第9卷 第4期 复合材料学报 Vol.9 No.4
1992年 10月 ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA October 1992

复合材料非线性本构关系的机算机模拟

杨庆生 陈浩然 唐立民

大连理工大学工程力学所（大连116024）

摘要 本文对单向连续纤维增强复合材料的弹塑性本构关系进行了数值模拟。首先提出了基于统一弹粘塑性本构理论的有限元法，然后利用微观力学模型研究了弹性纤维增强弹粘塑性基体的复合材料应力—应变关系。

关键词 本构关系，弹塑性，有限元法，数值模拟。

1 前言

在过去的二十多年内，复合材料的线性弹性行为的研究已经取得了很大进展。随着复合材料应用领域的日益扩大，各种新型的复合材料不断出现，其中有些复合材料表现出较强的非线性性能，如弹塑性、率相关、温度相关等。另外，恶劣的工作环境如高温、高应变率、部分损伤等，也会引发非线性。显然，线性弹性模型和方法已经不能真实描述其性质。

复合材料的非线性行为可分为物理非线性和几何非线性两类。本文研究小变形下的物理非线性问题。复合材料的非线性本构关系与其组分材料的性质密切相关。在纤维增强复合材料中，普通的纤维如碳纤维、玻璃、开芙拉等可近似地认为是线弹性的，其中有些纤维是各向异性的。大多数金属基体是弹塑性的或弹粘塑性的，某些非金属基体在某些条件下（如高温），也表现出非线性行为。在本文中，假设纤维是各向异性的弹性体，基体是弹粘塑性的各向同性体。

2 统一的弹粘塑性本构理论

Bodner和Partom提出了弹粘塑性应变硬化材料的统一本构理论[1]。将总应变率分解为弹性和非弹性两部分；其中非弹性应变率由状态变量表示：

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{P}=\frac{D_0}{\sqrt{J_2}}\exp\left[-\frac{n+1}{2n}\left(\frac{Z}{3J_2}\right)^{n}\right]s_{ij} \tag{1}$$

第三届中国青年材料科学研讨会论文

其中s_{ij}为应力偏量，J_2为应力偏量的第二不变量，Z为状态变量，在各向同性应变硬化状态下，Z的表达式可写为：

$$Z=Z_1+(Z_0-Z_1)\exp(-mW_p/Z_0) \tag{2}$$

其中材料常数可由实验确定[5]。

3 基于统一本构理论的有限元法

由率型虚功原理，可得到下列有限元平衡方程：

$$K\dot{u}=\dot{F}+\dot{Q} \tag{3}$$

其中K为弹性刚度阵，$\dot{F}$为外力率向量。$\dot{Q}$为塑性力率向量：

$$\dot{Q}=\int_V B^T D\dot{\varepsilon}^p dv \tag{4}$$

数值积分采用自动选择时间步长的一阶预测——校正法[3]。在给定的时间段上一步一步地积分，可求得相应的应变和应力。

4 复合材料的本构模型与数值例题

在本文研究的单向连续纤维增强复合材料中，假设纤维是线性弹性材料，可以是各向异性；基体是由上述统一本构方程描述的各向同性弹粘塑性材料。采用同心圆柱复合模型，亦即纤维周围包围着一层均匀厚度的基体，其界面的结合是完好的。

利用轴对称有限元法，采用三角形常应变单元（如图1所示），分别施加两种边界条件，一种使圆柱体内产生单向拉压应力状态，另一种使圆柱体产生轴向剪切变形的应力状态。在每一个外载增量步上，计算出纤维与基体内的应力和应变分布，再通过体积平均的方法，得到全域上的平均应力和平均应变。当外载由零增加到某一指定值时，则得到复合材料在这个区间上的应力——应变关系。

