复合材料学报 第29卷 第6期 12月 2012年
Acta Materiae Compositae Sinica Vol. 29 No. 6 December 2012

文章编号：1000-3851(2012)06-0197-09

二维平纹机织复合材料弹性性能预测的域分解方法

李 明，陈秀华*，汪 海
（上海交通大学 航空航天学院，上海 200240）

摘 要： 为了预测二维平纹机织复合材料的弹性性能，提出了基于有限元重合网格法的域分解方法。域分解方法与传统代表体元法的有限元建模不同，前者不再建立精细的纤维与基体模型，而是分别建立二维平纹机织复合材料单胞的整体域与纤维域，整体域是真实基体体积与纤维体积的叠加，两区域网格独立剖分，互不影响。采用MSC. Nastran中的多节点约束在纤维节点与基体节点之间建立位移协调来模拟纤维和基体单元的位移函数关系，实现了纤维域和基体域的耦合计算。研究表明，域分解方法大大简化了机织复合材料细观力学建模的复杂性，降低了建模时间，采用域分解方法预测的二维平纹机织复合材料弹性常数与试验值吻合较好，充分说明了该预测模型与方法的正确性。研究了不同纤维体积分数下，域分解方法预测二维平纹机织复合材料的弹性常数的变化趋势，结果表明，随纤维体积分数增加，模量呈上升趋势，泊松比呈降低趋势。

关键词： 机织复合材料；网格重合法；域分解；弹性性能；多节点约束
中图分类号： TB330.1 **文献标志码：** A

Evaluating the mechanical behavior of 2D woven fabric composite by domain decomposition method

LI Ming, CHEN Xiuhua*, WANG Hai
(School of Aeronautics and Astronautics, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: The domain decomposition method was proposed for the study of mechanical properties of 2D woven fabric composite (WFC) based on mesh superposition method. The domain decomposition method was different from traditional represent volume element method. Instead of modeling the fibre and matrix explicitly in traditional represent volume element method, domain decomposition method separately models the global domain and fibre domain, which can be easily discretized using the traditional solid element. Global domain was superimposed by fiber domain and matrix domain. The two domains were superimposed by coupling with multi-point constraints from commercial finite element package MSC. Nastran. The displacement function was established to simulate coupling between fibre domain and global domain by multi-point constraints. Domain decomposition method is easier to set up models of WFC than traditional represent volume element method. Numerical simulations show that the results predicted by domain decomposition method correlate very well with the experimental data. Otherwise, the tendency of mechanical properties under different fiber volume fraction of WFC was also investigated. With the increasing of fiber volume fraction, the moduli of WFC increases, while Poisson's ratios decreases.

Keywords: woven fabric composite; mesh superposition method; domain decomposition method; mechanical properties; multi-point constraints

机织复合材料具有高比强度、高比模量、良好的可设计性等一系列无法替代的优点，在改进层间层内强度、损伤容限和热应力分配等方面具有巨大的潜力，在航空、船舶、汽车等领域得到了广泛的应用[1-2]。

20世纪60年代计算机的快速发展使复合材料细观力学分析成为可能。传统计算方法是提取机织复合材料单胞模型，采用单向板刚度矩阵和经典层合板理论计算模型刚度矩阵，进而形成机织复合材料整体刚度性能。Ishikawa和Chou等[3-5]提出三

收到初稿日期： 2011-10-14；**收到修改稿日期：** 2012-02-15；**网络出版时间：** 2012-08-28 19:57:51
网络出版地址： www.cnki.net/kcms/detail/11.1801.TB.20120828.1957.022.html
通讯作者： 陈秀华，博士，工程师，主要研究方向：飞机复合材料强度，结构强度试验技术 E-mail：chenxiuhua@sjtu.edu.cn

种模型：镶嵌模型、卷曲模型和桥接模型用于研究非混杂二维机织复合材料的弹性性能；Lee[6]等人提出Euler-Bernoulli beam模型，用于预测带波纹的分段各向同性复合材料的等效弹性模量；王瑞等[7-8]建立了表征机织及编织复合材料代表体单元形态的数学模型，分析了细观结构与宏观性能之间的关系，编制了从组分材料的弹性性能推测复合材料的弹性性能的预测程序，在一定误差范围内能够满足工程结构设计和理论分析的需要。

机织复合材料增强结构中纤维束纵横交错形成波纹状，引起复合材料在织物面内和面外的耦合变形，从而对复合材料的宏观性能产生重要影响，而且机织复合材料内部细观结构高度非均匀，这些都是传统计算方法的均匀性假设无法解决的。利用有限元技术，建立机织复合材料细观结构有限元模型，通过数值运算预测机织复合材料弹性性能，成为更实用的方法。文献[9－12]验证了有限元技术用于机织复合材料建模与分析的可行性，采用共节点方法处理模型中纤维域与基体域的连接，但是机织复合材料单胞模型的基体域形状不规则，基体网格奇异性严重，需要花费大量的计算机资源对基体区域进行计算，而且很难保证纤维与基体域之间能够很好的共节点。

