复合材料学报
Acta Materiae Compositae Sinica
第 28 卷 第 2 期 4 月 2011 年
Vol. 28 No. 2 April 2011

文章编号：1000-3851(2011)02-0201-05

缝纫泡沫夹芯复合材料板的稳定性分析

马元春[1,2]，俸 翔[1]，卢子兴*[1]，卢文书[2]，王伯平[3]

（1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院，北京 100191；2. 沈阳飞机设计研究所，沈阳 110035；
3. 空军航空大学 航空理论系，长春 130022）

摘 要： 整体屈曲是缝纫复合材料夹芯板的一种重要失效模式。考虑到缝纫夹芯复合材料板一般较厚且面板与芯层厚度相差较大，缝纫工艺对夹芯板刚度影响较大的特点，基于高阶剪切理论，编制了缝纫泡沫夹芯复合材料板稳定性分析的有限元程序。利用该程序对多个算例进行了计算，所得临界屈曲应力与文献及试验结果吻合很好。同时，讨论了不同边界条件下缝纫泡沫夹芯复合材料板稳定性随缝纫参数（包括针距、行距和缝纫针半径）以及结构参数（包括面板铺层角、芯层厚度和缝纫夹芯板边长）的变化规律。

关键词： 缝纫；复合材料；泡沫夹芯板；屈曲；高阶剪切

中图分类号： TB332；TB330.1 **文献标志码：** A

Stability analysis of stitched foam-core composite sandwich plates

MA Yuanchun[1,2], FENG Xiang[1], LU Zixing*[1], LU Wenshu[2], WANG Boping[3]

(1. School of Aeronautic Science and Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;
2. Shenyang Aircraft Design and Research Institute, Shenyang 110035, China;
3. Department of Flight Theory, Aviation University of Air Force, Changchun 130022, China)

Abstract: The global buckling is one of the important failure modes of stitched foam-core composite sandwich plates. Considering the characters that the thicknesses of stitched foam-core composite sandwich are always relatively large and the thicknesses of face panel and core are obviously different, in addition that the stitching process influences the property evidently, the finite element program for stability analysis of stitched foam-core composite sandwich plates was written based on higher-order shear deformation theory. The calculation results revealed the consistency with the results in references and experiments. The relationship between the stability of stitched foam-core composite sandwich plates and stitching parameters (including step, space and radius of needle) and structural parameters (including stacking angles in face panel, thickness of the core and length of the sandwich) was discussed.

Keywords: stitched; composite; foam-core sandwich; buckling; higher-order shear

由于横向性能较差，尤其是面板与夹芯之间的界面强度较低，使得传统复合材料夹芯板在航空、船舶等工程领域无法作为结构材料大量使用。Adams等[1]提出了缝纫泡沫夹芯结构形式的复合材料，即用韧性缝线在厚度方向将面板和夹芯缝合在一起，然后整体固化成型。这种缝纫工艺大大提高了复合材料夹芯板的横向性能尤其是横向剪切强度。近年来，国内外对各种缝纫增强的复合材料研究较多[2-10]。其中，文献[8]和[9]基于经典层合板理论，将缝线等效为分布的弹性约束，对含有各种分层形式的缝纫复合材料层合板的局部屈曲性能进行了分析；而文献[10]进一步考虑了工艺缺陷造成的缝线松弛，将缝线等效为双线性的弹性约束，对含有不同分层的缝纫复合材料层合板的局部屈曲性能进行了分析。

事实上，整体屈曲是复合材料层合板以及夹芯板重要的破坏形式之一[11]。等效单层方法（Equivalent single layer，ESL）将夹芯板的位移假设为厚度方向上的连续可微函数，同逐层（Layer wise，LW）理论[12-13]和三维有限元方法（3D finite element method，3D FEM）[14]相比，该方法具有自由度少、计算效率高的特点，已被广泛应用于层合

收到初稿日期： 2010-03-08；**收到修改稿日期：** 2010-07-06
基金项目： 国家自然科学基金（10932001，11072015）
通讯作者： 卢子兴，教授，博士生导师，研究方向为泡沫材料力学及复合材料结构强度 E-mail：luzixing@buaa.edu.cn

