复合材料学报
Acta Materiae Compositae Sinica
第 22 卷 第 4 期 8 月 2005 年
Vol. 22 No. 4 August 2005

文章编号: 1000-3851(2005)04-0183-05

三维正交机织物结构的几何模型

郭兴峰*, 黄 故, 王 瑞
(天津工业大学 纺织与服装学院,天津 300160)

摘 要: 以经、纬纱为直线, 捆绑纱为正弦和直线组合的曲线, 建立了三维正交机织物的几何结构模型。根据捆绑纱所限定纱线的截面积, 建立了以织物结构参数为未知量的非线性方程组, 使用数值计算方法求出了非线性方程组的近似解, 确定了捆绑纱曲线模型中的待定量。制织了纬纱捆绑和经纱捆绑两种玻璃纤维三维正交机织布, 并与不饱和聚酯树脂复合, 然后观察复合材料中捆绑纱的形态, 发现捆绑纱的测试曲线与模型曲线具有很好的一致性。进一步比较捆绑纱织缩率的测试值与计算值、纤维体积含量的测试值与计算值, 表明建立的织物结构几何模型, 能够较为真实地反映三维正交机织物的实际结构。

关键词: 三维正交机织物; 几何模型; 捆绑纱; 正弦曲线
中图分类号: TB332 **文献标识码**: A

GEOMETRIC MODEL OF THREE DIMENSIONAL ORTHOGONAL WOVEN FABRIC STRUCTURES

GUO Xingfeng*, HUANG Gu, WANG Rui
(School of Textile and Clothing, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300160, China)

Abstract: Based on the straight warp and weft threads, combined sine and straight line of the binder yarn, a geometric model of 3D orthogonal fabric structure was established. According to the yarn cross-area confined by the binder, non-linear equations that include fabric structural parameters as unknown quantities were set up. The approximate values were calculated and the unknown quantity in the binder yarn model was determined by a numerical method. Two pieces of glass fiber three-dimensional orthogonal fabrics were woven and consolidated with unsaturated polyester. The shape of the binder yarn in the manufactured composites was tested. The observed shape of the binder yarn is in accordance with the model result. Furthermore, the binder yarn crimp factor, the fiber volume fraction of tested values and modeled ones are also compared. The results show that the established fabric geometric model can be used to represent the practical 3D orthogonal woven fabric structures.

Keywords: 3D orthogonal woven fabric; geometric model; binder yarn; sine line

在三维机织复合材料中, 正交立体机织物的结构简单、生产方便, 在理想结构状态下经纱、纬纱和捆绑纱呈直线状态, 因而与树脂系统复合后具有优良的力学性能。在三维正交机织物结构的研究中, 单元体[1~3](单胞)是使用较多的一种模型, 它以三个相互正交的纱线为最小结构单元, 但这种模型没有考虑经纬纱层数的差异。根据交织方法的不同, 纬纱捆绑的正交织物, 经纱比纬纱多 1 层; 而经纱捆绑的正交织物纬纱比经纱多 1 层。Gu[4]在理想状态下采用巨元体(巨胞)计算纤维体积含量, 得到了与实测值较为接近的结果, 但捆绑纱的矩形折线状态与实际结构存在差异。

Lee[5]在传统织机上生产三维正交机织物, 采用实验观察方法研究了正交机织复合材料的结构, 提出捆绑纱近似呈正弦曲线状态。Leong[6]进而研究了捆绑纱形态对复合材料力学性能的影响, 发现捆绑纱的非矩形折线分布降低了复合材料的强度。尽管在特制的立体织机上生产三维正交机织物[7~8], 可以得到较为理想的正交织物结构, 但传统织机的低成本生产优势, 使这种方法生产的正交

收稿日期: 2004-09-07; **收修改稿日期**: 2004-11-10
基金项目: 天津市高等学校科技发展基金项目(20010505)
通讯作者: 郭兴峰, 博士, 副教授, 主要从事纺织结构复合材料的研究 E-mail: xfguo374@sohu.com