为了实现高效的有限元分析，Mote[13]首先提出有限元模型“整体-局部域”概念。Fish等[14-15]提出了一种处理局部不均匀或应力集中的简单有限元方法—有限元重合网格法，即将分析对象分整体区域和局部区域两个部分，局部域形状与整体域无关，整体区域表示分析对象整体情况，局部区域表示详细计算区域。文献[14－15]中，Fish将有限元重合网格法应用于复合材料层合板得到了与传统有限元方法近似的计算结果。Jin Woo Park[16]基于位移及应变假设研究重合网格法并与其他单元修正方法对比，证实了重合网格法的精确度。Ohyama等[17]采用修正的重合网格法预测杂交复合材料的力学性能，与传统有限元计算结果对比，两者有相同的变形及应力分布。黄其青等[18]研究了重合网格法中全局模型和局部模型网格大小和网格数量的关系以及对计算精度的影响。范学领等[19]使用重合网格法分析了混合模态下CFRP层合板分层问题，将虚裂纹闭合技术集成到S-FEM程序中，求解了复合材料分层尖端处的应变能释放率，计算结果表明，对于单方向及多方向CFRP复合材料层合板，重合网格法是一种有效的计算复合材料裂纹尖端应变能释放率的方法。

Jiang等[20]提出区域叠合技术用于处理机织复合材料有限元建模问题，该方法突破了传统意义上的建模思想，使建模更加容易，在保证一定计算精度的前提下，网格数量大幅减少，但受软件编程的制约，在实际应用方面受到一定限制。

本文作者基于有限元重合网格法，提出域分解方法用于预测机织复合材料的弹性性能。域分解方法扩展实际基体区域，建立整体域与纤维域模型，整体域模型规则，即实际基体与纤维域的叠加，两区域网格独立剖分，互不影响，消除了传统有限元技术中基体域网格奇异性。叠合两个区域的有限元模型，采用MSC. Nastran中的多节点约束在纤维域节点与整体域节点之间建立位移约束来模拟真实纤维和基体节点的位移协调函数关系，实现了纤维域和整体域的耦合计算，避免了重合网格法中繁琐边界条件的处理。运用MSC. Patran及其参数化语言PCL能够方便快捷地实现所有纤维域节点与整体域节点之间多节点约束的建立。为了准确模拟纤维与基体的受力关系，还需要对机织复合材料基体和纤维材料属性进一步处理，从而将机织复合材料复杂的几何建模难度转化到材料属性的处理及模型相互作用的约束上。本文中建立机织复合材料单胞，预测单胞的弹性常数并与试验数据对比，利用参数化语言PCL得到不同纤维体积分数下机织复合材料力学性能的变化规律。

1　域分解方法

域分解方法运用MSC. Patran中的组建立机织复合材料单胞的纤维域与整体域，采用两种完全独立的有限元网格离散模型，整体域模型规则网格划分较粗，纤维域模型复杂采用细网格划分，整体域节点与纤维域节点不需要完全重合。传统有限元方法及域分解原理如图1所示。其中：Matrix-domain为基体域；Fiber-domain为纤维域；Global-domain为整体域；Woven fabric composite(WCF)为机织复合材料。

采用MSC. Nastran中的多节点约束在纤维域节点与整体域节点之间建立耦合位移约束。域分解方法改变了真实基体的几何结构，要得到基体与纤维准确的受力关系，需要处理纤维域的材料属性。域分解方法关键是建立纤维域节点与整体域单元节

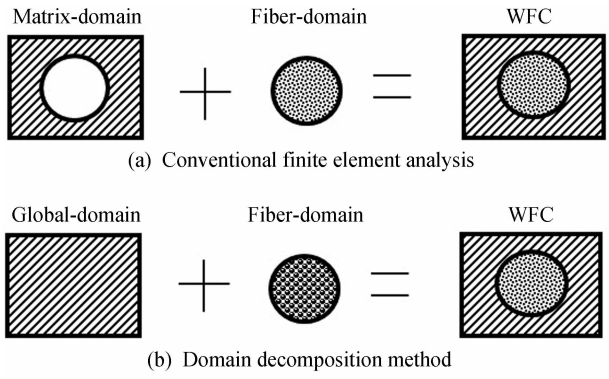


图 1　传统有限元方法及域分解原理

Fig. 1　Principle of conventional finite element analysis and domain decomposition method

点之间的耦合连接以及材料属性的处理。

1.1　域分解基本原理

Ω^{G} 为机织复合材料单胞整体域，Ω^{F} 为纤维域，基体域 $\Omega^{M}=\Omega^{G}\backslash\Omega^{F}$。机织复合材料单胞模型的位移向量可由整体域的位移向量$\{u^{G}\}$和纤维域位移向量$\{u^{F}\}$表示

$$\{u\}=\begin{cases}\{u^{G}\} & \text{on} \quad \Omega^{G}\\ \{u^{G}\}+\{u^{F}\} & \text{on} \quad \Omega^{F}\end{cases} \tag{1}$$

采用节点位移表示的位移函数为

$$\{u^{G}\}=[N^{G}]\{\underline{u}^{G}\},\quad \{u^{F}\}=[N^{F}]\{\underline{u}^{F}\} \tag{2}$$

其中：$[N^{G}]$、$[N^{F}]$是整体域与纤维域对应的单元形函数；$\{\underline{u}^{G}\}$、$\{\underline{u}^{F}\}$是整体域与纤维域对应单元的节点位移。对位移求偏导，得到应变，利用应力-应变矩阵即得到单胞应力方程：

$$\{\sigma\}=\begin{cases}[D^{G}]\{\varepsilon\} \text{ on } \Omega^{G}\\ [D^{F}]\{\varepsilon\} \text{ on } \Omega^{F}\end{cases} \tag{3}$$

其中：$[D^{G}]$、$[D^{F}]$分别为整体域与纤维域对应的材料弹性矩阵。

由虚功原理可知

$$\int_{\Omega}\{\delta\varepsilon\}^{T}\{\sigma\}\mathrm{d}\Omega=\int_{\Omega}\{\delta u\}^{T}\{b\}\mathrm{d}\Omega+\int_{\Gamma}\{\delta u\}^{T}\{t\}\mathrm{d}\Gamma \tag{4}$$