板及夹芯板结构的稳定性分析中[15-16]。但是，目前关于缝纫泡沫夹芯复合材料板的稳定性研究报道还甚少。本文中基于高阶剪切变形理论(Higher-order shear deformation theory，HSDT)，编制了有限元程序，利用该程序对多个算例进行了计算，讨论了缝纫泡沫夹芯复合材料板屈曲载荷随缝纫参数及结构参数的变化规律，所得结论对缝纫泡沫夹芯复合材料结构设计具有一定的指导意义。

1　基于 HSDT 的有限元方法

1.1　位移场

图 1 为复合材料夹芯板。长度为 b，宽度为 a，面板与芯层的厚度分别为 h_f 和 h_c，h 为夹芯板总厚度。建立总体坐标系，分别用 u、v、w 表示 x、y、z 轴方向上的位移，并假设为[17]

$$\begin{cases} u = u_0 + f_1(z)\chi_x + f_2(z)\psi_x \\ v = v_0 + f_1(z)\chi_y + f_2(z)\psi_y \\ w = w_0 \end{cases} \tag{1}$$

其中：下标"0"表示夹芯板中面位移；$\psi_x = \partial w/\partial x$；$\psi_y = \partial w/\partial y$；$\chi_x$ 和 χ_y 为中面法线相对于 x 和 y 轴的转角；$f_1(z) = z - 4z^3/(3h^2)$；$f_2(z) = -4z^3/(3h^2)$。这样，每个节点有 7 个位移自由度，用向量可表示为 $\boldsymbol{U}^e = [\,u_0 \quad v_0 \quad w_0 \quad \chi_x \quad \chi_y \quad \psi_x \quad \psi_y\,]^T$。

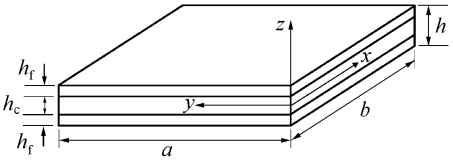

图 1　夹芯板总体坐标系

Fig. 1　Coordinates system of sandwich plate

1.2　刚度矩阵

采用 8 节点 Serendipity 单元[18]，得到单元刚度矩阵为

$$\boldsymbol{K}^e = \sum_{k=1}^{n} \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} \boldsymbol{B}'^T \boldsymbol{D}_k \boldsymbol{B}' \,|\boldsymbol{J}'|\, \frac{h_k}{h} \mathrm{d}\xi \mathrm{d}\eta \mathrm{d}\zeta_k \tag{2}$$

其中：$\boldsymbol{B}'$为面板与芯层局部坐标系中的应变转换矩阵[19]；$\boldsymbol{J}'$为雅克比矩阵；$\boldsymbol{D}_k$ 和 h_k 分别为第 k 层的材料的刚度矩阵及厚度。类似地，可以得到几何刚度矩阵为

$$\boldsymbol{K}_g^e = \sum_{k=1}^{n} \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} \boldsymbol{N}'^T \boldsymbol{\sigma}_k \boldsymbol{N}' \,|\boldsymbol{J}'|\, \frac{h_k}{h} \mathrm{d}\xi \mathrm{d}\eta \mathrm{d}\zeta_k \tag{3}$$

其中：$\boldsymbol{N}'$为各单层局部坐标系中的位移插值矩阵；$\boldsymbol{\sigma}_k$ 为在夹芯板上施加单位应力时得到的第 k 层上的初应力矩阵。分别集成 $\boldsymbol{K}^e$ 与 $\boldsymbol{K}_g^e$ 可以得到整体刚度矩阵 $\boldsymbol{K}$ 以及整体几何矩阵 $\boldsymbol{K}_g$。求解下面特征值方程：

$$(\boldsymbol{K} + \lambda \boldsymbol{K}_g)\boldsymbol{A} = 0 \tag{4}$$

并取最小特征值作为结构的屈曲强度 $\sigma_{cr} = \lambda_{min}$。$\boldsymbol{A}$ 为特征向量。

1.3　缝纫对夹芯板结构的影响

由于缝线的加入，复合材料面板在针孔附近产生了局部富树脂区和纤维偏转区。加压固化后，泡沫夹芯针孔内由树脂填充，与缝线组成缝线树脂柱。因此缝纫后的夹芯结构性能发生了显著变化。

