第 13 卷 第 1 期 复 合 材 料 学 报 Vol. 13 No. 1
1996 年 2 月 ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA Feb. 1996

复合材料层合板的固化残余应力和变形分析

郭兆璞 陈浩然 息志臣
(大连理工大学工程力学所，大连 116023)

摘 要 本文采用非线性有限元方法研究了复合材料层合板在固化后期降温过程的残余应力和变形问题。考虑了材料的热物理与力学性质随温度的变化以及变化率和应力间耦合的影响。给出了一些有意义的结果。

关键词 复合材料层合板，非线性有限元，固化残余应力

复合材料层合板在加工固化过程中，由于基体的化学胶连反应，各单层板热物理与力学性质的不匹配，以及相邻单层间的变形约束作用，当温度由固化温度降到室温时，其内部不可避免地要产生残余应力(又称固化应力)。这个残余应力对层合板的强度、几何稳定性都将产生重要影响，甚至可能引起层合板的破坏和失效。因此，在设计、制造与应用复合材料层合板时，需要全面地了解固化过程中所产生的残余应力情况。

近十多年来，国外在固化残余应力的实验和理论研究方面做了许多工作[1~5]，国内宋焕成等[6]对这一问题也做过研究，但有关的数值结果的报导却不多。

在研究固化周期后期降温过程的残余应力时，许多作者[3,4,6]都采用“应力释放温度”概念，并以玻璃化转变温度 T_g 为应力释放温度。认为在这个温度下，基体已完成固化反应并处于粘性流动状态，先前由化学收缩等因素引起的残余应力，可以完全释放，处于一种“自由应力状态”。文献[2]指出在层合板比较薄的情况下这一概念是正确的。固化后期降温过程中的残余应力问题是一个非线性问题。因为在这一过程中，组分材料、特别是基体材料的热膨胀系数和力学模量均随温度而明显地改变。材料性质随温度变化及其变化率和应力间的耦合效应对残余应力有重要影响[3,4]，在固化残余应力分析中应当予以考虑。

本文用非线性有限元方法，对复合材料层合薄板从“应力释放温度”降到室温时的残余应力进行了研究，应力应变关系采用增量型关系，考虑了材料性质随温度的变化以及变化率和应力间耦合效应的影响。得到了一些对复合材料工程设计和制造有意义的结果。

1 非线性热应力问题中的有限元方法

按层合板的一阶剪切理论，板中任一点的应变向量为：

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_x\ \varepsilon_y\ \gamma_{xy}\ \gamma_{yz}\ \gamma_{xz}\}^T = \{\varepsilon_0\quad 0\}^T + \{z\chi\quad \gamma_0\}^T \tag{1}$$

本文于 1994 年 10 月 3 日收到修改稿，1994 年 4 月 11 日收到初稿
国家自然科学基金资助项目

其中：$\{\varepsilon\}$、$\{\chi\}$、$\{\gamma_0\}$分别为中面面内应变向量、中面弯曲曲率向量及中面面外剪切应变向量，它们与中面位移 u_0、v_0、w_0 及转角 θ_x、θ_y(其正负号与坐标系均按右手法则确定)的关系由下式确定：

$$\left.\begin{aligned}&\{\varepsilon\}=\{u_{0,x}\quad v_{0,y}\quad u_{0,y}+v_{0,x}\}^T\quad\{\chi\}=\{\theta_{y,x}-\theta_{x,y}\quad\theta_{y,y}-\theta_{x,x}\}^T\\&\{\gamma_0\}=\{w_{0,y}-\theta_x\quad w_{0,x}+\theta_y\}^T\end{aligned}\right\}\tag{2}$$

在热载 $T-T_0$ 作用下层合板内任一点全应变向量为：

$$\{\varepsilon\}=\{\varepsilon_e\}+\{\bar{a}\}(T-T_0)\tag{3}$$

其中 T_0 为初始温度、T 为终了温度，$\{\varepsilon_e\}$为弹性机械应变向量，其分量与全应变向量$\{\varepsilon\}$相同；$\{\bar{a}\}=\{a_x\ a_y\ a_{xy}\ 0\ 0\}^T$ 为偏轴热膨胀系数向量，其分量可按转轴公式由正轴材料热膨胀系数 a_T 与 a_L 求得。任一单层上某点处的非材料主轴坐标系内的应力与应变关系：

$$\{\sigma\}=\{\sigma_x\ \sigma_y\ \tau_{xy}\ \tau_{yz}\ \tau_{xz}\}^T=[\bar{Q}]\{\varepsilon_e\}\tag{4}$$