其中：$\{b\}$、$\{t\}$分别为体力及面力；$\delta\varepsilon$ 和 δu 分别为虚应变和虚位移；Γ 为面力作用边界。将公式(1)、(2)、(3)代入虚功原理中，整体域与纤维域定义了独立的位移场，从而得到如下方程：

$$\begin{bmatrix}[K^{GG}] & [K^{GF}]\\ [K^{FG}] & [K^{FF}]\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\underline{u}^{G}\\ \underline{u}^{F}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}f^{G}\\ f^{F}\end{Bmatrix} \tag{5}$$

$$[K^{GG}]=\int_{\Omega^{M}}[B^{G}]^{T}[D^{G}][B^{G}]\mathrm{d}\Omega+\int_{\Omega^{F}}[B^{G}]^{T}[D^{F}][B^{G}]\mathrm{d}\Omega \tag{6}$$

其中：$[B]$为单元形变矩阵；f 为节点载荷向量；$[K]$为刚度矩阵。

$$[K^{GF}]=\int_{\Omega^{F}}[B^{G}]^{T}[D^{F}][B^{F}]\mathrm{d}\Omega,$$

$$[K^{FG}]=[K^{GF}]^{T}. \tag{7}$$

$$[K^{FF}]=\int_{\Omega^{F}}[B^{F}]^{T}[D^{F}][B^{F}]\mathrm{d}\Omega \tag{8}$$

由公式(6)可知，$[K^{GG}]$需要分别在基体域与纤维域上积分求解，基体域形状不规则$[K^{GG}]$难以计算，如果按照图 1(b)所示的域分解方法将基体域扩充为形状规则的整体域，$[K^{GG}]$的计算将大大简化，因此，对公式(6)做如下处理：

$$[K^{GG}]=\int_{\Omega}[B^{G}]^{T}[D^{G}][B^{G}]\mathrm{d}\Omega+\int_{\Omega^{F}}[B^{G}]^{T}([D^{F}]-[D^{G}])[B^{G}]\mathrm{d}\Omega \tag{9}$$

因此，$[K^{GG}]$只需要在规则的整体域及处理过材料属性的纤维域中求解，证明了域分解方法将基体域扩展到整体域的可行性。

1.2　域耦合技术

耦合技术保证整体域与纤维域叠合部分的对应节点在变形过程中具有相同的位移，即保证整体域与纤维域在变形过程中边界连续。位移函数决定单元内位移、应力、应变分布规律，即通过插值函数以单元节点坐标表示单元内任意点的坐标，三维实体单元内任一点坐标(x, y, z)为

$$x=\sum_{i=1}^{m}N_{i}x_{i},\ y=\sum_{i=1}^{m}N_{i}y_{i},\ z=\sum_{i=1}^{m}N_{i}z_{i} \tag{10}$$

其中：x_i、y_i、z_i 为整体坐标系下的单元节点坐标，在单元局部坐标下定义插值函数 $N_i(\xi, \eta, \zeta)$，变量 ξ、η、ζ 取值范围为-1 到 1，m 为节点个数，N_i 在对应单元节点 i 取值 1，单元其它所有节点取值为 0。等参单元节点位移具有与坐标相同的插值函数，因此，两区域采用相同等参单元以保证变形连续性，三维实体等参单元内任一点位移(u, v, w)为

$$u=\sum_{i=1}^{m}N_{i}u_{i},\ v=\sum_{i=1}^{m}N_{i}v_{i},\ w=\sum_{i=1}^{m}N_{i}w_{i} \tag{11}$$

其中：u_i、v_i、w_i 为整体坐标系下的单元节点位移。

传统有限元建立采用共节点方法实现机织复合材料单胞模型纤维域与基体域连接，即保证纤维与基体接触面上的每一个节点都重合，通过消除共节点使得纤维节点与基体节点重合形成一个节点，这个节点属于基体单元同时属于纤维单元，单胞模型

变形时，此节点根据基体单元的插值函数运动，从而带动纤维运动。域分解方法采用有限单元位移插值函数的概念，整体域与纤维域节点不重合时，运用 MSC. Nastran 中的多节点约束在纤维域节点与整体域节点之间建立同样的耦合插值函数。多节点约束可以将施加在主节点上的位移按照各个节点的权因子转化到从属节点上，从属节点位移为

$$u=\sum_{i=1}^{m}q_iu_i,\ v=\sum_{i=1}^{m}r_iv_i,\ w=\sum_{i=1}^{m}t_iw_i \tag{12}$$

其中：q_i、r_i、t_i 为权因子；u_i、v_i、w_i 为主节点位移。若定义多节点约束对应每一个主节点三个方向位移权因子相等，那么多节点约束具有与三维实体单元近似的位移函数。取三维实体单元的插值位移函数 $Ni(\xi,\ \eta,\ \zeta)$为权因子，则多节点约束在纤维域节点与整体域节点之间按照有限元变形原理建立位移插值函数，实现了域分解技术中整体域与纤维域的耦合连接。本文中采用具有较高精度的 8 节点六面体等参单元，插值函数为

$$N_i=\frac{1}{8}(1+\xi_0)(1+\eta_0)(1+\zeta_0) \tag{13}$$

其中：$\xi_0=\xi_i\xi$，$\eta_0=\eta_i\eta$，$\zeta_0=\zeta_i\zeta$，$i=1,\ 2,\ \cdots,\ 8$。图 2 为在纤维域节点(A)与整体域节点(六面体单元顶点 1～8)之间建立的多节点约束示意图。