文献[20]中采用改进的纤维弯曲模型计算了缝纫复合材料层合面板的刚度；对缝纫增强的泡沫夹芯部分，把缝线树脂柱看作是泡沫基体中的增强相，将其简化为特殊的单向增强复合材料，提出了用串并联组合模型来预测其刚度。试验中发现，加压固化过程中，树脂的渗透会造成缝纫后夹芯板面板厚度的增加；且缝纫密度越大，厚度增加也越大。本文中改进了文献[20]中的缝纫复合材料泡沫夹芯板的刚度计算方法。假设缝纫后面板厚度增加量 Δh_f 与缝纫针距 n 和行距 m 的关系如下：

$$\Delta h_f / h_f = c_1(mn)^2 + c_2 mn + c_3 \tag{5}$$

其中：h_f 为缝纫前夹芯板面板厚度；c_1、c_2 与 c_3 为待定常数。

2　结果与讨论

2.1　有效性验证

假设夹芯板面板中复合材料单层板的材料参数为：$E_L/E_T = 19$，$G_{LT}/E_T = 0.52$，$G_{TT}/E_T = 0.338$，$\nu_{LT} = 0.32$，$\nu_{TT} = 0.49$(L、T 分别表示单层板中纤维的纵向与横向)；芯层材料参数为：$E_1/E_T = 3.2\times10^{-5}$，$E_2/E_T = 2.9\times10^{-5}$，$E_3/E_T = 0.4$，$G_{12}/E_T = 2.4\times10^{-3}$，$G_{13}/E_T = 7.9\times10^{-2}$，$G_{23}/E_T = 6.6\times10^{-2}$，$\nu_{12} = 0.99$，$\nu_{13} = \nu_{23} = 3.0\times10^{-5}$(1、2、3 分别表示 x、y、z 轴方向)。夹芯板铺层方式为$[0/90/0/90/0/\mathrm{core}]_S$，且 $a = b$。在 x 方向施加均布压缩载荷，采用如下四边简支(SSSS)边界条件：

$$\begin{cases} w_0 = \chi_y = \psi_y = 0 & (x = 0, b) \\ w_0 = \chi_x = \psi_x = 0 & (y = 0, a) \end{cases} \tag{6}$$

为验证程序的有效性，利用程序计算得到不同长厚

比及面板芯层厚度比情况下的夹芯板无量纲屈曲载荷 $\sigma_b=\sigma_{cr}a^2/E_T h^2$（$\sigma_{cr}$为夹芯板屈曲应力），与文献对比结果列于表 1 中。可见预测结果与文献值吻合很好。

表 1　无量纲屈曲应力 σ_b 计算结果与文献的对比

Table 1　Contrast of dimensionless buckling stress σ_b between results in present and references

	$2h_f/h$	0.05	0.1	0.15	0.2
$a/h=10$	Ref.[21]	2.2081	3.7385	4.8307	5.6721
	Ref.[16]	2.2940	3.8540	4.9690	5.8080
	Present	2.2952	3.8500	4.9700	5.8090
$a/h=20$	Ref.[21]	2.5534	4.6460	6.4401	7.9352
	Ref.[16]	2.5761	4.7160	6.5044	8.0086
	Present	2.5817	4.7216	6.5101	8.0144

