复合材料学报
Acta Materiae Compositae Sinica
第23卷 第6期 12月 2006年
Vol. 23 No. 6 December 2006

文章编号: 1000-3851(2006)06-0174-05

纤维增强复合材料动态性能参数的识别方法

何 欢, 陈国平*, 韦 勇, 张家滨
(南京航空航天大学 振动工程研究所, 南京 210016)

摘 要: 构造了一种纤维增强复合材料等效动态性能本构模型。根据经典层板理论分别推导出了显含弹性常数和显含阻尼系数的纤维增强复合材料层板的刚度矩阵和等效阻尼矩阵。利用模态试验方法, 得出了弹性常数、等效阻尼系数与层板振动模态之间的显式关系。通过识别本构方程中的等效阻尼系数, 可以方便地推导出任意铺层数和任意铺层角度下层板的等效阻尼矩阵。算例分析表明, 利用此方法识别出的弹性常数和等效阻尼能够满足工程精度要求。

关键词: 纤维增强复合材料; 层板; 弹性常数; 等效阻尼; 模态; 损耗因子
中图分类号: O322 **文献标识码**: A

Identification method for dynamic characteristic parameter of fiber-reinforced composite

HE Huan, CHEN Guoping*, WEI Yong, ZHANG Jiabin
(Institute of Vibration Engineering Research, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: The equivalent characteristic constitutive equations were founded in this paper. Based on the classic composites laminates theory, the stiffness matrix and the equivalent damping matrix of the laminates which can be described by elastic constants and damping constants were determined. The explicit relationship between elastic constants and the mode was determined, as well as the explicit relationship between damping constants and the mode. The equivalent damping matrix of any laminates can be easily calculated out when the equivalent damping constants in the constitutive equations are identified. The validity of this method is demonstrated through numerical examples.

Keywords: fiber-reinforced composite materials; laminates; elastic constants; equivalent damping; mode; loss factor

由于复合材料具有高比强度、高比刚度、质量轻、可设计性能好等优点, 近年来在航空航天、能源、建筑、机械、化工等领域日益得到广泛应用。

进行复合材料结构动态设计首先必须了解复合材料结构的动态力学性能。弹性常数和等效阻尼是复合材料结构最基本的动态性能参数指标。弹性常数是复合材料结构模态分析所需要的关键参数; 等效阻尼则对结构的振动控制、噪声抑制以及结构的疲劳寿命具有显著的影响。因此, 快速、准确地评价复合材料结构的动态性能参数对结构的动态特性分析与评估具有十分重要的意义。

获得复合材料弹性常数的方法有试验方法和细观力学方法。国内外学者在细观力学方法方面开展了大量的工作[1-3], 但细观力学方法很难全面考虑复合材料构件的制造工艺、残余热应力等复杂因素的影响, 计算出来的弹性常数仍然无法很好地满足工程精度要求。因此, 复合材料弹性矩阵主要依靠试验方法来测定。

通常采用单向环试件或单向薄平板试件的静力学试验测定弹性常数, 此外, 还有超声波测定, 直接测试(又称一次测试)等方法。静力试验的试件端部必须做加固处理, 还必须针对试验设计特殊的夹具, 试验前期准备工作较繁杂, 试验成本相对较高。

复合材料的阻尼机理非常复杂, 对于纤维增强复合材料, 一般认为其阻尼由基体和纤维的黏性阻

收稿日期: 2006-01-04; **收修改稿日期**: 2006-05-12
通讯作者: 陈国平, 教授, 博导, 研究方向为结构动力学、板壳力学、结构减震与振动控制 E-mail: gpchen@nuaa.edu.cn

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

尼[4]、复合材料的微结构损伤导致的滑动摩擦阻尼[5,6]、局部应力集中所产生的非线性黏性阻尼以及周期热传导引起的热弹耦合阻尼等组成[7,8]，此外，纤维/基体的界面条件以及剪切变形与层间应力等对阻尼也有一定程度的影响[9-12]。以上原因使得复合材料阻尼性能的分析与预报相当困难。目前工程上常用的复合材料的阻尼一般采用等效阻尼或损耗因子来描述，如 Adams-Bacon 准则，以及由 Adams-Bacon 准则发展出来的一系列方法[13-18]。这些方法将层板视为宏观均匀各向异性体，研究层板整体的等效阻尼性能，没有讨论层板铺层角度和铺层数与材料等效阻尼之间的关系，极大地束缚了这些方法的工程应用范围。