1.3　纤维域节点及整体域单元对应关系判定

域分解方法在所有纤维域节点与对应的整体域单元节点之间建立多节点约束，需要找出每个纤维域节点对应的整体域单元。在 MSC. Patran 中不同组中建立机织复合材料单胞模型的整体域与纤维域，方便提取纤维域节点编号及整体域单元编号。寻找纤维域节点对应的整体域单元，关键是判断节点是否在单元内部。本文中采用 8 节点六面体等参元，根据立体几何理论可知，不共线的三点确定一个平面，即已知任意不共线三点的坐标，可求出其

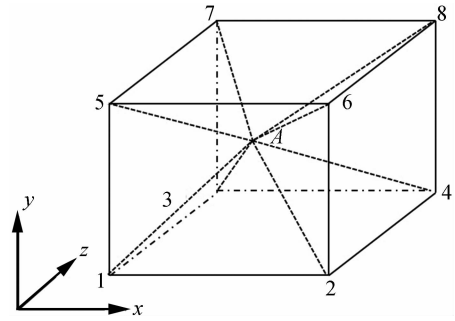


图 2　纤维域节点(A)与整体域节点(1～8)之间多节点约束示意图

Fig. 2　Multi-point constraints among node (A) in fibre domain and nodes (1－8) in global domain

平面方程，而根据点到面距离公式，可计算得任意面外节点到该面的距离。为了方便后面判断纤维节点是否在六面体单元中，采用无绝对值的距离公式：

$$d=\frac{Ax_0+By_0+Cz_0+D}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}} \tag{14}$$

计算纤维域节点到对应整体域单元六个面的距离，利用六个距离值的正负即可判断纤维域节点是否在这个六面体单元体内。利用参数化语言 PCL 将此判据扩展到单胞模型中所有纤维域节点及整体域单元，即得到每一个纤维域节点及其对应的整体域单元。

1.4　材料属性耦合关系

一般假设基体为均匀各向同性材料，纤维为均匀正交各向异性材料。域分解方法改变了真实基体的几何结构，要保证刚度阵的正确性，得到整体域与纤维域之间准确的受力关系，必须处理机织复合材料单胞模型纤维域的材料属性。因此，整体域采用原始基体材料属性，而纤维域采用修正的纤维材料属性。三维各向同性材料的应力-应变刚度阵为

$$[D]^{\mathrm{M}}=\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}\begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \tag{15}$$

其中：E、ν 是基体材料的弹性模量和泊松比，上标 M 代表基体材料，均匀各向同性材料只有两个独立的弹性常数。三维均匀正交各向异性材料的应力-应变刚度阵为

$$[D]^{\mathrm{F}}=\begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{21}}{E_2} & \frac{-\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{13}}{E_1} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} \end{bmatrix}^{-1} \tag{16}$$

其中：E_1、E_2、E_3 是弹性模量；G_{12}、G_{13}、G_{23} 是剪切模量；ν_{12}、ν_{13}、ν_{23} 是泊松比，上标 F 代表纤维材料。

由公式(9)的推导结果可知，为了保证数值计算及纤维域与整体域材料本构关系的正确性，域分解方法对纤维域的材料属性做出如下修正：

$$[D]^{\mathrm{F-D}}=[D]^{\mathrm{F}}-[D]^{\mathrm{M}} \tag{17}$$

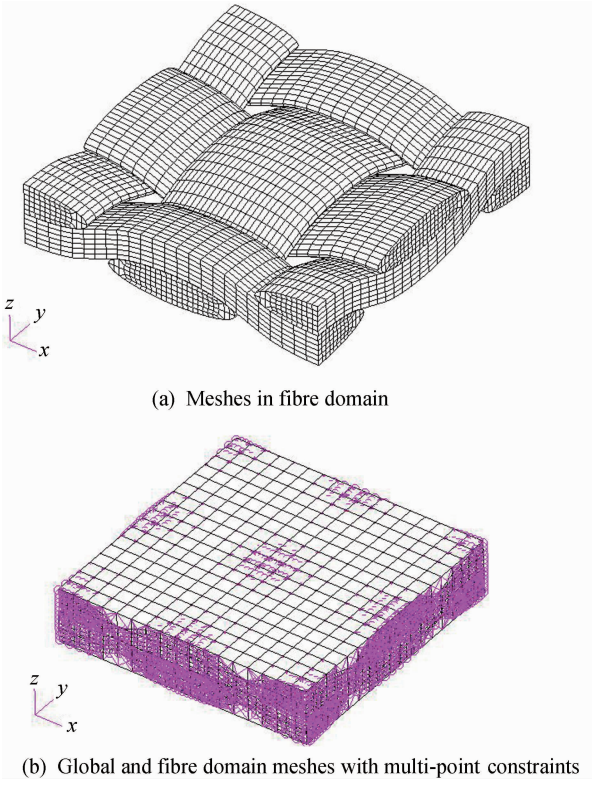
其中，上标(F－D)为修正的纤维域材料。修正的纤维材料刚度阵即原纤维刚度阵减去基体的刚度阵。纤维域采用修正的纤维材料属性，及整体域与纤维域之间的多节点约束，保证了域分解方法的可行性。

2　数值算例

2.1　有限元建模

采用大型通用分析软件 MSC. Patran 和 MSC. Nastran 进行数值模拟仿真，预测机织复合材料单胞模型弹性常数，并且与试验数据对比，验证域分解方法的正确性。

