_{iu} - \varepsilon_{ith}}\right) & (\varepsilon_{ith} \leqslant \varepsilon_i \leqslant \varepsilon_{iu}) \\ \dfrac{\sigma_{im}}{\varepsilon_{iu} - \varepsilon_{if}} & (\varepsilon_{iu} \leqslant \varepsilon_i \leqslant \varepsilon_{if}) \end{cases} \tag{18}$$

$$(i = 1, 2, 6)$$

式中ε_{ith}是真实应变表示的损伤门槛值；σ_{im}是最大应力分量值；ε_{iu}是相应于σ_{im}的真实应变分量值；ε_{if}是简单加载下的断裂应变值。这些应力与应变分量的特征值可以由试验测得。顺便指出，在（8）式中，前者（$\varepsilon_{ith} < \varepsilon_i \leqslant \varepsilon_{iu}$）对应于$d\sigma_i \geqslant 0$；后者（$\varepsilon_{iu} < \varepsilon_i \leqslant \varepsilon_{if}$）对应于$d\sigma_i < 0$情况。

五、真实应变场的变化

结构损伤一破坏过程计算机模拟的第一步是计算真实应变场及其变化，即决定$\varepsilon_i = \varepsilon_i$（x，y，$\sigma^\infty$）。可以用考虑损伤的有限元法解决这个问题。方法叙述如下：

（A）材料无损时，用常规的有限元方计算结构的应变场与应力场，显然，这个应变场和应力场是随外载荷而单调线性变化的。

（B）损伤起始的确定可用准则：只要有某单元（甚至单元的某高斯点）的一个应变分量ε_i

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

超过相应的损伤门槛值ε_{ith}。即

$$\varepsilon_i > \varepsilon_{ith} \tag{19}$$

损伤便起始。

(C) 损伤起始后，改用增量形式的单元平衡方程

$$\{\triangle p\} = [k_d]\{\triangle\delta\} \tag{20}$$

式中，$\{\triangle p\}$是单元等效节点力增量；$\{\triangle\delta\}$是节点位移增量；$[k_d]$是单元刚度矩阵。对于受损单元，$[k_d]$取决于C_{ij}。由于C_{ij}与坐标有关，因而$[k_d]$也与坐标有关，从而反映了材料损伤造成的非均匀性。

受损结构的增量形式总体平衡方程为

$$\{\triangle P\} = [k_d]\{\triangle\delta_t\} \tag{21}$$

式中，$\{\triangle P\}$是结构外载荷增量；$\{\triangle\delta_t\}$是所有的节点位移增量；$[k_d]$是结构的有效（受损）刚度矩阵。

(D) 在个别或局部单元满足（19）式后，对结构每给出一外载荷增量$\{\triangle P\}_{k+1}$。增载后的真实位移场和真实应变场分别为

$$\{u\}_{k+1} = \{u\}_k + \{\triangle u\}_{k+1} \quad 和 \quad \{\varepsilon\}_{k+1} = \{\varepsilon\}_k + \{\triangle\varepsilon\}_{k+1} \tag{22}$$

这个计算可以一步步进行，以得到真实应变场的变化。

六、损伤场及其演变

在获得真实应变场及其变化的计算结果后，可根据全量形式的弹脆性损伤理论[11,15,17]，计算连续性张量H场和损伤变量张量D场及其变化。对于二维复合材料板，可以根据实应变与虚应变张量分量由下式决定连续性张量H分量[17]

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}(H_{im}\delta_{nj} + \delta_{im}H_n)\varepsilon_{mn} \tag{23}$$

经过适当的推导可得到用Voigt符号表示的直接计算H各分量的矩阵表达式：

$$[H_1 \quad H_2 \quad H_6]^T = \frac{1}{|\varepsilon|}\begin{pmatrix} (\varepsilon_1+\varepsilon_2)\varepsilon_2 - \frac{1}{4}\varepsilon_6^2 & \frac{1}{4}\varepsilon_6^2 & -\frac{1}{2}\varepsilon_2\varepsilon_6 \\ \frac{1}{4}\varepsilon_6^2 & (\varepsilon_1+\varepsilon_2)\varepsilon_1 - \frac{1}{4}\varepsilon_6^2 & -\frac{1}{2}\varepsilon_1\varepsilon_6 \\ -\frac{1}{2}\varepsilon_2\varepsilon_6 & -\frac{1}{2}\varepsilon_1\varepsilon_6 & \varepsilon_1\varepsilon_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \tilde{\varepsilon}_1 \\ \tilde{\varepsilon}_2 \\ \tilde{\varepsilon}_6 \end{pmatrix} \tag{24}$$

式中，行列式

$$|\varepsilon| = (\varepsilon_1+\varepsilon_2)(\varepsilon_1\varepsilon_2 - \frac{1}{4}\varepsilon_6^2) \tag{25}$$