通过侧压试验，可得到一组缝纫泡沫夹芯复合材料板的屈曲载荷。其中缝纫夹芯板的长、宽分别为(去除夹持部分) $b=250$ mm 和 $a=60$ mm；面板材料为 T300 帘子布/BA9911，铺层顺序为 $[45/-45/0/90/0/-45]_S$（0°方向与 x 轴方向一致）。夹芯为闭孔硬质聚甲基丙烯酰亚胺泡沫 ROHACELL51WF。面板和芯层厚度分别为 $h_f=1.8$ mm 和 $h_c=5$ mm。缝纫面线和底线分别为 400 旦与 1500 旦的 Kevlar 29 纤维，采用改进的锁式缝纫，缝纫针距 $n=8$ mm，行距 $m=8$ mm，平行于铺层 0°方向缝合。试验件缝合后经过VARI 工艺成形。试验采用如下双固支(CFCF)边界条件：

$$v_0=w_0=\chi_x=\chi_y=\psi_x=\psi_y=0 \quad (x=0,\ b) \tag{7}$$

计算结果与试验值的比较列于表 2 中。可见计算结果比试验值略小一些，偏于保守。

表 2　屈曲应力 σ_{cr} 计算结果与试验结果的对比

Table 2　Contrast for buckling stress σ_{cr} between results of present model and experiments

		Failure mode	Strength/kN
Experiment	Sample 1	Buckling	20.13
	Sample 2	Buckling	20.00
	Sample 3	Buckling	21.96
	Sample 4	Buckling	19.14
	Sample 5	Buckling	19.29
	Sample 6	Buckling	20.74
Mean			20.21
Present model			18.32

2.2　缝纫参数和结构参数对稳定性的影响

缝纫泡沫夹芯复合材料板的面板、芯层材料及缝纫方式如 2.1 节中所述。在两条边($x=0$、$x=b$)上对缝纫夹芯板施加均布压缩载荷，利用程序计算可得到在如式(6)与式(7)的边界条件下的缝纫夹芯板屈曲应力 σ_{cr}。

取缝纫夹芯板边长 $a=b=400$ mm，面板及芯层厚度分别为 $h_f=1.8$ mm 和 $h_c=7$ mm，面板铺层顺序为$[45/-45/0/90/0/-45]_S$。改变针距 n 与行距 m，得到的屈曲应力 σ_{cr}的变化曲线如图 2 所示。针距与行距不同，缝纫后的面板厚度改变量满足式(5)，式中 c_i($i=1$，2，3)通过现有的试验拟合确定。由于随着针距或行距的增加，缝纫密度减小，缝纫后夹芯板面板厚度的增加量也同时减小，导致弯曲刚度的降低。故由图 2 可见，2 种边界条件下的缝纫夹芯板屈曲应力均随着针距或行距的增加而减小。但是，从数值上看，缝纫密度的改变所造成的缝纫夹芯板屈曲应力的变化量是较小的。

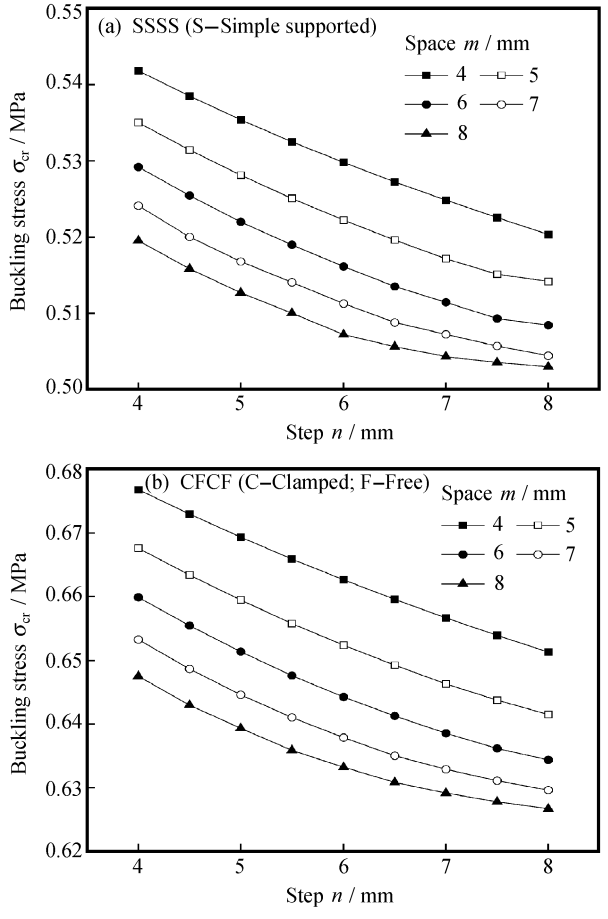

图 2　不同边界条件及行距 m 下的缝纫夹芯板屈曲应力随针距 n 的变化曲线

Fig. 2　Relationship between buckling stress and step n with different boundary conditions and space m