机织复合材料与层合复合材料的重要区别在于，在机织预成型件中纤维束彼此交叉、扭结形成一个整体，而层合复合材料中的纤维束在同层内彼此不相交平行排列。纤维束扭结处存在相互作用，导致纤维束的剖面形状发生变化，形成椭圆形。本文中数值算例选择织物组织比较简单但是具有代表性的二维平纹机织复合材料，经纬纱采用相同的材料，相同的排列密度及相同的屈曲度，因此单胞模型在 x、y 方向具有对称性。图 3 为本文中采用的二维平纹机织复合材料单胞的纤维域有限元网格图及单胞连接图，单胞模型参数见表 1。



(a) Meshes in fibre domain

(b) Global and fibre domain meshes with multi-point constraints

图 3　机织复合材料单胞模型图

Fig. 3　Unit cell of woven fabric composite

表 1　机织复合材料单胞模型参数(纤维体积分数 65%)

Table1　Unit cell dimensions of woven fabric composite (fibre volume fraction 65%)

Dimension	L	H	a	b
Length/mm	1.67	0.362	0.36	0.085

L－Length of unit cell; H－Height of unit cell; a, b－Major and short axis of fiber cross section, respectively.

2.2　材料属性

为了验证域分解方法预测机织复合材料弹性常数的可行性、正确性及适用性，本文中选择两种机织复合材料作为研究对象。

首先，采用域分解方法预测二维机织复合材料 AS4/Vinyl ester 弹性纤维增强方向弹性模量，并与传统有限元计算结果及试验数据对比[21-22]，验证域分解方法预测二维机织复合材料 AS4/Vinyl ester纤维增强方向弹性模量的可行性及准确性。

然后，采用二维机织复合材料 HTA/977－2 作为研究对象，验证域分解方法预测二维机织复合材

料弹性常数的适用性。材料属性见表 2，材料属性均来自 CYTEC 公司试验标准测试数据，其中拉伸模量及泊松比测试标准为 ASTM D3039，剪切模量测试标准为 ASTM D5379[23]。

表 2　纤维 HTA、基体 977－2 及机织复合材料 HTA/977－2 材料属性(纤维体积分数 65%)

Table 2　Mechanical properties of fibre (HTA), matrix (977－2) and woven fabric composite (HTA/977－2) (fibre volume fraction 65%)

Properties	Fiber(HTA)	Matrix (977－2)	Woven fabric composite (HTA/977－2)
E_x/GPa	230.974	3.5	53.42
E_z/GPa	14.479	3.5	9.1
G_{xz}/GPa	22.7527	1.3	4.5
G_{xy}/GPa	5.1707	1.3	6.2
ν_{xz}	0.27	0.35	0.464
ν_{xy}	0.27	0.35	0.035

2.3　弹性常数

采用平均化方法计算二维平纹机织复合材料单胞模型的弹性常数，即提取所有单元质心应力与应变的加权平均值。单胞模型的平均应力及平均应变计算公式如下式：

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{V}\int_V \varepsilon_{ij}\,\mathrm{d}V = \frac{1}{V}[\Sigma\varepsilon_{ij}^{\mathrm{G}}V_i^{\mathrm{G}} + \Sigma\varepsilon_{ij}^{\mathrm{F}}V_i^{\mathrm{F}}],$$

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V}\int_V \sigma_{ij}\,\mathrm{d}V = \frac{1}{V}[\Sigma\sigma_{ij}^{\mathrm{G}}V_i^{\mathrm{G}} + \Sigma\sigma_{ij}^{\mathrm{F}}V_i^{\mathrm{F}}]. \tag{18}$$

其中：V 为单胞体积；σ_{ij}^{G} 和 $\varepsilon_{ij}^{\mathrm{G}}$ 为整体域单元应力及应变；σ_{ij}^{F} 和 $\varepsilon_{ij}^{\mathrm{F}}$ 为纤维域单元应力及应变。

2.3.1　模量 E_x、E_y

平均化方法求解单胞弹性模量，需要施加合理的边界条件，预测 x 方向模量，在 x 方向施加位移约束为

$$\begin{aligned}
&u_x(0,\ y,\ z) = 0,\quad u_x(L,\ y,\ z) = kL;\\
&u_y(x,\ 0,\ z) = 0,\quad u_y(x,\ L,\ z) = \delta_y;\\
&u_z(x,\ y,\ 0) = 0,\quad u_z(x,\ y,\ H) = \delta_z.
\end{aligned} \tag{19}$$

其中：L、L、H 分别为单胞 x、y、z 方向的长度(单胞模型中 x 和 y 方向长度相同)；k 为位移系数，为避免单元变形过大，k 取值一般在 10^{-2} 左右；δ_y、δ_z 分别为 y、z 方向由于泊松效应出现的变形。本文中建立的二维平纹机织复合材料单胞模型中经纬纱具有相同的材料属性、排列密度及屈曲度，因此，x 方向模量与 y 方向模量相同，E_y 与 E_x 采用相同的分析方法，预测 y 方向拉伸模量的边界条件为

$$\begin{aligned}
&u_x(0,\ y,\ z) = 0,\quad u_x(L,\ y,\ z) = \delta_x;\\
&u_y(x,\ 0,\ z) = 0,\quad u_y(x,\ L,\ z) = kL;\\
&u_z(x,\ y,\ 0) = 0,\quad u_z(x,\ y,\ H) = \delta_z.
\end{aligned} \tag{20}$$

表 3 给出了机织复合材料传统有限元方法及域分解单胞模型模量 E_x 和试验值。

表 3　传统有限元方法(C_FEA)及域分解单胞模型(DDM)预测模量 E_x 与试验值

Table 3　Comparison among longitudinal modulus E_x estimated by conventional finite element analysis (C_FEA), domain decomposition method (DDM) and experimental data of woven fabric composite