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

织物及其复合材料得到深入研究[9,10]。

为有利于应用，本文作者采用传统织机生产三维正交机织物，根据织物的实际结构，首先建立捆绑纱的曲线模型，然后计算织物的结构参数，以便为预测织物的纤维体积含量和复合材料的力学特性打下基础。

1　三维正交机织物的几何结构模型

制织了纬纱捆绑(试样 1)和经纱捆绑(试样 2)两种正交机织布，所用纱线均为无碱无捻玻璃长丝纱，织物参数如表 1。采用 VARTM 方法，将两种正交织物与不饱和聚酯树脂复合，制成了复合材料试样。

在两种三维正交机织复合材料中，经纱、纬纱基本呈理想的直线状态，虽然处于上、下表层的纱线受捆绑纱的作用，存在轻微的弯曲现象，但这种弯曲并不明显，且在复合成型时所施加的压力，也使表层纱线的弯曲程度降低，这与 Leong[6] 的研究结果一致。经、纬纱的直线状态，有利于其承载能力的发挥，也使对正交机织物结构的研究，简化为对捆绑纱形态和它所限定纱线截面形状的研究。观察捆绑纱的形态，发现处于织物表面的捆绑纱存在轻微的压扁现象，但实际应用中，捆绑纱一般较细，以免显著影响经、纬纱方向的纤维体积含量[3~4]，故本文中不考虑捆绑纱截面形状的变化。两种织物的捆绑纱沿轴向的曲线形态分别如图 1、图 2 所示。

图 3 是以 5 层纬纱、6 层经纱、纬纱捆绑的正交织物(试样 1)为例，建立的织物结构几何模型示

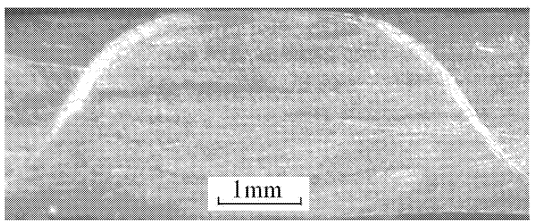

图 1　捆绑纬纱的轴向形态

Fig. 1　The axial shape of binder weft

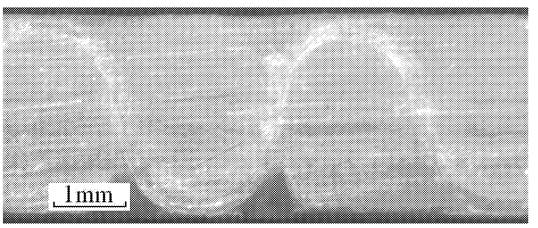

图 2　捆绑经纱的轴向形态

Fig. 2　The axial shape of binder warp

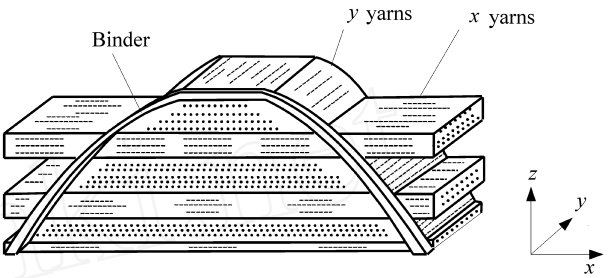

图 3　正交机织物的结构示意图

Fig. 3　Schematic structure of orthogonal woven fabric

意图，其中 x 向纱为纬纱，y 向纱为经纱。由于织物结构的上下对称性，图中只画出了织物中心线上层的 3 层 y 向纱、2.5 层 x 向纱。为使建立的模型具有通用性，规定捆绑纱沿 x 方向，对于经纱捆绑的正交织物，则 x 向纱为经纱，y 向纱为纬纱。

在研究机织复合材料的细观结构时，许多文献将纱线的截面形状理想化为矩形、凸透镜形[11]、椭圆形[12]、跑道形[13]等，由于复合材料一般使用截面具有可变性的无捻纱线，且要求织物的结构紧密以便获得较高的纤维体积含量，因此本文中设纱线的截面为其周围纱线所限定的形状，则 x 向纱、捆绑纱的截面为矩形，y 向纱在曲线结构的捆绑纱和 x 向纱的限定下，各层截面形状并不相同。

