第 12 卷 第 1 期 复 合 材 料 学 报 Vol. 12 No. 1
1995 年 2 月 ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA Feb. 1995

# 纤维铝合金胶接层板残余应力分布

顾志芬 崔德渝 仲伟虹 李宏运 胡宏军 郑瑞琪
(北京航空航天大学 100083) (北京航空材料研究所 100095)

**摘 要** 本文采用准三维有限元方法，计算对称铺设混杂复合层板在固化时产生的残余应力。给出了芳纶纤维/树脂-铝合金层板，在自由状态和施加预应力情况下的残余应力计算值，以及不同温度变化下残余应力计算值。本文还给出铝合金-玻璃纤维/树脂-芳纶纤维/树脂层板，在自由状态下固化时的残余应力值。某些计算结果与应变片包埋法实验测得的层板残余应力值十分吻合，表明了计算方法的正确性。用准三维有限元分析残余应力的方法，为设计和制造出满足最佳力学性能要求的层板提供了有价值的参考。

**关键词** 残余应力，热膨胀系数，纤维增强复合材料，准三维有限元

## 1 引 言

新型的层间混杂复合材料层板具有良好的抗疲劳性能、损伤容限、阻尼特性和轻质高强特性，已引起各国航空航天界和材料部门的极大关注。由于各个铺层材料的热膨胀系数有差别，在层板固化降温过程中将产生较大的层间残余应力，有时导致受压层纤维处于不利的压缩状态，影响了层板特性的发挥。因此解决好层间残余应力问题是制造混杂复合层板的技术关键之一。为此，选择合适的残余应力计算方法，准确地计算残余应力，分析残余应力的变化规律具有重要的学术意义和实用价值。

残余应力是在复合层板固化过程中形成的。在固化过程的升温阶段，产生凝胶之前，由于层合板中树脂的流动性较好，不产生残余应力。但在固化过程的降温阶段，各种不同材料层将固化成一个整体，由于各铺层材料热膨胀系数的差异，在满足各层间变形协调的同时，产生了自身平衡的残余应力系。为满足平面剪切变形一致和平衡时，出现了层间剪应力；为满足法向变形和平衡时，出现了层间正应力，从这个观点分析，残余应力是自身平衡的三维应力系。

本文采用准三维有限元方法计算了两种对称铺设混杂复合层板在自由状态下和施加预应力状态下的残余应力。对于残余应力的测量可采用电测法和激光拉曼光谱技术[5]等。本文采用应变片包埋的电测法进行实验测定。有限元计算结果所得的残余应力 $\sigma_{xx}$ 与实验值十分吻合，证明所用方法的正确性。本文还计算了不同温度变化条件下，以及不同预应力条件下残余应力的变化规律，为选择残余应力最佳状态提供了依据。

本文于 1993 年 8 月 24 日收到。国家自然科学基金资助项目

## 2 残余应力计算及准三维有限元法

本文采用准三维有限元法[1]计算残余应力。准三维有限元法是计算在均匀轴向应变作用下，对称层板的应力分布。该均匀轴向应变是由于机械载荷或温度、湿度效应引起的(图 1)。下面分别介绍均匀轴向应变的计算及准三维有限元方法。

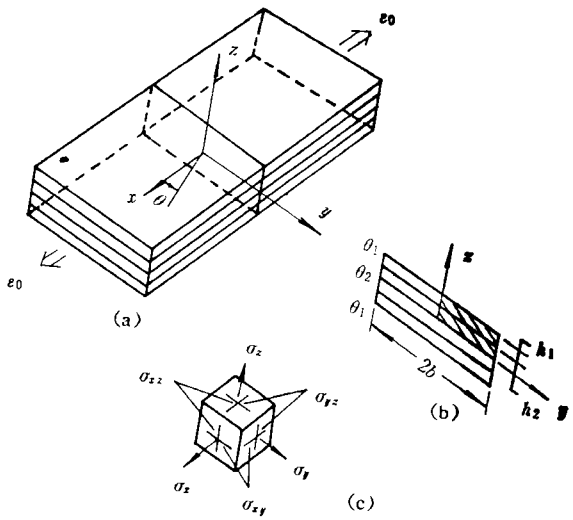


图 1 承受均匀轴向应变的对称层板

### 2.1 均匀轴向应变的计算

根据经典层合板理论，在考虑温度、湿度效应的情况下，层板的本构关系为[2]

$$\begin{Bmatrix} N \\ \cdots \\ M \end{Bmatrix} = \left[\begin{array}{c:c} A & B \\ \hdashline C & D \end{array}\right] \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ \cdots \\ \chi \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N^T \\ \cdots \\ M^T \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N^H \\ \cdots \\ M^H \end{Bmatrix} \tag{1}$$