Material	C_FEA	DDM	Experimental data
AS4/Vinyl ester[21-22]	41.5	42.1	42.8
HTA/977－2	—	53.3	53.42

文献[21－22]中只有机织复合材料纤维增强方向弹性模量的传统有限元预测值及试验数据，因此材料 AS4/Vinyl ester 只采用域分解方法计算纤维增强方向拉伸模量 E_x。由表 3 可知，与传统有限元对比，域分解方法预测机织复合材料 AS4/Vinyl ester 纤维增强方向的拉伸模量与试验值更为接近，域分解方法预测的两种机织复合材料拉伸模量 E_x 与试验值误差均低于 2.0%。纤维增强方向拉伸模量 E_x、E_y 是工程应用中衡量机织复合材料刚度的重要性能指标，尽管复合材料试验测量也有一定的分散性，数值计算结果仍可以证明域分解方法对预测机织复合材料弹性模量具有足够的精度及相对于传统有限元计算方法的优势。

2.3.2　弹性常数

预测 z 方向模量，在 z 方向施加位移约束为

$$\begin{aligned}
&u_x(0,\ y,\ z) = 0,\quad u_x(L,\ y,\ z) = \delta_x;\\
&u_y(x,\ 0,\ z) = 0,\quad u_y(x,\ L,\ z) = \delta_y;\\
&u_z(x,\ y,\ 0) = 0,\quad u_z(x,\ y,\ H) = kH.
\end{aligned} \tag{21}$$

其中：δ_x、δ_y 分别为 x、y 方向由于泊松比效应出现的变形。本文中建立的二维平纹机织复合材料单胞模型在 xoy 平面内具有对称性，剪切模量 G_{xz} 与 G_{yz} 相同。预测剪切模量 G_{xz} 的边界条件为

$$\begin{aligned}
&u_x(x,\ y,\ 0) = 0,\quad u_x(x,\ y,\ H) = kH;\\
&u_y(x,\ 0,\ z) = 0,\quad u_y(x,\ L,\ z) = \delta_y;\\
&u_z(x,\ y,\ 0) = 0,\quad u_z(x,\ y,\ H) = kL.
\end{aligned} \tag{22}$$

预测剪切模量 G_{yz} 的边界条件为

$$\begin{aligned}
&u_x(0,\ y,\ z) = 0,\quad u_x(L,\ y,\ c) = \delta_x;\\
&u_y(x,\ y,\ 0) = 0,\quad u_y(x,\ y,\ H) = kH;\\
&u_z(0,\ y,\ z) = 0,\quad u_z(x,\ y,\ H) = kL.
\end{aligned} \tag{23}$$

面内剪切模量 G_{xy} 的边界条件为

$$u_x(x, 0, z) = 0, \quad u_x(x, L, z) = kL;$$
$$u_y(0, y, z) = 0, \quad u_y(L, y, z) = kL;$$
$$u_z(x, y, 0) = 0, \quad u_z(x, y, H) = \delta_z. \tag{24}$$

泊松比 ν_{ij} 用于描述作用于 i 方向的应变引起的 j 方向应变的改变，机织复合材料存在三种泊松比，其中主泊松比 $\nu_{xz}=\nu_{yz}$。ν_{zx} 与 ν_{xz} 是一对泊松比，前者施加 z 方向应变，得到的 x 方向应变的减少量；后者施加 x 方向应变，得到的 z 方向应变的减少量，为了得到误差较小的泊松比，采用公式(21)所示的边界条件即可。泊松比 ν_{xy} 用于描述作用于 x 方向的应变引起的 y 方向应变的改变，采用公式(19)所示的边界条件即可。表 4 给出了机织复合材料域分解单胞模型弹性常数和试验值。

表 4　域分解单胞模型(DDM)预测 HTA/977－2 机织复合材料弹性常数与试验值

Table 4　Comparison between mechanical properties estimated by domain decomposition method (DDM) and experimental data of woven fabric composite HTA/977－2

Property	DDM	Experimental data
E_z/GPa	10.0	9.1
$G_{xz}=G_{yz}$/GPa	8.9	4.5
G_{xy}/GPa	12.2	6.2
$\nu_{xz}=\nu_{yz}$	0.43	0.464
ν_{xy}	0.043	0.035

从表 4 可以看出，域分解方法预测的机织复合材料弹性模量 E_z 与试验值对比，误差为 9.0%，域分解方法预测机织复合材料非纤维增强方向弹性模量与试验值有一定误差，但是误差在 10%以内，一般工程应用中这个误差是可以接受的。域分解方法预测的机织复合材料剪切模量 G_{xz} 与试验值对比，误差为 49.4%，G_{xy} 与试验值对比，误差为 49.1%，域分解模型预测机织复合材料剪切模量与试验值有较大的误差，剪切模量测量比较困难，对纤维及基体的剪切模量、泊松比都很敏感，但是一般工程应用认为剪切模量对机织复合材料主要性能影响不大。域分解方法预测的机织复合材料泊松比 ν_{xz} 与试验值对比，误差为 7.3%，ν_{xy} 与试验值对比，误差为 18.6%，域分解模型预测机织复合材料泊松比与试验值有一定误差，但是误差在 20%以内，而且泊松比对机织复合材料主要性能影响不大，因此，这个误差也是可以接受的。

3　域分解方法应用

机织复合材料既是材料也是结构，从材料设计思想出发，将机织复合材料宏观力学性能与织物细观结构联系起来，已知纤维及基体材料属性，即可预测机织复合材料的力学性能，这对于工程应用具有重要的指导意义。