捆绑纱由左右对称的两段曲线和一段直线组成，如图 4 所示，曲线和直线的比例与织物的结构有关，设捆绑纱曲线呈正弦规律布分，且中心线的方程为

$$f_b = M_b \sin\left(\frac{\pi}{2D}x\right) \tag{1}$$

表 1　织物参数

Table 1　Fabric parameters

Sample	End/ tex	Pick/ tex	Binder/ tex	Warp layers	Weft layers	Ends/ (cm ·layer)$^{-1}$	Picks/ (cm ·layer)$^{-1}$	Fabric thickness/ mm
1	1800	600	600	6	5	2	1.75	2.51
2	1000	500	1000	4	5	5	4.8	2.43

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

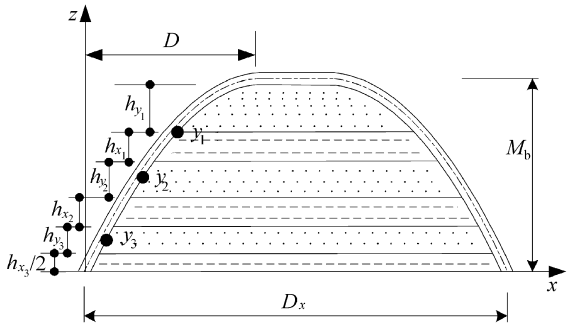

图 4 捆绑纱曲线及其限定的纱线截面

Fig. 4 Binder yarn line and its confined yarn cross-section

则捆绑纱的上、下轮廓线方程分别为

$$f_{bu} = M_b \sin\left(\frac{\pi}{2D}x\right) + z_b/2 \tag{2}$$

$$f_{bl} = M_b \sin\left(\frac{\pi}{2D}x\right) - z_b/2 \tag{3}$$

$$M_b = \frac{1}{2}\left(H - z_b\right) \tag{4}$$

式中：M_b 为捆绑纱的屈曲幅度，D 为正弦曲线的 1/4 波长，z_b 为捆绑纱在 z 向的厚度，H 为织物的厚度。

2 织物结构参数的计算

2.1 织物几何参数的方程组表示

在正交织物中，尽管经纱、纬纱和捆绑纱的粗细可各不相同，但为了生产方便，各层 x 向纱（y 向纱）都采用相同的纱线，x 向纱、捆绑纱的截面尺寸可由单元体法计算[3]，各层 x 向纱的厚度 h_{x1}、h_{x2}、h_{x3} 相等。由于捆绑纱的限定作用，各层 y 向纱的截面形状不同，厚度 h_{y1}、h_{y2}、h_{y3} 不同，且：$h_{y1} > h_{y2} > h_{y3}$

尽管捆绑纱的作用使 y 向纱截面形状不同，但各层的截面积并未发生变化，因此，通过求各层 y 向纱的截面积，可以建立包含 y 向纱厚度 h_{y1} 的方程。

点 y_1（图 4）为捆绑纱下轮廓线与第 1 层 x 向纱上轮廓线的交点，其坐标（x_1，z_1）为

$$\begin{cases} z_1 = M_b - \dfrac{z_b}{2} - h_{y1} \\ x_1 = \dfrac{2D}{\pi}\sin^{-1}\left(1 - \dfrac{h_{y1}}{M_b}\right) \end{cases} \tag{5,6}$$

利用式(3)积分，则第 1 层 y 向纱的截面积

$$S_{y1} = 2\left\{\int_0^{\frac{D_x}{2}}\left[f_{bl} - \left(M_b - \frac{z_b}{2} - h_{y1}\right)\right]\mathrm{d}x + \left(\frac{D_x}{2} - D\right)h_{y1}\right\} = (D_x h_{y1} - 2DM_b) + (M_b - h_{y1})\frac{4D}{\pi}\sin^{-1}\left(1 - \frac{h_{y1}}{M_b}\right) + \frac{4M_b D}{\pi}\cos\left[\sin^{-1}\left(1 - \frac{h_{y1}}{M_b}\right)\right] \tag{7}$$