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

且

$$[H_1H_2H_6]=[H_{11}H_{22}H_{12}]$$

还有，由（3）式

$$D_{ij}=\delta_{ij}-H_{if}H_{fj} \tag{26}$$

由（24）式可知，在计算损伤场变化时需要计算等价无损状态材料的虚应变场及其变化 $\tilde{\varepsilon}_i=\tilde{\varepsilon}_i(x, y, \sigma^\infty)$。虚应变分量$\tilde{\varepsilon}_i$可以近似根据能量等效性假设计算。由受损材料与无损材料弹性能等效假设，

$$\frac{1}{2}\sigma_i\varepsilon_i=\frac{1}{2}E_i^0\tilde{\varepsilon}_i^2$$

近似取

$$\tilde{\varepsilon}_i=\pm\left(\frac{\sigma_i\varepsilon_i}{E_i^0}\right)^{1/2} \quad (\text{对i不求和}) \tag{27}$$

式中，E_i^0是无损材料弹性系数；$\sigma_i=\tilde{E}_i\varepsilon_i$（对i不求和）。根据增量形式应力应变关系一步步累积求出

$$(\sigma_i)_K=E_i^0\varepsilon_{ith}+\sum_K(C_i)_k(\Delta\varepsilon_i)_k \quad (\text{对i不求和}) \tag{28}$$

最后，将（22）式算出的真实应变场$\varepsilon_i(x, y, \sigma^\infty)$和（27）式算出的虚应变场$\tilde{\varepsilon}_i(x, y, \sigma^\infty)$代入（24）和（26）式计算出主损伤场$D_i(x, y, \sigma^\infty)$，由这个计算结果，可以清楚地说明结构的损伤一破坏过程。

七、实　例

计算受正拉伸的具有中心圆孔（直径 2mm）的玻璃纤维布/环氧树脂复合材料板的损伤一破坏过程。由于对称性，计算仅取右半部进行。有限元计算中，采用三角形单元，单元数=212，结点数=133，取远处拉伸应力初始值$\sigma_1^\infty=0.00388$GPa，每次加载增量$\Delta\sigma^\infty=0.00388$（GPa）。通过一步步计算可得到整个损伤一破坏过程的一整套等损伤主值D_i线。其中$\sigma_k^\infty=0.00766$，0.01552，0.03492，0.04268（GPa）四种载荷下（相应于k=2,4,9,11）的等损伤主值D_1线如图1—4。图1近似表征损伤从孔边开始，等损伤边界为三角形，$D_1=0.05$，这与实验结果是一致的。图2和图3显示，随外载荷σ^∞增加，损伤区由孔边向材料内部逐步加大；损伤区内各处的损伤程度也逐渐加强（由D_1值增加表征）。图4表示$\sigma_{11}^\infty=0.04268$GPa时的等损伤线，靠近孔边的等损伤三角形$D_1=0.95$，它与孔边之间的材料已经完全破坏。

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

参 考 文 献

〔1〕D.Krajcinovic et al., The Continuous Damage Theory of Materials-Part I, J.Appl. P.,48, 809-815 (1981)

〔2〕P.Ladeveze et al., Damage and Fracture of Tridirectional Composite, Proc.ICCM IV,619-648 (1982)

〔3〕W.Shen et al., A Crack-Damage Mechanics Model for Composite Laminate, Eng. Fracture Mech., Vol.16, 1109-1120 (1985)

〔4〕R.Talreja, A Continuum Mechanics Characterization of Damage in Composite Material Proc.R.Soc, Lond A339, 195-216 (1985)

〔5〕沈为等，各向异性损伤理论及其在复合材料中的应用，复合材料学报，2卷4期，15-20(1985)

〔6〕肖忠芬等，单轴拉伸下碳纤维增强复合材料板的临界损伤，应用力学学报，2卷1期，111-116 (1985)

〔7〕L.H.Peng,The Damage Evolution Process of Orthotropic Notcched Laminar of Fiber Reinforced Composite, J.R.P.C, 226-239 (1985)

〔8〕W.Shen et al, An Anisotropic Damage Model for Anisotropic Material,Proc.,ISCMS (Beijing), 549-555 (1986)

〔9〕L.H.Peng, Anisotropic Damage of Orthotropic Fiber-Reinorfced Composite Plate,Proc, ISCMS (Beijing), 530-536 (1986)

〔10〕Z.Shen et al, Experimental Study on Damage Mechanics of Composite-Laminates—Damage Strain Energy Release Rate Failure Criterion, Proc., ISCMS (Beijing), 817-824(1986)

〔11〕W.Shen et al, Generalized Elastic Damage Theory and its Application to Composite Plate, Eng. Fracture Mech., Vol.28, 403-412 (1987)