本文中基于区域叠合技术提出域分解方法用于预测机织复合材料的弹性性能，通过预测纤维含量为 65%的机织复合材料单胞模型的弹性常量，验证域分解方法预测机织复合材料弹性性能的可行性及准确性。实际应用中机织复合材料中纤维体积分数不定，因此，本文中将进一步研究不同纤维体积分数下机织复合材料弹性常数的变化规律，利用参数化语言 PCL 方便的得到不同纤维体积分数下机织复合材料的弹性常数。图 4 给出不同纤维体积分数下，域分解方法预测的二维平纹机织复合材料弹性常数的变化规律。

由图 4 可知，二维平纹机织复合材料域分解模型模量 E_x、E_z、G_{xy}、G_{xz} 随纤维体积分数的增加而增加，增加幅度不同；泊松比 ν_{xy}、ν_{xz} 随纤维体积分数的增加而减小。纤维体积分数过低或者过高时，弹性常数变化不稳定，但是工程常用纤维体积分数为 30%～60%，此区间内，曲线变化连续，可以为工程实用提供参考。

4　结　论

(1) 提出域分解方法用于预测机织复合材料的弹性常数，避免了传统有限元方法单胞模型难以建立、网格奇异性等问题，大大简化了复合材料细观力学建模的复杂性，为复合材料细观力学有限元建模开辟了一条新思路。

(2) 采用域分解方法预测二维平纹机织复合材料的主要弹性常数与试验数据吻合较好，表明域分解方法预测二维平纹机织复合材料弹性常数的可行性及正确性。

(3) 随纤维体积分数增加，域分解方法预测二维平纹机织复合材料的弹性常数模量 E_x、E_z、G_{xy}、G_{xz} 呈上升趋势，泊松比 ν_{xy}、ν_{xz} 呈降低趋势。

(4) 由于采用了大型通用有限元软件 MSC. Patran 中的组和多节点约束，使得域分解方法实现更加方便，应用将更为广泛。

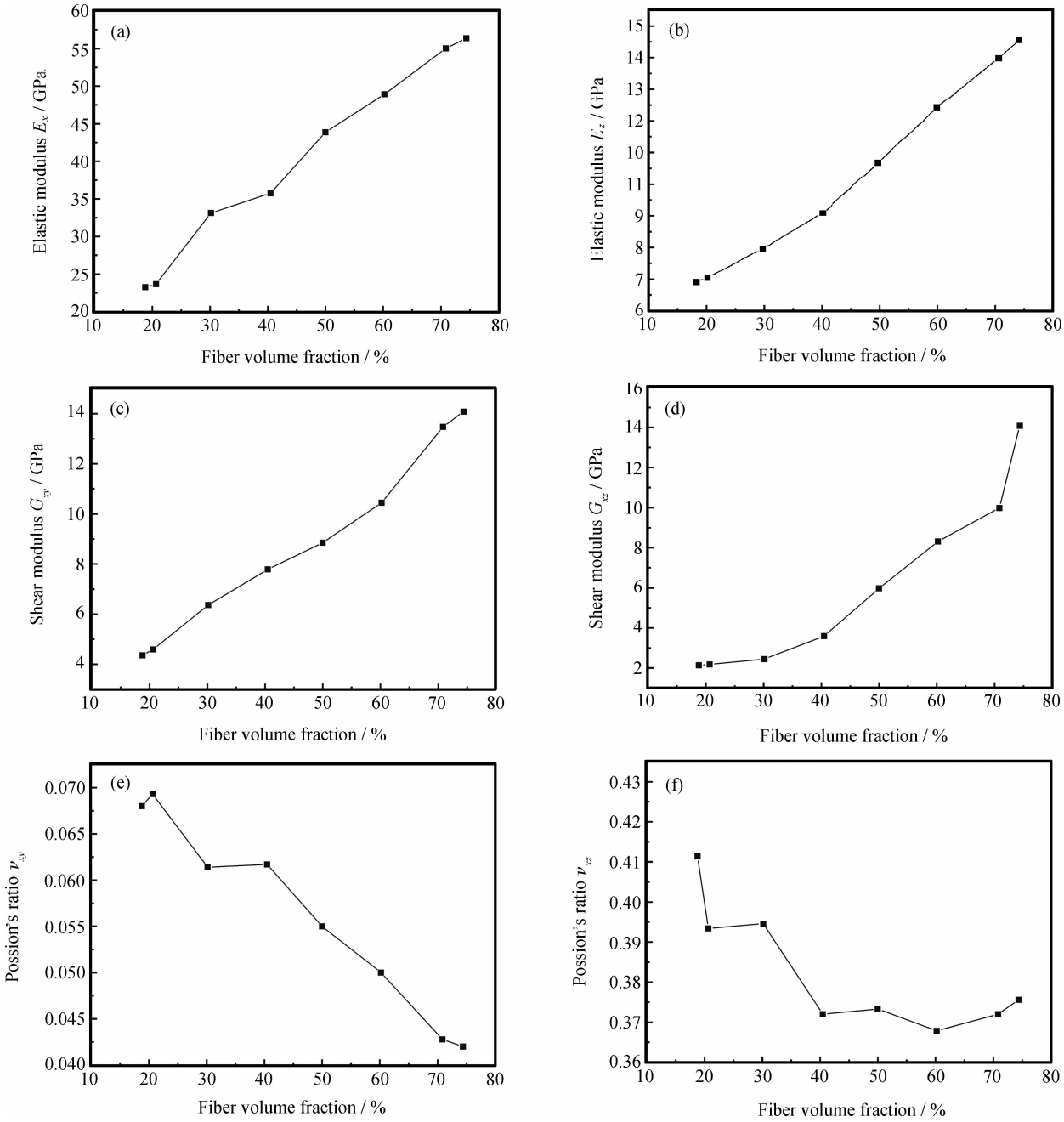


图 4　不同纤维体积分数下域分解方法预测的二维平纹机织复合材料 HTA/977－2 弹性常数的变化规律

Fig. 4　Tendency of numerical calculations of mechanical properties estimated by domain decomposition method at different fibre volume fractions of woven fabric composite HTA/977－2

参考文献：

[1] 梁　军，陈晓峰. 多向编织复合材料的力学性能研究 [J]. 力学进展，1999，29(2)：197-210.
Liang Jun，Chen Xiaofeng. Study of mechanical properties of multi direction braided composite [J]. Advances in Mechanics，1999，29(2)：197-210.