若考虑缝纫针半径 r_n 不同，则计算得到的缝纫夹芯板屈曲应力随芯层厚度 h_c 的变化曲线如图 3 所示。显而易见，随着芯层厚度的增加，弯曲

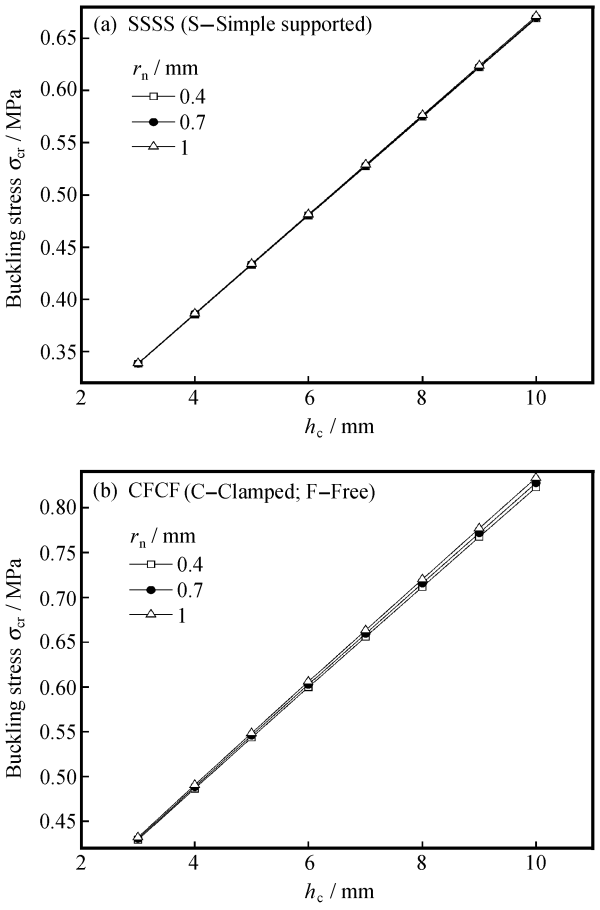

图 3　不同边界条件及缝纫针半径 r_n 下的缝纫夹芯板屈曲应力随芯层厚度 h_c 的变化曲线

Fig. 3　Relationship between buckling stress and thickness of core h_c with different boundary conditions and stitching needle radius r_n

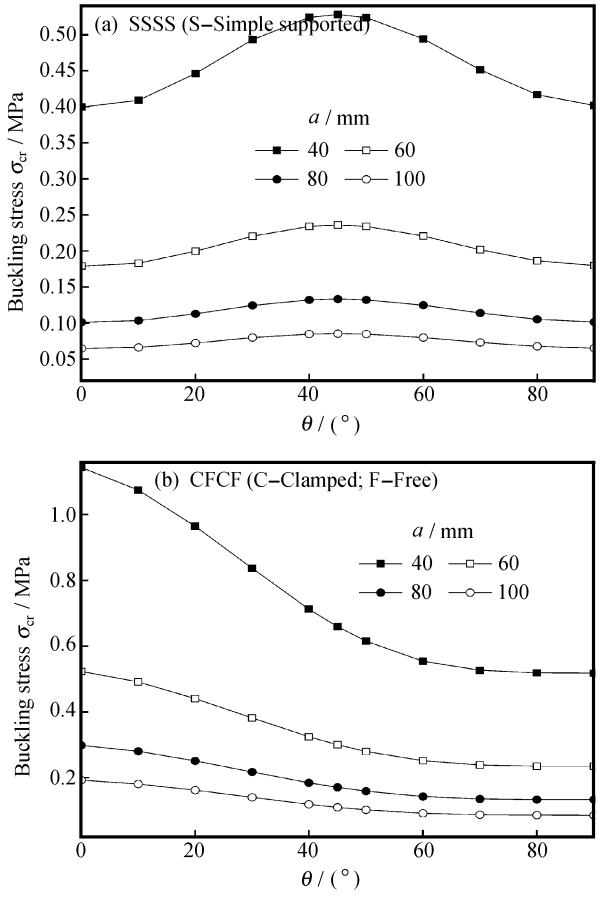

图 4　不同边界条件及边长 a 下的缝纫夹芯板屈曲载荷随铺层角 θ 的变化曲线

Fig. 4　Relationship between buckling stress and stacking angle θ with different boundary conditions and sandwich length a

