第 14 卷 第 4 期 复 合 材 料 学 报 Vol. 14 No. 4
1997 年 10 月 ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA October 1997

颗粒增强高分子基复合材料细观塑性研究

胡 更开
(北京理工大学应用力学系, 北京 100081)

摘 要 基于基体的 Raghava 屈服准则, 及改进的割线模量法, 本文给出了一种细观力学方法来描述由于基体的 S-D 效应及宏观三轴应力对复合材料塑性变形的影响。

关键词 高分子基复合材料, S-D 效应, 细观力学, 塑性变形
中图分类号 V258

目前大多数细观力学模型认为基体的塑性变形与所受三轴应力状态无关, 如周期单元法[1], 下限法[2] 及割线模量法[3]。因此上述模型适用于金属基复合材料基体无损伤的塑性变形。高分子材料的屈服和塑性变形(这里将不考虑流变性能) 往往与三轴应力状态有关[4,5], 因此研究高分子基复合材料的塑性变形时应当考虑基体这一变形特点, 这正是本短文的目的。文献[6] 曾利用细观力学的方法分析了三轴应力对单向长纤维高分子基复合材料性能的影响。本文将研究颗粒增强高分子基复合材料, 与文献[6] 不同的是本文对于基体将采用 Raghava 屈服准则[7] 来描述它的屈服及其塑性变形, 并利用文献[8] 给出的改进的割线模量法来分析颗粒增强高分子基复合材料的塑性变形及三轴应力状态对其影响。

1 复合材料的屈服

1.1 基体的屈服准则

这里我们认为复合材料在外载的作用下的屈服是由于基体的屈服所引起的。高分子材料的屈服认为符合 Raghava 屈服准则[7] (高分子材料的拉伸和压缩屈服极限不同, 也即 S-D 效应):

$$\sigma_e^2 + (\sigma_C - \sigma_T)\sigma_m = \sigma_C\sigma_T \tag{1}$$

其中 $\sigma_e = (3/2\sigma_{ij}'\sigma_{ij}')^{0.5}$, $\sigma_m = \sigma_{ii}$; σ_{ij}' 为应力 σ_{ij} 的偏量, σ_C, σ_T 分别为基体材料的压和拉屈服应力。可以看出当基体中的三轴应力较大时 Raghava 屈服准则与 Mises 准则有较大的差别。当拉压屈服应力相等时 Raghava 屈服准则退化为 Mises 屈服准则。

1.2 复合材料的屈服面

根据细观力学的方法, 为了研究复合材料的宏观性能, 我们取一复合材料代表单元, 在其边界上施加宏观外载 $\Sigma_{ij} = \Sigma_{ij}' + \Sigma\delta_{ij}$, 在弹性情况下, 令基体和增强物(球形) 的弹性模量为 k_0, μ_0 和 k_1, μ_1, 它们的体积百分比分别为 c_0, c_1 ($c_0 + c_1 = 1$)。复合材料(这时为各向同性) 的模

收修改稿、初稿日期: 1996-10-04, 1996-07-09

量用 k_c, μ_c 表示, 利用细观力学的 Mori–Tanaka 法[3]可得这时复合材料的模量为:

$$\frac{\mu_c}{\mu_0} = 1 + \frac{c_1(\mu_1 - \mu_0)}{c_0\beta(\mu_1 - \mu_0) + \mu_0} \qquad \frac{k_c}{k_0} = 1 + \frac{c_1(k_1 - k_0)}{c_0\alpha(k_1 - k_0) + k_0} \tag{2}$$

其中 $\alpha = 1/(1 + 4\mu_0/3k_0)$, $\beta = 2/15(3 + 18\mu_0/3k_0)/(1 + 4\mu_0/3k_0)$。