[2] Derek H，Clyne T W. An introduction to composite materials [M]. Cambridge：Cambridge University Press，1996.

[3] Ishikawa T，Chou T W. One dimensional micromechanical analysis of woven fabric composite [J]. AIAA Journal，1983，21：1714-1721.

[4] Ishikawa T，Chou T W. Stiffness and strength behavior of woven fabric composites [J]. Journal of Materials Science，1982，17(11)：3211-3220.

[5] Ishikawa T，Matsushima M，Hayashi Y，et al. Experimental confirmation of the theory of elastic moduli of fabric composites [J]. Journal of Composite Materials，1985，

19(9)：443-458.

[6] Lee J W，Charles H，Harris E. A micromechanics model for the effective Yong's modulus of a piecewise isotropic laminate with wavy patters [J]. Journal of Composite Materials，1985，19(9)：443-458.

[7] 王　瑞，王建坤，武　玲. 平纹织物复合材料的弹性模量预测 [J]. 复合材料学报，2002，19(1)：90-94.
Wang Rui，Wang Jiankun，Wu Ling. Prediction for elastic properties of plain weave fabric composites [J]. Acta Materiae Compositae Sinica，2002，19(1)：90-94.

[8] 王立朋，燕　瑛. 编织复合材料弹性性能的细观分析及试验研究 [J]. 复合材料学报，2004，21(4)：152-156.
Wang Lipeng，Yan Ying. Micro analysis and experimental study of the elastic properties of braided composites structure [J]. Acta Materiae Compositae Sinica，2004，21(4)：152-156.

[9] Tan P，Tong L，Steven G P. Modeling for predicting the mechanical properties of textile composite — A review [J]. Composites Part A：Applied Science and Manufacturing，1997，28：903-922.

[10] Crookston J J，Long A C，Jones I A. A summary review of mechanical properties prediction methods for textile reinforced polymer composites [J]. Proceedings of the Mechanical Engineering：Part L — Journal of Materials Design and Applications，2005，219(2)：91-109.

[11] 张　超，许希武. 二维二轴编织复合材料几何模型及弹性性能预测 [J]. 复合材料学报，2010，27(5)：129-135.
Zhang Chao，Xu Xiwu. Geometrical model and elastic properties prediction of 2D biaxial braided composites [J]. Acta Materiae Compositae Sinica，2010，27(5)：129-135.

[12] 张　超，许希武. 二维二轴 1×1 编织复合材料细观结构模型及力学性能有限元分析 [J]. 复合材料学报，2011，28(6)：215-222.
Zhang Chao，Xu Xiwu. Microstructure model and finite element analysis of mechanical properties of 2D 1×1 biaxial braided composites [J]. Acta Materiae Compositae Sinica，2011，28(6)：215-222.

[13] Mote C D. Global - local finite element [J]. International Journal for Numerical Method in Engineering，1971，3：565-574.

[14] Fish J. The S - version of the finite element method [J]. Composites and Structures，1992，43(3)：539-547.

[15] Fish J，Guttal R. The S-version of the finite element method for laminated composites [J]. International Journal for Numerical Method in Engineering，1996，39：3641-3662.

[16] Park J W. Efficient finite element analysis using mesh superposition technique [J]. Finite Elements in Analysis and Design，2003，39：619-638.

[17] Ohyama D，Kurashiki T. Estimation of mechanical behavior of braided composites based on mesh superposition method [C]// Proceeding of 18th ICCM. Jeju Island，Korea：[s. n.]，2011.

[18] 谢　伟，黄其青，张允涛. 二维有限元重合网格法网格特性研究 [J]. 西北工业大学学报，2010，28：497-502.
Xie Wei，Huang Qiqing，Zhang Yuntao. Exploring mesh characteristics of S-version finite element method(S-FEM) in two-dimensional linear elastic fracture mechanics [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University，2010，28：497-502.

[19] 范学领，孙　秦，菊池正纪. 重合网格法在复合材料分层问题中的应用 [J]. 宇航材料工艺，2008(5)：17-20.
Fan Xueling，Sun Qin，Masanori Kikuchi. Mixed - mode delamination analysis of CFRP by using element overlap technique [J]. Aerospace Materials & Technology，2008(5)：17-20.

[20] Jiang W G，Hallett S R. Development of domain superposition technique for the modeling of woven fabric composites [C]// Camanho P P. ECCOMAS Thematic Conference on Mechanical Response of Composites. Porto，Portugal：[s. n.]，2007：12-14.

[21] Ito M. An analytical and experimental study of strength and failure behavior of plain weave composites [J]. Journal of Composite Material，1998，32：1-30.

[22] Barbero E J. Finite element continuum damage modeling of plain weave reinforced composites [J]. Composites Part B：Engineering，2006，37，137-147.

[23] Cytec. Cytec engineered materials [EB/OL]. (2010)[2011-10-14]. http：// www. cytec. com/engineered - materials/index. htm.