刚度增大，缝纫夹芯板的屈曲应力呈现线性增加的趋势；缝纫针半径不同，造成缝纫后芯层中树脂柱尺寸的不同，主要影响缝纫夹芯板厚度方向的刚度，而对加载方向刚度影响不大。故如图 3 中所示，缝纫针半径对屈曲应力的影响并不明显。

假设面板铺层方式为$[\theta/-\theta/0/90/0/-\theta]_S$，得到的不同边长的正方形缝纫夹芯板屈曲应力随 θ 的变化曲线如图 4 所示。在四边简支(SSSS)边界条件下，当 $\theta<45°$时，缝纫夹芯板 y 方向刚度较小，屈曲首先在该方向上发生。随着 θ 的增加，y 方向刚度增加，从而屈曲应力也增加。当 $\theta>45°$时，缝纫夹芯板的屈曲主要受 x 方向刚度的影响，x 方向刚度随着 θ 的增加而逐渐减小，使得屈曲应力随之减小。当 $\theta=45°$时，屈曲应力达到最大。这说明，为提高缝纫夹芯板屈曲强度，应尽量使面板中 45° 铺层置于离芯层中心较远的位置。然而，在双固支(CFCF)边界条件下，屈曲应力受加载方向的面内刚度影响较大。随着 θ 的增大，x 方向刚度减小，屈曲应力也随之逐渐减小，并且在 $\theta>70°$以后变化逐渐趋于稳定。另一方面，在 2 种边界条件下，随着边长的增大，缝纫夹芯板的屈曲应力逐渐减小，屈曲应力随 θ 的变化曲线也变得越来越平缓。

3　结　论

本文中基于高阶剪切变形理论，编制了有限元程序，对缝纫泡沫夹芯复合材料板的稳定性进行了分析，并讨论了不同边界条件下缝纫泡沫夹芯复合材料板稳定性随缝纫参数及结构参数的变化规律。算例计算表明，计算结果与文献值及试验数据吻合较好，并有如下主要结论：

(1) 随着针距、行距的增加，弯曲刚度减小，屈曲应力也随之减小。

（2）缝纫夹芯板边长越大，屈曲应力越小；并且面板中纤维方向角导致的屈曲应力变化幅值随着缝纫夹芯板边长的增大而减小。

（3）缝纫针半径对屈曲应力的影响很小；而随着芯层厚度的增加，屈曲应力呈直线增加。

参考文献：

[1] Adams D O, Stanley L E. Development and evaluation of stitched sandwich panels, NASA CR - 211025 [R]. Washington: NASA, 2001: 1-166.

[2] Parampal S, Valeria L S. Experimental investigation on performance of angle-stitched sandwich structures [C]// 45th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. New York: AIAA, 2004: 1-14.

[3] Valeria L S, Shinjiro K. Evaluation of static compression properties of notched stitched sandwich structures [C]// 45th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. New York: AIAA, 2004: 1-9.

[4] 邓爱民，张佐光，李 敏，等. Z向增强泡沫夹芯阻燃复合材料力学性能 [J]. 复合材料学报，2007，24(5)：50-54.
Deng Aimin, Zhang Zuoguang, Li Min, et al. Mechanical properties of Z-direction reinforced foam core sandwich fire-resistant composite [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2007, 24(5): 50-54.