由文献[8]知这时复合材料基体的平均 Mises 等效应力和平均三轴应力分别为:

$$\langle\sigma_e^2\rangle_0 = \frac{\Sigma_e^2}{A^2} + \frac{\Sigma^2}{B^2} \tag{3}$$

$$\langle\sigma_m\rangle_0 = C\Sigma \tag{4}$$

其中 $\langle A\rangle_0$ 指量 A 在基体的体积平均, $\Sigma_e^2 = (3/2)\Sigma_{ij}'\Sigma_{ij}'$,

$$A^2 = \frac{[c_0(\beta - 1)(\mu_1 - \mu_0) + \mu_1]^2}{(\mu_1 - \mu_0)^2[c_0\beta^2 - c_0\beta - 1/5c_1\alpha(1 - \alpha)] + (\mu_1^2 - \mu_0^2)\beta + \mu_0^2};$$

$$B^2 = \frac{4}{9}\frac{[c_0(\alpha - 1)(k_1 - k_0) + k_1]^2}{(1 - \alpha)^2 c_1(k_1 - k_0)^2}, \quad \text{而} \quad C = \frac{3(1/k_1 - 1/k_c)}{c_0(1/k_1 - 1/k_0)}$$

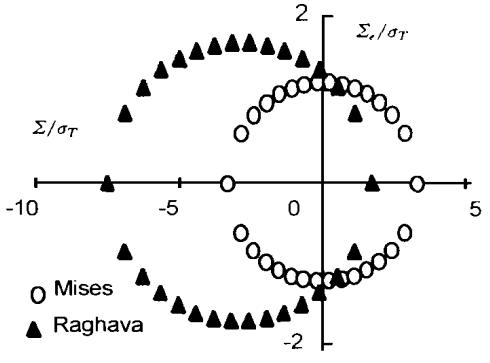
由于复合材料基体的应力变化非常复杂, 这里利用复合材料基体中平均量来描述复合材料的塑性屈服, 即认为由式(3), (4)所确定的基体平均意义上的应力满足式(1)时, 则复合材料将开始屈服。这样将式(3), (4)代入式(1)即得复合材料在外载 Σ_{ij} 作用下的屈服函数:

$$\left(\frac{\Sigma_e}{\sigma_T}\right)^2 + \left(\frac{A}{B}\right)^2\left[\frac{\Sigma}{\sigma_T} + \frac{\lambda - 1}{2}CB^2\right]^2 - \left[\frac{(\lambda - 1)^2}{4}(BC)^2 + \lambda\right]A^2 = 0 \tag{5}$$

其中 $\lambda = \sigma_C/\sigma_T$。

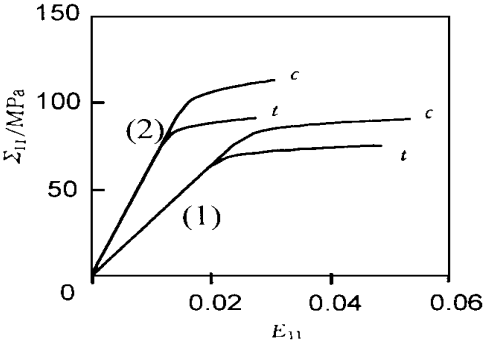
图1给出了 SiC/ 和环氧构成的复合材料在不同的 λ 值下的屈服曲面(当 $\lambda = 1.0$ 时基体屈服满足 Mises 准则)。各材料参数为: 对 SiC 颗粒 $E_1 = 73.1\text{GPa}, \nu_1 = 0.18$; 对于基体材料 $E_0 = 3.16\text{GPa}, \nu_0 = 0.35$。夹杂的体积百分比为 $c_1 = 35\%$。

由图1可看出当三轴应力为压应力时, 基体采用 Raghava 屈服准则对复合材料的屈服预测结果要比基体采用 Mises 准则的要高。



$\lambda = 1.0$ 及 $\lambda = 1.2$

图1 SiC/ 环氧复合材料的屈服曲面



(1) 基体, (2)复合材料

图2 基体和复合材料($c_1 = 35\%$)的拉伸和压缩应力应变曲线

2 复合材料的塑性变形

对于高分子基材料, 其拉压屈服强度往往不同(即 S–D 效应)。文献[9]曾利用不相关塑性流动模型来描述高分子基材料的这种塑性变形。本文将采用一种近似的方法来考虑基体的 S–D