式中 D_x 为捆绑纱的跨度，可由 y 向纱的密度计算。

为了简化计算，将第 2、第 3 层 y 向纱的截面形状看成梯形，梯形的中位线与捆绑纱下轮廓线的交点为 y_2、y_3。

点 y_2 的坐标

$$\begin{cases} z_2 = M_b - \dfrac{z_b}{2} - h_{y1} - h_{x1} - \dfrac{h_{y2}}{2} \\ x_2 = \dfrac{2D}{\pi}\sin^{-1}\left(1 - \dfrac{h_{y1} + h_{x1} + h_{y2}/2}{M_b}\right) \end{cases}$$

点 y_3 的坐标

$$\begin{cases} z_3 = \dfrac{1}{2}(h_{x3} + h_{y3}) \\ x_3 = \dfrac{2D}{\pi}\sin^{-1}\left(\dfrac{h_{x3} + h_{y3} + z_b}{2M_b}\right) \end{cases}$$

则第 2 层 y 向纱的截面积

$$S_{y2} = h_{y2}(D_x - 2x_2) = h_{x2}\left[D_x - \frac{4D}{\pi}\sin^{-1}\left(1 - \frac{h_{y1} + h_{x1} + h_{y2}/2}{M_b}\right)\right] \tag{8}$$

第 3 层 y 向纱的截面积

$$S_{y3} = h_{y3}(D_x - 2x_3) = h_{y3}\left[D_x - \frac{4D}{\pi}\sin^{-1}\left(\frac{h_{x3} + h_{y3} + z_b}{2M_b}\right)\right] \tag{9}$$

捆绑纱的屈曲幅度 M_b

$$M_b = \frac{1}{2}h_{x3} + h_{y3} + h_{x2} + h_{y2} + h_{x1} + h_{y1} + \frac{1}{2}z_b \tag{10}$$

在非线性方程(7)～(10)中，包含 4 个未知量 h_{y1}、h_{y2}、h_{y3}、D，其余参数可由织物的参数和测量的织物厚度间接计算，纱线截面积与纱线特数的关系

$$S = \frac{T}{\rho d}\times 10^{-3} \tag{11}$$

式中：T 为纱线的粗细（特数），d 为纤维的密度（g/cm^3），ρ 为纱线中纤维所占的体积百分率，一般为 0.60～0.75[4]，这里取 0.65。

2.2 织物几何参数的计算

根据表 1 所列的初始条件，由单元体法可计算 x 向纱、捆绑纱的截面尺寸，M_b 由式(4)计算（结果参见表 2）。因为建立的非线性方程组很难直接求得精确解，使用牛顿迭代法[14,15]计算未知量的

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

表 2　计算结果

Table 2　Calculated results

Sample	M_b/ mm	h_{y1}/ mm	h_{y2}/ mm	h_{y3}/ mm	D/ mm	F_1/ $\times10^{-9}$	F_2/ $\times10^{-9}$	F_3/ $\times10^{-9}$	F_4/ $\times10^{-9}$
1	1. 1914	0. 3183	0. 2594	0. 2320	1. 1519	- 4. 606	5. 829	2. 223	- 5. 272
2	1. 0906	0. 2681	0. 1927	0. 1762	0. 6167	- 6. 13	- 0. 975	- 0. 625	- 4. 60