[5] 郑锡涛，孙 秦，李 野，等. 全厚度缝合复合材料泡沫芯夹层结构力学性能研究与损伤容限评定 [J]. 复合材料学报，2006，23(6)：29-36.
Zheng Xitao, Sun Qin, Li Ye, et al. Mechanical behavior and damage tolerance tests of composite through-thickness stitched foam sandwich panels [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2006, 23(6): 29-36.

[6] 于 芳，燕 瑛. 缝合复合材料弹性常数细观力学模型的分析比较 [J]. 宇航材料工艺，2007，37(1)：36-39.
Yu Fang, Yan Ying. Comparison of micro-mechanical model for elastic constants analysis of stitched composites [J]. Aerospace Materials & Technology, 2007, 37(1): 36-39.

[7] 黄 涛，矫桂琼，李 野. 缝纫泡沫夹层结构芯子剪切模量研究 [J]. 机械强度，2007，29(1)：113-117.
Huang Tao, Jiao Guiqiong, Li Ye. Study on shear modulus of stitched foam core sandwich [J]. Journal of Mechanical Strength, 2007, 29(1): 113-117.

[8] 桂良进，叶 宁，郦正能，等. 含椭圆分层缝纫复合材料层板的局部屈曲研究 [J]. 北京航空航天大学学报，2000，26(6)：701-704.
Gui Liangjin, Ye Ning, Li Zhengneng, et al. Study on local buckling of stitched composite laminates with an elliptical delamination [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2000, 26(6): 701-704.

[9] 桂良进，郦正能，章怡宁，等. 含任意分层缝纫正交层合板压缩屈曲分析 [J]. 复合材料学报，2001，18(2)：97-101.
Gui Liangjin, Li Zhengneng, Zhang Yining, et al. Analysis on compression on buckling of stitched orthotropic laminates including arbitrary delamination [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2001, 18(2): 97-101.

[10] Yavuz A K, Papoulia K D, Phoenix S L, Hui C Y. Stability analysis of stitched composite plate system with delamination under hygro-thermal pressure [C]// 46th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. Texas: AIAA, 2005: 1-10.

[11] Vinson J R. The behavior of sandwich structures of isotropic and composite materials [M]. Pennsylvania: Technomic Publishing Company, Inc, 1999: 255-226.

[12] Moreira R A S, Rodrigues J D. A layerwise model for thin soft core sandwich plates [J]. Computers and Structures, 2006, 84(19/20): 1256-1263.

[13] Plagianakos T S, Saravanos D A. Higher-order layer-wise laminate theory for the prediction of interlaminar shear stresses in thick composite and sandwich composite plates [J]. Computers and Structures, 2009, 87(1): 23-35.

[14] Pokharel N, Mahendran M. Finite element analysis and design of sandwich panels subject to local buckling effects [J]. Thin-Walled Structures, 2004, 42(4): 589-611.

[15] Reddy J N, Phan N D. Stability and vibration of isotropic, orthotropic and laminated plates according to a higher-order shear deformation theory [J]. Journal of Sound and Vibration, 1985, 98(2): 157-170.

[16] Nayak A K, Moy S S J, Shenoi R A. A higher order finite element theory for buckling and vibration analysis of initially stressed composite sandwich plates [J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 286(4/5): 763-780.

[17] Reddy J N. Mechanics of Laminated composite plates, theory and analysis [M]. Florida: Chemical Rubber Company Press, 1996: 591-600.

[18] 王勖成，邵 敏. 有限单元法基本原理和数值方法 [M]. 北京：清华大学出版社，1997：102-106.

[19] Panda S, Nataraian R. Analysis of laminates composite shell structures by finite element method [J]. Computers and Structures, 1981, 14(3/4): 225-230.

[20] 马元春，韩海涛，卢子兴，卢文书. 缝纫泡沫夹芯复合材料的刚度预测与试验验证 [J]. 复合材料学报，2010，27(5)：101-107.
Ma Yuanchun, Han Haitao, Lu Zixing, Lu Wenshu. Theoretical prediction and experimental study of the stiffness of stitched foam-core sandwich composites [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2010, 27(5): 101-107.

[21] Noor A K, Peters J M, Burton W S. Three dimensional solutions for initially stressed stuctural sandwiches [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1994, 120(2): 284-303.