表1是Boron/Aluminum复合材料的材料特性，在这里，纤维体分比取为$v_f=0.24$，外载的加载速度设计为$\dot{\varepsilon}=0.01/sec$。图2和图3分别是轴向拉压和轴向剪切的应力——应变关系曲线。其中图2中的虚线是由等应变模型计算的结果[4]，可以看出，有限元法与等应变模型的计算结果非常接近。图3中的虚线是由等应力模型计算的结果[4]，从这个比较中，可以得出结论，在剪切变形时，使用等应力模型计算的剪切模量偏低。另外，用有限元法得到的剪切应力——应变关系曲线较为光滑，而等应力模型的曲线存在一个明显的屈服点。这个差别主要在于两种方法对于基体进入塑性变形的方式不同。

表1　B/Al的组分材料常数

	E(GPa)	μ	$D_0(sec^{-1})$	Z_0(MPa)	Z_1(MPa)	m	n
Boron	400	0.2	—	—	—	—	—
Al	72.5	0.33	10^4	100	190	70	10

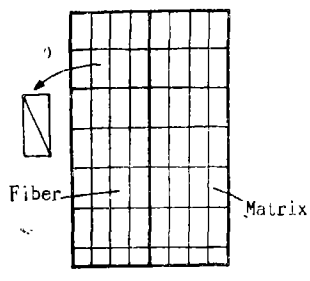
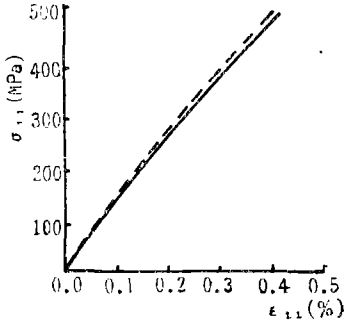
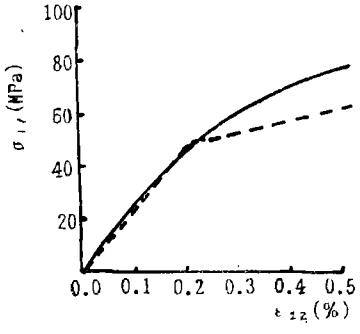


图1　同心圆柱复合型



$V_f=0.24$　$\dot{\varepsilon}=0.01/sec$

图2　B/Al的轴向应力—应变关系曲线



$V_f=0.24$　$\dot{\varepsilon}=0.01/sec$

图3　B/Al的轴向剪切应力—应变曲线

5　结论

复合材料的弹塑性本构关系已经用有限元法进行了数值模拟，这一方法可以考虑不同温度，不同应变率以及基体材料各向异性硬化、内部损伤的影响。特别是对于研究短纤维复合材料的弹塑性本构关系提供了有效的方法。

参 考 文 献

1 Bodner & Partom. Constitutive Equations for Elastic-Viscoplastic Strain-Hardening Materials. J A M. June, 1975

2 Bodner S R. Review of Unified Elastic-Viscoplastic Theory, in Unified Constitutive Equations for Plastic — Deformation and Creep of Engineering Alloys, A.K.Miller (Ed.), 1986

3 Kumar V, Marjaria M, Mukherjee S. Numerical Integration of Some Stiff Constitutive Models of Inelastic Deformation, Trans. ASME. 1980, 102: 92

4 杨庆生，陈浩然.复合材料弹塑性本构关系的预测.第七届全国复合材料学术会议文集.1992，大连

THE MODELING OF NONLINEAR CONSTITUTIVE RELATIONS FOR COMPOSITES

Yang Qingsheng Chen Haoran Tang Limin

(Research Institute of Engineering Mechanics
Dalian University of Technology)

Abstract In the paper the elastoplastic constitutive relations of unidirectional fiber reinforced composite materials were modeled numerically. The finite element method based on elastic-viscoplastic constitutive theories was presented, then the micromechanics model was used to study the nonlinear stress-strain relations of composites of which the elastic-viscoplastic matrix is reinforced by the elastic fibers.

Key words constitutive relation, elastoplasticity, finite element method, numerical modeling