近似解，结果如表 2，表中 $F_1 \sim F_4$ 是近似解在非线性方程中产生的非零误差。

因此，试样 1 中捆绑纬纱的正弦曲线

$$f_b = 1.1914 \times \sin\left(\frac{\pi}{2 \times 1.1519} x\right) \tag{12}$$

试样 2 中捆绑经纱的正弦曲线

$$f_b = 1.0906 \times \sin\left(\frac{\pi}{2 \times 0.6167} x\right) \tag{13}$$

3　计算结果与测试结果的比较分析

3. 1　捆绑纱曲线形态

两种织物捆绑纱中心线的测试曲线和模型计算曲线分别如图 3、图 4 所示，可见模型曲线与测试曲线是相似的。

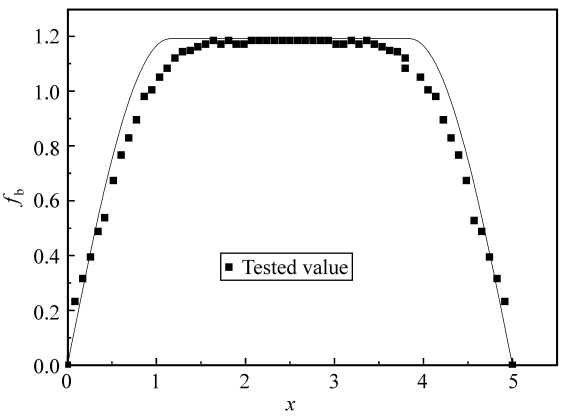

图 5　捆绑纬纱的测试曲线与模型曲线

Fig. 5　Tested and modeling weft binder yarn line

3. 2　捆绑纱的织缩率

由于捆绑纱的实际曲线测试并不方便，而织缩率反映了织物中纱线的弯曲程度，是织物生产时可以控制的一个指标。为了有利于应用，下面通过比较织缩率的模型计算值和实际测试值，来反映模型曲线与实际曲线的差异。

按照曲线积分，捆绑纱的长度为

$$L = 2\left[\int_0^{D_x} \sqrt{1 + (f_b')^2}\,\mathrm{d}x + \left(\frac{D_x}{2} - D\right)\right] = 2\int_0^{D_x} \sqrt{1 + \left[M_b \frac{\pi}{2D}\cos\left(\frac{\pi}{2D}x\right)\right]^2}\,\mathrm{d}x + (D_x - 2D) \tag{14}$$

则捆绑纱的织缩率

$$a_b = \left(1 - \frac{D_x}{L}\right) \times 100\ \% \tag{15}$$

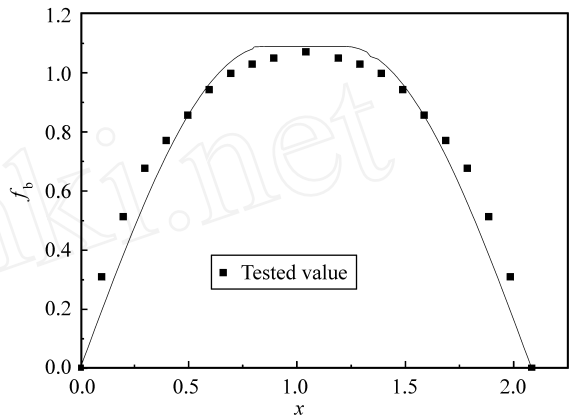

图 6　捆绑经纱的测试曲线与模型曲线

Fig. 6　Tested and modeling warp binder yarn line

使用数值计算方法计算出捆绑纱的曲线长度，再由计算的捆绑纱长度和实际测试的长度，可分别计算捆绑纱的织缩率。对于纬纱捆绑的正交织物，织缩率的计算值和测试值分别为 17. 95 %和 16. 8 %；对于经纱捆绑的正交织物，计算值和测试值分别为 39 %和 36. 6 %。两种织物计算值与测试值的误差分别为 6. 8 %和 6. 4 %，可见计算值与测试值是接近的。

3. 3　纤维体积含量

根据计算的捆绑纱长度和已知的织物参数，可以计算两种正交织物的纤维体积含量，结果如表 3，表中同时给出了纤维体积含量的测试值，可见，计算值与测试值较为一致。

4　结　论

在三维正交机织物结构的几何模型中，经纱、纬纱可用直线，捆绑纱可用正弦和直线相组合的曲线模型近似表示。

曲线状态的捆绑纱使其限定的 x 向纱(经纱或纬纱)呈不规则截面，根据纱线的截面积可建立包含织物结构参数的非线性方程组，使用数值计算求方程组的近似解，从而求出织物的结构参数，建立

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

表 3 正交机织物的纤维体积含量

Table 3 Fiber volume fraction of the orthogonal woven fabric %

Sample	*x* yarn		*y* yarn		Binder		Total	
	T	C	T	C	T	C	T	C
1	7.8	8.23	33.2	33.84	2.5	2.0	43.5	44.07
2	19.6	19.69	10	10.94	4.2	4.48	33.8	35.11