式中$\{N\}$、$\{M\}$分别为层板的内力及内力矩；$\{\varepsilon_0\}$、$\{\chi\}$为层板中面应变及曲率；$[A]$、$[B]$、$[D]$分别为层板的拉伸刚度矩阵、耦合刚度矩阵以及弯曲刚度矩阵；$\{N^T\}$、$\{M^T\}$为与温度变化有关的载荷项；$\{N^H\}$、$\{M^H\}$为与湿度变化有关的载荷项。对于对称层合板，其耦合刚度矩阵中元素 $B_{ij}=0$，又因本文主要考虑机械载荷及温度变化的情况，则式(1)可简化为

$$\begin{aligned} \{N\} &= [A]\{\varepsilon_0\} - \{N^T\} \\ \{M\} &= [D]\{\chi\} - \{M_T\} \end{aligned} \tag{2}$$

由式(2)得层板中面应力计算式

$$\{\varepsilon_0\} = [A]^{-1}(\{N\} - \{N^T\}) \tag{3}$$

式中

$$[A] = \sum_{k=1}^{n}\int_{z_{k-1}}^{z_k}[\overline{Q}]_k \mathrm{d}z;\ \{N^T\} = \sum_{k=1}^{n}\int_{z_{k-1}}^{z_k}[\overline{Q}]_k\{\alpha_x\}_k\Delta T\mathrm{d}z \tag{4}$$

其中 $k$ 为层号；$z_{k-1}$、$z_k$ 分别为 $k$ 层的上下表面至中面的 $z$ 坐标；$[\overline{Q}]_k$ 为第 $k$ 层材料偏轴刚度系数，$\{\alpha_x\}_k$ 为材料偏轴热膨胀系数；$\Delta T$ 为温度变化量；$n$ 为总层数。

### 2.2 准三维问题的有限元分析

对于承受均匀的轴向应力 $\varepsilon_0$(含温度效应)的复合层板(图 1)，其位移场可表达为以下的一般形式[1,3]

$$\begin{aligned} u_1(x, y, z) &= \varepsilon_0 x + U_1(y, z) \\ u_2(x, y, z) &= U_2(y, z) \\ u_3(x, y, z) &= U_3(y, z) \end{aligned} \tag{5}$$

式中 $\varepsilon_0$ 为均匀的轴向应变，$u_1$、$u_2$、$u_3$ 为层板内各点沿 $x$、$y$、$z$ 方向的位移；$U_1$、$U_2$、$U_3$ 为对应于 $u_1$、$u_2$、$u_3$ 的位移函数。上述位移场可以采用准三维有限元法进行分析[3]。本文选用每个结点具有三个自由度的二次等参元。对于每个等参单元，结点力和结点位移的关系可表达为

$$R_i - R_i^0 = K_{ij}\delta_j \qquad (i, j = 1, \cdots, 3N) \tag{6}$$

式中 $K_{ij}$ 为等参元刚度矩阵元素；$R_i$、$R_i^0$ 为结点力和残余结点力，$\delta_j$ 为结点位移，$N$ 为总结点数。

假设材料服从广义虎克定律，即

$$\sigma_i = C_{ij}(e_j - \alpha_j \Delta T) \qquad (i,\ j = 1,\ \cdots,\ 6) \tag{7}$$

则等参元的刚度矩阵和残余结点力可表达为

$$K_{ij} = \int_v (B_{im} D_{mn} B_{nj}) \mathrm{d}v \tag{8}$$

$$R_i^0 = \int_v (B_{im} D_{mn} e_n^* + B_{im} \sigma_n^*) \mathrm{d}v \tag{9}$$

$$(i,\ j = 1,\ \cdots,\ 3N;\ m,\ n = 1,\ \cdots,\ 5)$$

其中 $C_{ij}$ 为材料刚度矩阵元素；$\alpha_j$、$\Delta T$ 为材料的热膨胀系数及温度改变量；$B_{ij}$ 为应变-位移转换矩阵[$B$]的元素。