$[\bar{Q}]$为该单层的偏轴刚度矩阵。当材料性质与温度有关时，$[\bar{Q}]$中各元素为温度的函数。由以上 4 个方程推得的层合板有限元方程为一关于温度 T 的非线性方程，一般采用增量法求解。为此需给出增量型应力应变关系，进而建立增量型定解方程。

当作用在层合板上的热载有一微小变化时，(3)式可写成：

$$\{\mathrm{d}\varepsilon_e\}=\{\mathrm{d}\varepsilon\}-\{\bar{a}\}\mathrm{d}T\tag{5}$$

对(4)式微分，并注意$[\bar{Q}]$与温度 T 有关可得式：

$$\{\mathrm{d}\varepsilon_e\}=[\bar{S}]\{\mathrm{d}\sigma\}+\frac{\partial[\bar{S}]}{\partial T}\{\sigma\}\mathrm{d}T\tag{6}$$

其中$[\bar{S}]=[\bar{Q}]^{-1}$。令$\{\bar{a}_\sigma\}=\frac{\partial[\bar{S}]}{\partial T}\{\sigma\}$，并以$[\bar{Q}]$乘(6)式，则得应力增量与应变增量间关系为：

$$\{\Delta\sigma\}=[\bar{Q}][\{\Delta\varepsilon\}-(\{\bar{a}\}+\{\bar{a}_\sigma\})\Delta T]\tag{7}$$

与(3)、(4)式给出的全量型应力应变关系相比较，(7)式中多出了应力与材料性质对温度的变化率之间的耦合项$\{\bar{a}_\sigma\}\Delta T$(下称耦合项)。下文将看到该项对热应力的影响是十分显著的。

按层合板理论对(7)式沿板厚积分得：

$$\begin{bmatrix}\{\Delta N\}\\\{\Delta M\}\\\{\Delta Q\}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}[A]&[B]&0\\[B]&[D]&0\\0&0&[H]\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\{\Delta\varepsilon_0\}\\\{\Delta\chi\}\\\{\Delta\gamma_0\}\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\{\Delta N_t\}\\\{\Delta M_t\}\\\{0\}\end{bmatrix}\tag{8}$$

其中：$\{\Delta N\}=\{\Delta N_x\ \Delta N_y\ \Delta N_{xy}\}^T$，$\{\Delta Q\}=\{\Delta Q_{yz}\ \Delta Q_{xz}\}^T$，$\{\Delta M\}=\{\Delta M_x\ \Delta M_y\ \Delta M_{xy}\}^T$ 分别为板的内力与力矩增量向量；$[A]$、$[B]$、$[D]$和$[H]$分别为拉伸、耦合、弯曲和面外剪切刚度矩阵，其各元素表达式为：

$$\left.\begin{aligned}&(A_{ij},\ B_{ij},D_{ij})=\int_{-h/2}^{h/2}\bar{Q}_{ij}(1,\ z,\ z^2)\mathrm{d}z\qquad i,\ j=1,2.6\\&H_{ij}=\frac{5}{4}\int_{-h/2}^{h/2}\bar{Q}_{ij}\mathrm{d}z\qquad i,\ j=4.5\end{aligned}\right\}\tag{9}$$

而热相当内力和内力矩增量向量分别为：

$$\left.\begin{aligned}&\{\Delta N_t\}=\{\Delta N_{xt}\ \Delta N_{yt}\ \Delta N_{xyt}\}^T=\int_{-h/2}^{h/2}\bar{Q}_{ij}(\bar{a}+\bar{a}_\sigma)\Delta T\mathrm{d}z\\&\{\Delta M_t\}=\{\Delta M_{xt}\ \Delta M_{yt}\ \Delta M_{xyt}\}^T=\int_{-h/2}^{h/2}\bar{Q}_{ij}(\bar{a}+\bar{a}_\sigma)\Delta Tz\mathrm{d}z\end{aligned}\right\}\tag{10}$$

式中 i，j=1，2，6。此时层合板的总势能为：

$$\Pi = \frac{1}{2}\int_A [\{\Delta\epsilon_0\}^T[A]\{\Delta\epsilon_0\} + \{\Delta\epsilon_0\}^T[B]\{\Delta\chi\} + \{\Delta\chi\}^T[B]\{\Delta\epsilon_0\} + \{\Delta\chi\}^T[D]\{\Delta\chi\} + \{\Delta\gamma_0\}^T[H]\{\Delta\gamma_0\} - 2(\{\Delta\epsilon_0\}^T\{\Delta N_t\} + \{\Delta\chi\}^T\{\Delta M_t\})]\mathrm{d}A \tag{11}$$