效应对复合材料宏观塑性变形行为的影响。如对基体材料其单向拉伸塑性变形与应力有如下关系:

$$\epsilon^{p} = \left(\frac{\sigma - \sigma_T}{H} \right)^{m} \tag{6}$$

其中 H, m 为基体材料常数。根据文献[10, 11]的张量分析方法, 上述单向表达式在三维情况下可写为(这里进一步假设基体塑性不可压):

$$\epsilon_{ij}^{p} = \frac{3}{2} \frac{1}{\sigma_e} \left(\frac{\sigma_{eq} - \sigma_T}{H} \right)^{m} \sigma_{ij}' = K \sigma_{ij}' \tag{7}$$

其中 σ_{eq} 为新的等效拉应力(将在后面给出), 该式意味着在一般情况下式(6)仍成立, 只是塑性应变用 Mises 等效塑性应变, 应力用新的等效应力 σ_{eq} 代替。这样总变形可写为:

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^{e} + \epsilon_{ij}^{p} = \frac{1}{3k_0} \sigma_m \delta_{ij} + \left(\frac{1}{2\mu_0} + K \right) \sigma_{ij}' \tag{8}$$

这时可以认为基体的割线剪切模量 μ_0^s 可写为

$$\frac{1}{\mu_0^s} = \frac{1}{\mu_0} + 2K = \frac{1}{\mu_0} + \frac{3\epsilon_e^{p}}{\sigma_e} \tag{9}$$

为了考虑高分子材料的 S-D 效应, 利用 Raghava 屈服准则定义如下等效拉伸应力

$$\sigma_{eq} = \frac{(\lambda - 1)\sigma_m + \sqrt{\sigma_m^2 (\lambda - 1)^2 + 4\sigma_e^2 \lambda}}{2\lambda} \tag{10}$$

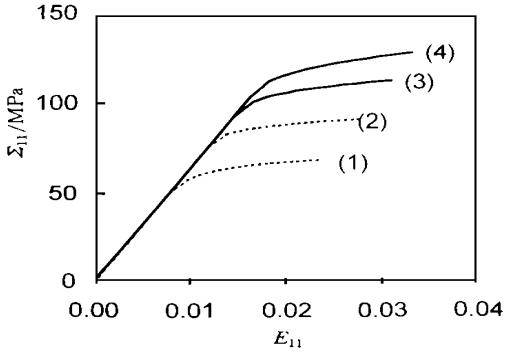
有了上述新的基体等效应力, 我们就可以采用细观力学的割线模量方法[3]来研究复合材料的塑性变形。在给定外载后, 基体的割线剪切模量与外载的关系可由式(6, 9, 10)及 σ_e 和 σ_m 的表达式联立得到。其具体的计算可按如下方法实现, 给定 ϵ_e^{p} 及一 μ_0^s 的试值, 这样即可根据式(5)得到相对应的外载, 再通过式(3, 4)得 σ_e 和 σ_m, 然后经式(9)得一计算 μ_0^s, 通过调整试值 μ_0^s 使与计算值相等, 这样就可得到复合材料在外载作用下相应的基体割线剪切模量, 也就得到了复合材料的割线模量, 因此复合材料的应力应变关系即可求得。很显然当 $\lambda = 1$ 时, 上述方法与基体采用 Mises 准则的描述方法[8]一致。