如果设 $h_i(i=1,\ \cdots,\ N)$ 表示 $N$ 结点等参元的形函数，则 $B$ 矩阵可写成以下形式：

$$B = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial h_1}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial h_2}{\partial y} & 0 & \cdots & 0 & \frac{\partial h_N}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial h_1}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial h_2}{\partial z} & \cdots & 0 & 0 & \frac{\partial h_N}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial h_1}{\partial z} & \frac{\partial h_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial h_2}{\partial z} & \frac{\partial h_2}{\partial y} & \cdots & 0 & \frac{\partial h_N}{\partial z} & \frac{\partial h_N}{\partial y} \\ \frac{\partial h_1}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial h_2}{\partial z} & 0 & 0 & \cdots & \frac{\partial h_N}{\partial z} & 0 & 0 \\ \frac{\partial h_1}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial h_2}{\partial y} & 0 & 0 & \cdots & \frac{\partial h_N}{\partial y} & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{10}$$

同时

$$\begin{aligned} D_{mn} &= C_{(m+1)(n+1)} \\ e_n^* &= -\alpha_{n+1} \Delta T \\ \sigma_n^* &= C_{1(n+1)}(\varepsilon_0 - \alpha_1 \Delta T) \qquad (m,\ n = 1,\ \cdots,\ 5) \end{aligned} \tag{11}$$

以及 $v$ 为沿等参元的积分域。

于是，残余的结点力可以根据均匀的轴向应变 $\varepsilon_0$ 和温度载荷 $\Delta T$ 进行计算。

进一步将单元的刚度矩阵及结点力向量组集成结构的刚度矩阵 $\boldsymbol{K}$ 和结点力列阵 $\boldsymbol{R}$，并形成有限位移法中待求解的基本方程

$$\boldsymbol{Kr} = \boldsymbol{R} \tag{12}$$

式中 $\boldsymbol{r}$ 为结构的结点位移列阵。

通过方程(12)的求解，各等参元的应变和应力值可以根据 $\boldsymbol{r}$ 来计算，即

$$\begin{aligned} e_1 &= \varepsilon_0 \\ e_{m+1} &= B_{mi}\delta_i \\ \sigma_1 &= C_{1k}(e_k - \alpha_k \Delta T) \\ \sigma_{m+1} &= D_{mn}(e_n^* + e_{n+1}) + \sigma_m^* \\ &(i = 1,\ \cdots,\ 3N;\ k = 1,\ \cdots,\ 6;\ m,\ n = 1,\ \cdots,\ 5) \end{aligned} \tag{13}$$

## 3 计算结果与分析

### 3.1 ARALL 层板残余应力分布

这是 铝/芳纶/铝/芳纶/铝 组成的对称层板。铝层与芳纶层厚度分别为 $t_1=0.3$mm，$t_2=0.2$mm。考虑到问题的对称性，仅研究图 1(b)阴影区所示的 1/4 层板截面，在这个区域中配置了有限元网格(图 2)。共选用 80 个单元，每个单元为 8 结点等参元，共 277 个结点，并令下列的边界条件得以满足

$$u_1(x,0,z)=u_2(x,0,z)=0$$
$$u_3(x,y,0)=0 \tag{14}$$

首先计算层板自由状态下，在固化降温的各个阶段的残余应力值。图 3 为对应于不同 $\Delta T$ 值，铝和芳纶层残余应力 $\sigma_{xx}$ 计算结果与包埋电测法所测 $\sigma_{xx}$ 的对照。由图 3 可见计算值与实验值十分吻合。

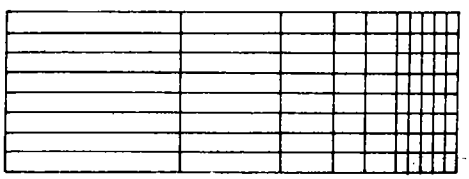

图 2 准三维有限元网格

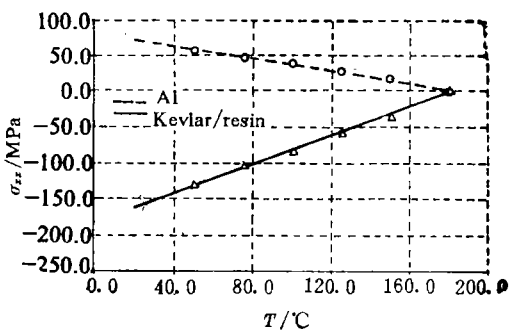


图 3 ARALL 层板残余应力 $\sigma_{xx}$ 与 $\Delta T$ 的函数关系

当温度变化为 $\Delta T=-160$K 时，计算 ARALL 层板处于自由状态($\sigma_{预}=0$)及在芳纶纤维上分别施加预应力为 $\sigma_{预}=441$MPa 及 775MPa 时的残余应力 $\sigma_{xx}$ 的计算值与应变片包埋法的实验值进行对比(图 4)，获得满意的结果一致性。当 $\sigma_{预}=0$ 时，层板的三维应力分布示于图 5～8。由图 7、8 可以看出，在层板的自由边缘附近，$\sigma_{yz}$、$\sigma_{zz}$ 达到较高的数值，并呈现类似奇异性的分布，而在边缘区域之外，$\sigma_{zz}$、$\sigma_{yz}$ 呈均匀分布。这些层间应力是导致层板边缘分层破坏的主要因素。