其中 A 为层合板面积。

对层合板进行有限元离散,在每个单元的内部采用等参插值函数对其中面位移和转动分量的增量分别进行分项展开即:

$$\{\Delta q_m\} = \sum_{i=1}^{n}[N_i]\{\Delta U_i\}_m \qquad \text{在单元 } m \text{ 内} \tag{12}$$

其中 n 为单元节点总数,$\{\Delta q_m\}$为单元广义位移向量的增量,$[N_i]$为等参插值函数矩阵的一个子阵,$\{\Delta U_i\}_m = \{\Delta U_{0i} \quad \Delta V_{0i} \quad \Delta W_{0i} \quad \Delta\theta_{xi} \quad \Delta\theta_{yi}\}_m^T$ 为单元 m 的第 i 号节点上的广义位移向量的增量。将(12)式和(2)式代入(11),根据最小势能原理,对单元节点位移向量$\{\Delta U\}_m$ 变分,可得在微小变温过程中单元刚度矩阵$[K_m]$和热当量节点载荷向量$\{\Delta R_m\}$,其表达式:

$$\left.\begin{aligned} [K_m] &= \int_{A_m}[B]^T[E][B]\mathrm{d}A_m \\ \{\Delta R_m\} &= \int_{A_m}[B]^T\begin{bmatrix}\{\Delta N_t\}\\ \{\Delta M_t\}\\ \{0\}\end{bmatrix}\mathrm{d}A_m \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

式中 A_m 为单元面积,$[E]$为由(8)式给出的板的弹性矩阵,它是温度的函数。$[B]$为单元应变节点位移矩阵。

为避免因"剪切闭锁"造成的结构刚化,在计算单元刚度矩阵的数值积分中采用选择积分方法。按(13)式依次求得各个单元的$[K_m]$和$[\Delta R_m]$后,按序将其集合起来,得到在微小热载 ΔT 作用下层合板增量型有限元控制方程:

$$[K]\{\Delta U\} = \{\Delta R\} \tag{14}$$

其中$[K]$为结构总刚度矩阵,$\{\Delta R\}$为结构热当量载荷向量,$\{\Delta U\}$为结构的节点位移增量向量。

(14)式是关于温度变化量 ΔT 的一个线性方程组。当给定 T 值后,由此方程组可解得该温度下的位移增量与应力增量值。对给定的变温过程 $T-T_0$,可将其分割成 N 个微小的温度增量 $\Delta T_i(T-T_0=\sum_{i=1}^{N}\Delta T_i)$,依次将 ΔT_i 作用到层合板上,并求解方程(14)。例如第 K 个增量步的 ΔT_k 作用到层合板上,此时瞬时温度 $T_k=T_0+\sum_{i=1}^{k-1}\Delta T_i$,解方程求得 T_k 下的位移和应力增量,将其累加到 $K-1$ 个增量步终了时的位移和应力的总量上,可得到第 K 步终了的位移和应力的总量。对 $K=1\sim N$ 重复上面的运算,整个变温过程的位移和应力可求。在这一过程中,应注意 ΔT_i 的大小,以保证解的精确度。

2　数值结果与讨论

利用本文有限元分析程序,对文献[4]中表 2 所给材料制成的层合板,在均匀温度分布情况下,由玻璃态转化温度 177℃降至 22℃时的残余应力进行了计算。整个降温过程采用 8 个等温度增量来实验。在表 1 和图 1 至图 7 中,分别给出该板在$(0/90)_s$ 铺设、对称$(\theta/-\theta)_s$ 与反对

称$(\theta/-\theta)_{as}$斜交铺设(θ 由 0°至 45°变化)和$(0/90/\mp45)_s$铺设几种情况下的数值结果。

表 1 中线性解的材料性质取文献[4]表 2 中数据的平均值,利用此平均值按经典层合板理论求得的分析解为 38.01MPa,与本文结果 38.09MPa 符合很好。在非线性解中,本文与文献[4]结果的最大误差为 3.5%,其原因是文献[4]为三维有限元解,而本文是基于一阶剪切变形理论的二维有限元解。以上结果说明本文程序是可信的。

在$(0/90)_s$板中,仅存在正应力,且 $\sigma_x=-\sigma_y$,而在$(45/-45)_s$板中,仅存在剪应力,正应力为零。两类板中应力大小相等。图 1 给出这两种板在降温过程中残余应力的变化规律。随着温度的降低,材料力学模量在增加,对热变形的约束亦随着增加,残余应力呈增加趋势。对考虑耦合项情况,前一个增量步终了时的残余应力对当前的增量步来说,相当已存在的"予应力",进一步增加了对热变形的约束,其残余应力值比不计耦合项时的高。由表 1 结果可以看出,考虑耦合项的影响比线性解约高 31%,这一结果与文献[3]的结果是一致的。因此在固化残余应力分析中,耦合项的影响应予考虑。