下面我们将以环氧树脂为例, 拉伸屈服极限 $\sigma_T = 63.2$MPa, $\lambda = 1.2$, $m = 0.26$, $h = 32.18$MPa。弹性模量前面已给出(并认为拉压一致)。图2给出利用上述方法对复合材料拉伸(t)和压缩(c)应力应变曲线的预测及基体材料的拉伸(t)和压缩(c)应力应变曲线。可以看出基体拉压塑性变形的不同(S-D 效应)对所对应的复合材料也会表现出同样的效果, 而且效果更明显。图3给出了宏观外加三轴应力对复合材料塑性变形的影响, 加载方式是首先施加宏观三轴应力(没有产生塑性变形), 然后再加单向的拉伸或压缩, 图中的应变和应力的计算是已去掉初始三轴应力及其产生的应变。可以看出三轴压应力会使该复合材料塑性应力应变曲线提高, 而三轴拉应力则相反。下面我们将上述模型应用到在球压载荷作用下孔洞材料的塑性变形(这里假设基体是弹性不可压), 并与附录给出的精确解进行比较。基体假设无塑性硬化, 其他材料参数为 $\mu_0 = 1170$MPa, $\lambda = 1.2$, $\sigma_T = 40$MPa。从图4可以看出本文所提出的模型与精确解定量相符, 两者的差别来源于局部塑性变形, 因本文无法反映基体的局部塑性变形。最后利用文献[12]的结果, 上述方法可以很容易地推广到椭球型夹杂所构成的复合材料。

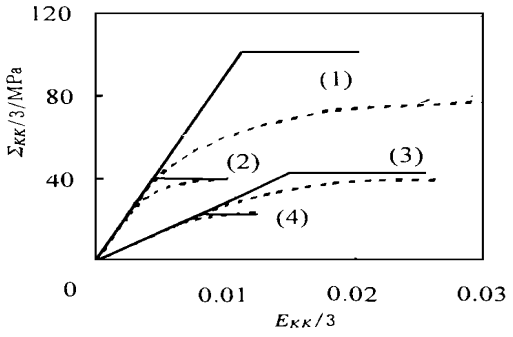
3 结　论

本文给出了一种细观力学的方法来分析由于高分子基材料拉压屈服极限不同对复合材料宏观塑性性能的影响。该方法基于基体的 Raghava 屈服准则及改进的细观力学的割线模量方

法,它能够反映宏观三轴应力对复合材料塑性性能的影响,及高分子基复合材料拉压塑性行为的不同。



(1) 拉伸 p = 60MPa, (2) 拉伸 p = 0
(3) 压缩 p = 0, (4) 压缩 p = 60MPa
图3 复合材料应力应变曲线



c_1 = 0.15 (1) 压缩, (2) 拉伸
c_1 = 0.35 (3) 压缩, (4) 拉伸
图4 孔洞材料三轴应力曲线模型与精确解的比较

附录: 孔洞材料在球压载荷下塑性变形的精确解

这里基体假设弹性不可压并满足 Raghava 屈服准则, 依照文献[13]给出的方法可得在球压载荷 $\Sigma_{kk}/3$ 作用下, 基体首先在内孔壁屈服, 屈服时外载满足:

$$\left(\frac{\Sigma_{kk}/3}{3\sigma_T}\right)^2 + \frac{4}{3}(\lambda - 1)(1 - c_1)\left(\frac{\Sigma_{kk}/3}{3\sigma_T}\right) - \frac{4}{9}\lambda(1 - c_1)^2 = 0 \qquad (f.1)$$

该方程给出 $\Sigma_{kk}/3$ 的两个解分别对应拉压初始屈服载荷。

当外载超过初始屈服载荷时, 塑性区开始向外扩展。用 a, b 分别表示孔洞和胞体半径, 令 ρ 表示塑性区的半径, 在塑性区内的应力完全可由静力条件确定, 这时有当 $a \leq r \leq \rho$

$$\pm \sqrt{\eta_2 - \eta_3\sigma_{rr}} - \eta_1 \ln(\eta_1 + \sqrt{\eta_2 - \eta_3\sigma_{rr}}) = \eta_3 \ln r + C_1 \qquad (f.2)$$

而 $\rho \leq r \leq a$

$$\sigma_{rr} = A_1 - 4\mu_0 \frac{B_1}{r^3}, \quad \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\psi\psi} = A_1 + 2\mu_0 \frac{B_1}{r^3} \qquad (f.3)$$