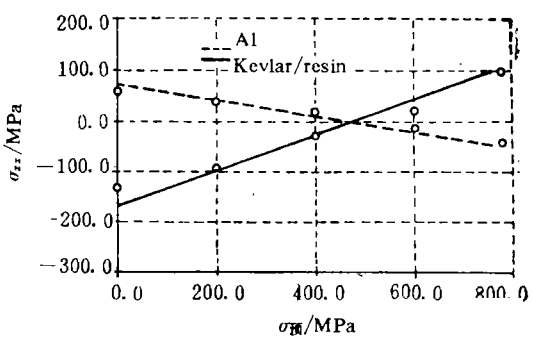


图 4 ARALL 层板残余应力 $\sigma_{xx}$ 与预应力的函数关系

在芳纶纤维上施加不同的预应力，各层中残余应力 $\sigma_{xx}$ 的分布亦将变化。随着预应力值的增大，芳纶层残余应力 $\sigma_{xx}$ 由较高的压应力值逐渐降低，直至变为拉应力；铝层的情况则相反，由受拉变为受压。这种变化对层板的疲劳性能有利。在图 9 中给出 $\sigma_{预}=775$MPa，$\Delta T=-160$K 时，ARALL 层板残余应力 $\sigma_{xx}$ 的分布情况。