图 2 结果表明:$(\theta/-\theta)_s$层合板当 θ 由 0°至 45°变化时,残余应力中剪应力分量远大于正应力分量,剪应力一般都大于正应力的约 4 个数量级。这是因为这类层合板的剪切性质决定的。随着 θ 解的增加,剪应力值增大,在 45°时达到最大。在这类层合板中,残余正应力可以不予考虑。

图 3,4 给出$(\theta/-\theta)_{as}$铺设层合板在 θ 由 0°至 45°变化时的残余应力变化规律。由于拉弯耦合效应的影响,板中不但存在剪应力而且还有正应力,显然正应力总小于剪应力,但属同一数量级,不能忽略不计。剪应力在 $\theta=45°$时达到最大,而正应力中的 σ_x 在 $\theta=39°$时达到最大。与对称铺设的$(\theta/-\theta)_s$板相比,$(\theta/-\theta)_{as}$板除存在较大残余应力外,还将产生明显的扭曲变形。例如边长 0.254m 的$(45/-45)_{as}$方板,在室温状态下的扭曲形状示于图 5。图中 4 个角点相对 4 边中点和板中心点的翘曲量 $a/2=0.1$cm。因此,固化后斜交对称铺设层合板的力学性能一般要好于斜交反对称铺设层合板。

图 7 给出$(45/-45)_{as}$层合板残余应力沿截面分布情况。最大应力总发生在−45°铺层上,且与 45°铺层的交界处。对$(\theta/-\theta)_{as}$一类反对称铺设层合板,各铺层的残余应力分布规律与$(45/-45)_{as}$的相同。对$(0/90\pm45)_s$对称铺设层合板,各铺层上残余应力分布示于图 6 中。这种板中 0°、90°铺层上无剪应力,而二个正应力分量数值相等,在±45°铺层上无正应力,仅存在剪应力,其大小与 0°、90°铺层中的正应力值相等。这相当$(0/90)_s$与$(45/-45)_s$两种板的简单组合。但是,假若这种板中斜交角不等 45°,则简单组合性质不再存在,在±θ 铺层中除了剪应

表 1 $(0/90)_s$板在 24℃时残余应力(MPa)

类别 \ 应力 / 铺层			σ_x		σ_x		τ_{xy}	
			0°	90°	0°	90°	0°	90°
线性解		本文	−38.09	38.09	38.09	−38.09	0.0	0.0
非线性解	不计耦合	本文	−35.37	35.37	35.37	−35.37	0.0	0.0
		文献[4]	−34.84	35.07	35.10	−35.21	0.0	0.0
	计耦合	本文	−50.10	50.10	50.10	−50.10	0.0	0.0
		文献[4]	−48.37	48.80	48.88	−48.90	0.0	0.0