另外在 $r = \rho$, 有 $\sigma_{eq} = \sigma_T$, 即 $(6\mu_0 \frac{B_1}{\rho^3})^2 = \sigma_T^2\lambda - 3(\lambda - 1)\sigma_T A_1$

其中 A_1, B_1, C_1 为积分常数, 由边界和连续性条件确定, $\eta_1 = (\lambda - 1)\sigma_T$, $\eta_2 = (\lambda - 1)^2\sigma_T^2 + \sigma_T^2\lambda$ $\eta_3 = 3\sigma_T(\lambda - 1)$。

最后当基体完全塑性后, 对应载荷可由式(f.2) 确定, 即令 $r = b$, $\sigma_{rr} = \Sigma_{kk}/3$; 而此时积分常数 C_1 可利用边界条件得到 $r = 0$, $\sigma_{rr} = 0$ 得到。外载和应力得到后即可求得位移场, 应力应变曲线根据文献[13] 的方法确定。

参 考 文 献

1 Bao G, Hutchinson J W, Mcmeeking R M. Acta Metall Mater, 1991, 39: 1871
2 Ponte Castaneda P. J Mech Phys Solids, 1991, 39: 45
3 Tandon G P, Weng G J. ASME J Appl Mech, 1988, 55: 126
4 Brostow W, Corneliussen R D. Failure of Plastics. New York: Hanser Publishers, 1986

5 Schmit F, Hu G K. Report ETCA 91 R 092, 1991
6 Bahttachayya A, Weng G J. Mech Mater, 1994, 17: 329
7 Raghava R, Cadell R M, Yeh G S. J Mater Sci, 1973, 8: 225
8 Hu G K. Int J Solids and Struct, 1997, 34: 1009
9 Lee J H. Int J Plasticity, 1988, 4: 265
10 Betten J. European J Mech, 1989, 8: 325
11 Hu G K, Schmit F, Baptiste D, Francois D, ASME J Appl Mech, 1996, 63: 21
12 Hu G K. Int J Plasticity, 1996, 12: 439
13 Chu T Y, Hashin Z. Int J Engng Sci, 1971, 9: 971

MICROMECHANICAL METHOD FOR PARTICULATE-REINFORCED POLYMER COMPOSITES

Hu Gengkai
(Department of Applied Mechanics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

Abstract Based on Raghava yield criterion and the modified secant moduli method, a micromechanical model is proposed, which enables one to analyze the influence of matrix S-D effect and applied hydrostatic pressure on composite plastic behavior.

Key words polymer composite, S-D effect, micromechanics, plastic deformation

---

(上接第80页)

4. MD-95客机

百人座区间(支线)客机, 由美国麦道公司抓总, 全球9国15厂有共同合作开发, 汉翔公司负责机尾段的垂直安定面、后机身、机尾罩等制作, 占5%。

1996年起步, 1998年进入批量生产, 汉翔负责尾段制造, 首件1998年1月13日交付, 首批50套。尾罩用KF预浸布, 单重32～41kg, 单价1.7万美元; 翼尖罩、扰流板用石墨纤维, 单重23～32kg, 单价1.9万美元。总金额约182万美元。

5. Dornier-328

航发中心科专计划, 由德国Dornier航太公司转让一体成型(co-cure)技术, 引进D-328加长型复合材料零部件订单, 50～100架的水平尾翼、尾罩、后机身蒙皮、地扳、襟翼接头等, 材料为石墨化CF、KF和环氧树脂, 总金额1392万美元。

6. IDF战机

台湾自行研制, 总数130架, 正在分批完成, 由航发中心转给汉翔公司生产50～60架, 石墨纤维复合材料的翼尖罩、方向舵、减速扳、副翼、水平尾翼、垂尾固定翼单重分别为2.8、5.6、5.7、80.4、133.2和134.9kg。总金额估计为2800万美元。