〔12〕沈真等，复合材料层板损伤力学的实验研究，损伤能释放率破坏判据，航空学报，8卷7期412-416 (1987) Eng.Frac. Mech., Vol.33, No. 2, 273-28(1986)

〔13〕沈为等，弹性能损伤耗散率，第五届全国断裂会议文集，第一册，21—26 (1988)

〔14〕沈真等，复合材料损伤破坏判据适用性的实验研究，航空学报，9卷2期，B87—90 (1988)

〔15〕W.Shen et al, Elastic Damage and Energy Dissipation in Anistropic Solid Material, Eng, Frac.Mech., 33, 273-281(1989)

〔16〕彭立华等，云纹干涉法确定复合材料板中心圆孔附近的刚度退化及能量耗散，第六届全国实验力学会议文集（二），954—957 (1989)

〔17〕沈为，弹脆性材料的损伤本构关系及应用，力学学报（待发表） (1991)

附图

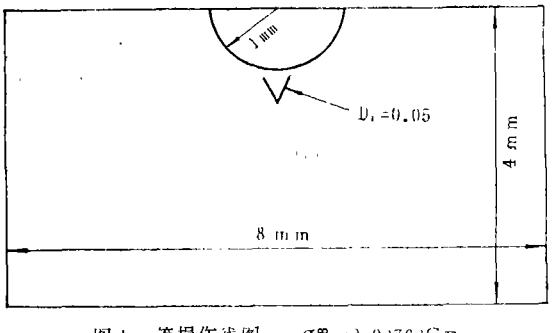

图1 等损伤线图 $\sigma_k^\infty=0.00765GPa$

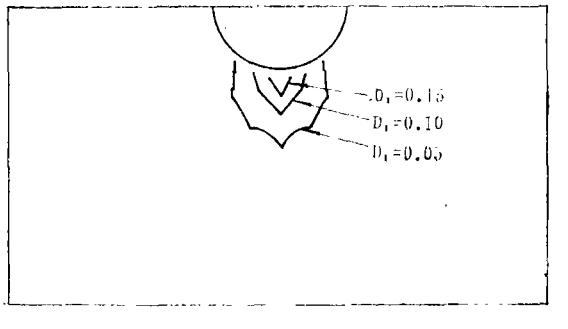

图2 等损伤线图 $\sigma_k^\infty=0.01552GPa$

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

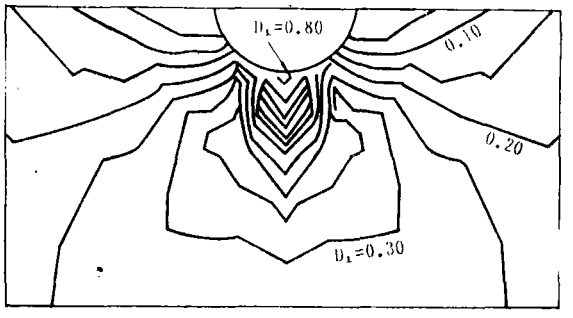

图 3　等损伤线图　σ_k^{∞}=0.03492GPa

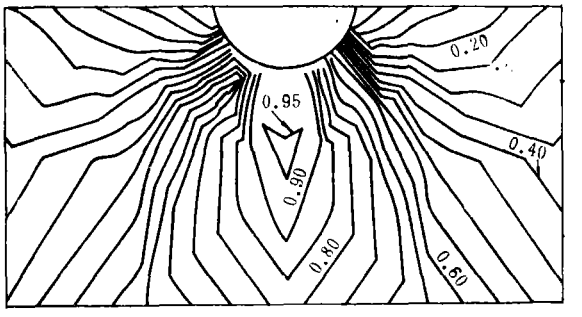

图 4　等损伤线图　σ_k^{s}=0.04268GPa

AN ELASTO-BRITTLE DAMAGE THEORY AND COMPUTER-SIMULATION FOR DAMAGE-FAILURE PROCESS

Shon Wei, Peng Lihua Fan Janping and Fang Ming

Huazhong University of Science and Technology

Shen Zeng and Tang Xiaodong

Aircraft Structural Strength Research Institute

ABSTRACT

A damaged elasto-brittle material constitutive relation in incremental form which consideres anisotropy of both material and damage is presented in this paper. The formula calculating the tensors (including the damage modulus, the effective elastic modulus and the kinetic elastic modulus as well) are also derived. And based on this elasto-brittle damage theory and method, the structural finite element procedure taking local damage into account and its application to simulate damage-failure process of composite plate has been given. Finally the calculating results of the damage process of a glass-fiber woven/epoxy composite plate with a central holl under tensile loading have been shown in the form of equi-damage lines and their change.

Key words: elasto-brittle damage, damage modulus, effective elastic modulus

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net