力外,还有正应力产生。

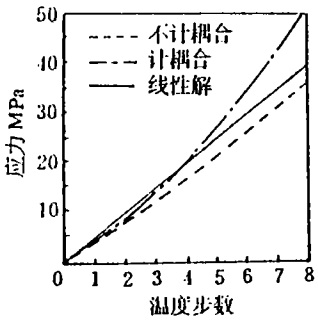

图 1　$(0/90)_s$ 板中 $\sigma_x(\sigma_y)$ 与 $(45/-45)_s$ 板中 τ_{xy} 在降温过程中的变化

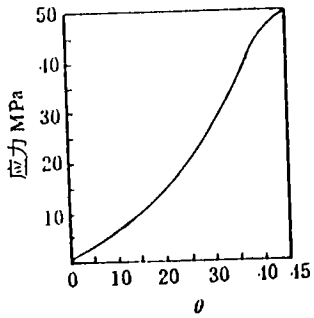

图 2　$(\theta/-\theta)_s$ 铺设剪应力变化

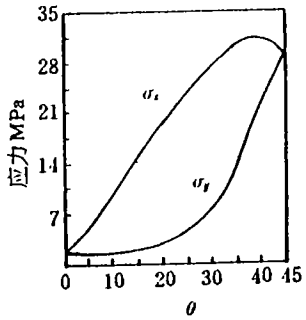

图 3　$(\theta/-\theta)_{as}$ 铺设正应力变化

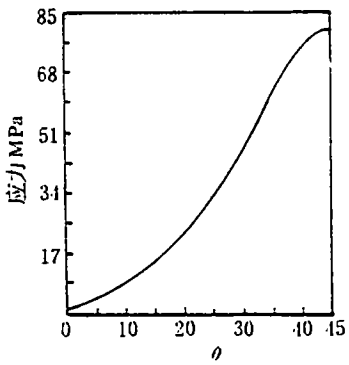

图 4　$(\theta/-\theta)_{as}$ 铺设剪应力变化

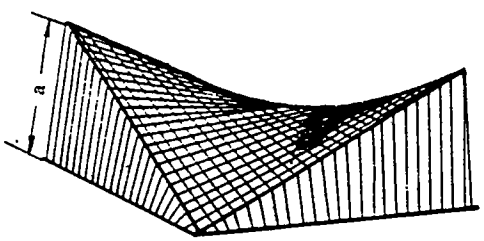

图 5　$(45/-45)_{as}$ 板的变形

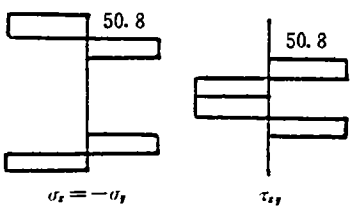

图 6　$(0/90\mp45)_s$ 板铺层应力(MPa)

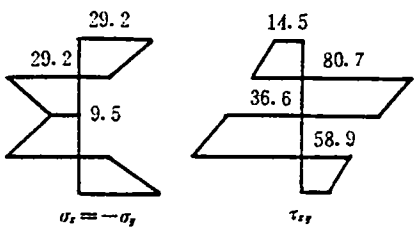

图 7　$(45/-45)_{as}$ 板铺层应力(MPa)

参 考 文 献

1 Weitsman Y. Residual thermal stresses due to cool-down of epoxy-resin composites. J A M, 1979, (46)

2 Bogetti Travis A, Gillespie John W. Process-induced stress and deformation in thick-section thermoset composite laminates. J C M, 1992, 26(5)

3 Hahn H J, Pagano N J. Curing stresses in composite laminates. J C M, 1975, 9

4 Griffin O Hayden. Three-dimensional curing stresses in symmetric cross-ply laminates with temperature dependent properties. J C M, 1983, 17

5 White S R, Hahn H T. Process modeling of composite materials: Residual stress development during cure. part I, Model formulation. J C M, 1992, 26(16)

6 宋焕成,李建新. 复合材料层合板残余应力实验研究. 北京航空航天大学学报, 1990, (3)

RESIDUAL STRESS AND DEFORMATION OF COMPOSITE LAMINATES DURING CURING PROCESS

Guo Zhaopu Chen Haoran Xi Zhichen
(Dalian University of Technology, Dalian 116023)

Abstract This paper deals with residual stresses and deformations of composite laminates during cooling down stage of curing process. The numerical results show that the nonlinearity of thermal physical and mechanical properties is important to predict residual stresses and deformations of composite laminates. The coupling effect between stress and change rate of mechanical properties with temperature must be taken into account in the residual stress and deformation analysis.

Key words composite laminates, curing process, nonlinear finite element method, residual thermal stress and deformation

(上接第 104 页)

AFRP 制造的高速气垫船

据英国大使馆提供的信息,用 FRP 制造的有史以来最大的多用途气垫船 ABSM－10,正在英格兰南岸海上试航。

该气垫船最多可乘坐 77 人,最高时速可达 50 海里,无论军用、民用,可对应多种用途(如监视、防止走私、海上搜索、应付石油泄漏等)。

气垫船的特点是能够在夜间高速航行,不必担心触礁或船尾齿轮折断。还可借助双船用柴油发动机以及可变距桨叶,与其他船并行时发挥优良的低速机动性能。

该高技术气垫船的船体结构,以使用芳纶的复合材料代替铝结构,在提高速度的同时,还降低了雷达波的反射,故巡视中不易被发现,最适合清除沿岸水雷及配备为兵站供应船等特殊军事用途。

日本 FRP 渔船开发动向

FRP 渔船研究会受渔船协会委托,设立研究专题,开展二项开发研究:①适应环境型渔船开发;②FRP 渔船的防火结构探讨。

1. 适应环境型 FRP 渔船开发

具体对策包括:

FRP 渔船的废船对环境的影响,已逐渐变成社会性问题。在这种情况下,正在积极探讨废船处理的对策。FRP 具有难分解性,又属于大型废弃物,处理全部 FRP 废船受到限制,因此,今后有必要把渔船材料转换为容易处理的原材料。

(下转第 117 页)