Notes: T—Tested Value, C—Calculated Value

捆绑纱的曲线模型函数。

通过比较捆绑纱的模型曲线与测试曲线、捆绑纱织缩率的计算值和实际值、纤维体积含量的计算值和测试值，说明建立的织物几何结构模型较为准确地反映了织物中经纱、纬纱和捆绑纱的实际结构。

参考文献：

[1] Peter S T. Handbook of Composites [M]. Second edition. London: Chapman & Hall, 1998. 397—422.

[2] 道德琨，吴以心，李兴国. 立体织物与复合材料[M]. 上海：中国纺织大学出版社，1998. 47-53.
Dao D K, Wu Y X, Li X G. Three-dimensional fabrics and composite materials [M]. Shanghai: China Textile University Press, 1998. 47-53.

[3] 郭兴峰，王 瑞，黄 故，等. 三维正交机织物参数对纤维体积含量的影响[J]. 复合材料学报，2004，21(2)：123-127.
Guo X F, Wang R, Huang G, *et al*. The influence of 3D orthogonal woven fabric parameters on the fiber volume fraction [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2004, 21(2): 123-127.

[4] Gu P. Analysis of 3-D woven preforms and their composite properties [D]. Raleigh: North Carolina State University, 1994. 89-97.

[5] Lee B, Herszberg I, Bannister M K, *et al*. The effect of weft binder length on the architecture of multilayer woven carbon preforms [A]. In: Scott M L, ed. Proceeding of the 11th International Conference on Composite Materials(Vol 5) [C]. Gold Coast: University of Melbourne, Australia, 1997. 260-269.

[6] Leong K H, Lee B, Herszberg I, *et al*. The effect of binder path on the tensile properties and failure of multilayer woven CFRP composites [J]. *Composites Science and Technology*, 2000, 60(1): 149-156.

[7] Kuo W S, Cheng K B. Processing and microstructures of 3D woven-fabric composites incorporating solid rods [J]. *Composites Science and Technology*, 1999, 59(12): 1833-1846.

[8] Kuo W S, Lee L C. Elastic and damage behavior of three-dimensional woven composites incorporating rods [J]. *Composites: Part A*, 1999, 30(10): 1135-1148.

[9] Rudov-Clark S, Mouritz A P, Lee L, *et al*. Fibre damage in the manufacture of advanced three-dimensional woven composites [J]. *Composites: Part A*, 2003, 34(10): 963-970.

[10] Lee L, Rudov-Clark S, Mouritz A P, *et al*. Effect of weaving damage on the tensile properties of three-dimensional woven composites [J]. *Composite Structures*, 2002, 57(1-4): 405-413.

[11] Byun J H, Chou T W. Elastic properties of three-dimensional angle-interlock fabric preforms [J]. *J Text Inst*, 1990, 81(4): 538-548.

[12] 燕 瑛，楼 畅，成传贤，等. 机织复合材料力学性能的细观分析与实验研究[J]. 复合材料学报，2001，18(2)：109-113.
Yan Y, Lou C, Cheng C X, *et al*. Micromechanical analysis and experimental evaluation of the property of woven composite materials [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2001, 18(2): 109-113.

[13] 丁 辛，易洪雷. 三维机织结构的几何模型[J]. 复合材料学报，2003，20(5)：108-113.
Ding X, Yi H L. A geometric model of three dimensional woven structures [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2003, 20(5): 108-113.

[14] 邓建中，刘之行. 计算方法[M]. 第 2 版. 西安：西安交通大学出版社，2001. 121-131；182-185.
Deng J Z, Liu Z X. Numerical method [M]. Second edition. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2001. 121-131; 182-185.

[15] 李 丽，王振领. Matlab 工程计算及应用 [M]. 北京：人民邮电出版社，2001. 177-180.
Li L, Wang Z L. Matlab Engineering Calculation and Applications [M]. Beijing: People's Post and Telecommunication Press House, 2001. 177-180.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net