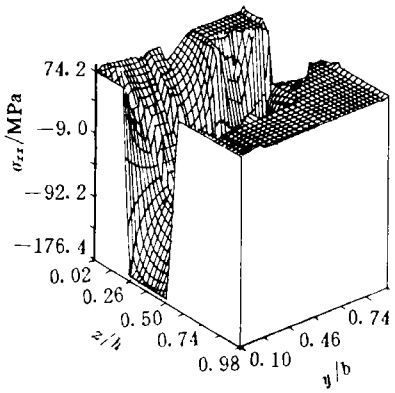


图 5　$\sigma_{预}=0$，$\Delta T=-160$K 时残余应力 $\sigma_{xx}$分布图

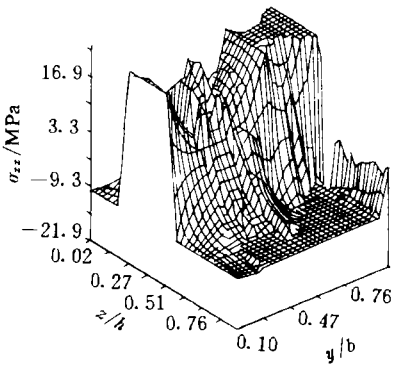


图 6　$\sigma_{预}=0$，$\Delta T=160$K 时残余应力 $\sigma_{yy}$分布图

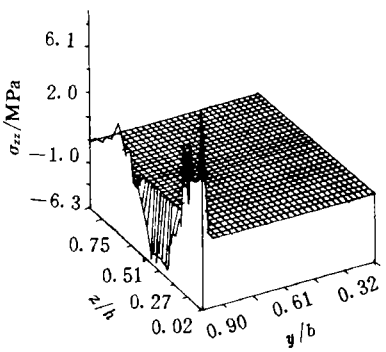


图 7　$\sigma_{预}=0$，$\Delta T=-160$K 时残余应力 $\sigma_{zz}$分布图

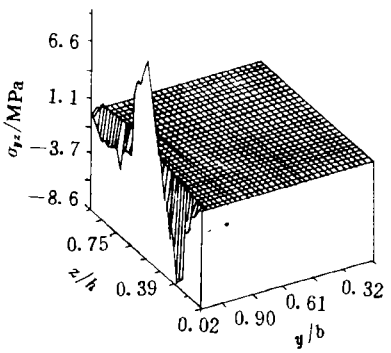


图 8　$\sigma_{预}=0$，$\Delta T=160$K 时残余应力 $\sigma_{yz}$分布图

### 3.2　Al/G/Ar/G/Al 层板残余应力分布

这是个在 ARALL 层板的铺层中加入了玻璃纤维/树脂层的层板，其中 G、Ar 分别代表玻璃纤维/树脂层和芳纶纤维/树脂层。Al、G、Ar 各层的热膨胀系数 $\alpha_1$ 是呈依次下降的趋势。G 成为连接沿纤维方向具有较高热膨胀系数的 Al 层和具有负膨胀系数的 Ar 层间的过渡层。采用这种层板的目的为以求改变残余应力沿厚度方向的急剧变化。所选层板中 Al、G、Ar 层的厚度分别为 0.3、0.15 和 0.2 mm，计算的残余应力 $\sigma_{xx}$值见图 10。图 10 中 $\sigma_{xx}$较之与图 5 中 $\sigma_{xx}$呈现较为和缓的梯度分布，并且芳纶层所承受的压应力有所降低。计算结果亦表明残余应力 $\sigma_{yy}$、$\sigma_{zz}$、$\sigma_{yz}$的分布形式与相应的 ARALL 层板相应值相比，亦有较大的改变。因此，玻璃纤维/树脂层的引入明显地改变了残余应力分布，从而对层板的某些宏观力学特性产生影响，对复合层板的设

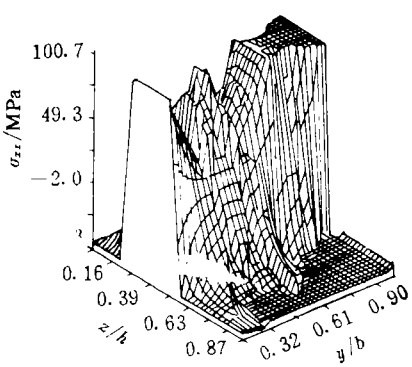


图 9　ARALL 层板 $\sigma_{预}=775$MPa，$\Delta T=-160$K 时残余应力 $\sigma_{xx}$分布图

计提供了一定的理论依据。

## 4 结 论

（1） 应用准三维有限元法计算对称纤维-金属复合层板在固化过程中形成的三维残余应力的方法是有效的。计算值与应变片包埋法实验值吻合较好。

（2） 在ARALL层板的芳纶/树脂层上施加预应力，可使残余应力$\sigma_{xx}$的分布发生较大变化，从而使芳纶层所受的较高压应力降低，以致改变成拉应力。

（3） 在ARALL板中引入玻璃纤维/树脂层，可改变残余应力沿板厚度方向的分布。

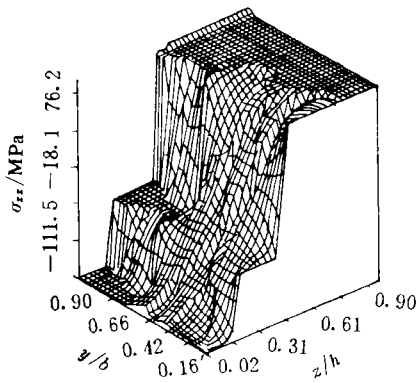


图10 Al/G/Ar/G/Al层板$\sigma_{预}=0$，$\Delta T=-160K$时残余应力$\sigma_{xx}$分布图

## 参 考 文 献


1 Wang A S D and Crossman F W. Some new results on edge effect in symmetric composite lamonates. J Comp Materials, 1977; 11: 92−106

2 蒋咏秋、陆逢升、顾志建. 复合材料力学. 西安交通大学出版社, 1990

3 崔德渝、顾志芬. 复合材料层板边缘效应的准三维有限元分析. 中国航空科技文献, HJ B890795, 1989

4 郑瑞琪、李宏远、胡宏军. 芳纶纤维-铝合金混杂复合材料的层间残余应力. 第七届全国复合材料会义论文集, 1992

5 Galiotis C. Comp Sci & Tech, 1991; 42: 125−150


## ANALYSIS OF RESIDUAL STRESSES FOR FIBER REINFORCED ALUMINIUM LAMINATE


Gu Zhifen Cui Deyu Zhong Weihong

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing, 100083)

Li Hongyun Hu Hongjun Zheng Ruiqi

(Beijing institute of Aeronautical materials, Beijing, 100095)



**Abstract** A quasi-3D finite element method is used to investigate the residual stresses due to curing in symmetric composite laminates reinforced by hybrid fibers. This paper presents the results of computation for residual stresses in Kevlar/Epoxy-Aluminium laminate in free state or prestressed state under various levels of service temperature. The residual stresses in Aluminium-Glass/Epoxy-Kevlar/Epoxy laminate caused by curing without pretension are also presented here. A very satisfactory degree of accuracy is obtained from the numerical results compared with the experimental evidence by means of method of embedded strain gages. It is shown that the quasi-3D finite element method is a valuable approach for investigating residual stresses in designing and manufacturing the laminates to obtain optimal mechanical performance.



**Key words** fiber reinforced laminate, residual stress, coefficients of thermal expansion, quasi-3D finite elements