本文中构造了一种纤维增强复合材料的等效阻尼模型，在经典层板理论的基础上，推导出了层板弹性常数和等效阻尼系数的识别方法。通过识别本构方程中的等效阻尼系数，可以方便地推导出任意铺层数和任意铺层角层板的等效阻尼矩阵。本文中提出的方法简便，为快速、准确地评价复合材料的动态力学性能提供了有力手段，具有比较重要的工程意义。

1　复合材料等效动态性能本构关系的假设

从工程意义上来说，纤维增强复合材料属于弱阻尼材料。实践证明，纤维增强复合材料的阻尼主要由纤维与基体的黏性阻尼以及纤维与基体之间的相互摩擦引起的阻尼构成。文献[4]中指出，纤维与基体之间的滑动摩擦阻尼源于复合材料的微结构损伤。在材料微结构损伤微小的情况下，可忽略滑动摩擦阻尼的影响。以正交各向异性复合材料为例，假设材料内部微损伤可忽略不计，可得如下应力-应变关系：

$$\{\sigma_{ij}\} = [Q]\{\varepsilon_{ij}\} + [\eta]\{\dot{\varepsilon}_{ij}\} \tag{1}$$

式中：$[Q]$表示弹性矩阵；$[\eta]$表示等效黏性系数矩阵。记坐标转换矩阵为$[T]$，任意层的应力、应变转换到坐标轴方向可表示为

$$\{\sigma\}_k = [\bar{Q}]_k\{\varepsilon\} + [\bar{\eta}]_k\{\dot{\varepsilon}\} \tag{2}$$

其中：$\{\sigma\}_k = [\sigma_x\ \sigma_y\ \tau_{xy}]^{\mathrm{T}}_k$；$\{\varepsilon\} = [\varepsilon_x\ \varepsilon_y\ \varepsilon_{xy}]^{\mathrm{T}}$；

$$[\bar{Q}]_k = [T]_k^{-1}[Q]_k[[T]_k^{-1}]^{\mathrm{T}};$$

$$[\bar{\eta}]_k = [T]_k^{-1}[\eta]_k[[T]_k^{-1}]^{\mathrm{T}}.$$

假设无横向载荷作用，并忽略平面载荷及面内振动，根据经典层板假设，令 $\sigma_z = 0$，略去面内振动的影响，则运动方程的等效积分形式的 Galerkin 提法可表示为

$$\int_V (\{\delta\varepsilon\}^{\mathrm{T}}\{\sigma\} + \delta w\rho\ddot{w})\,\mathrm{d}V = 0 \tag{3}$$

令 $w = [N]\{q\}$，$[N]$为形函数，$\{q\}$表示广义结点位移。注意到结点位移 $\delta\{q\}$变化的任意性，得自由振动层板的运动微分方程：

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = 0 \tag{4}$$

其中$[M]$、$[K]$、$[C]$分别是系统的总体质量矩阵、刚度矩阵和阻尼矩阵，分别由单元质量矩阵$[M_e]$、单元刚度矩阵$[K_e]$和单元阻尼矩阵$[C_e]$集成：

$$[M_e] = h\iint_S \rho[N]^{\mathrm{T}}[N]\,\mathrm{d}S,$$

$$[K_e] = \iint_S [B]^{\mathrm{T}}[D]_k[B]\,\mathrm{d}S,$$

$$[C_e] = \iint_S [B]^{\mathrm{T}}[\Gamma]_k[B]\,\mathrm{d}S.$$

h 表示板厚。其中：

$$[D]_k = \frac{1}{3}\sum_k^n [\bar{Q}]_k(z_k^3 - z_{k-1}^3);$$

$$[\Gamma]_k = \frac{1}{3}\sum_k^n [\bar{\eta}]_k(z_k^3 - z_{k-1}^3). \tag{5}$$

事实上，当单元的几何特征确定后，单元刚度矩阵仅由弹性常数决定。因此，可以将单元刚度矩阵$[K_e]$表示为弹性常数矩阵$[Q]$的函数：

$$[K_e] = \mathrm{K}(Q_{11}, Q_{12}, Q_{22}, Q_{66}) \tag{6}$$

相应的，基于本文中提出的假设，单元阻尼矩阵$[C_e]$也同样可以表示为等效阻尼系数矩阵$[\eta]$的函数

$$[C_e] = \mathrm{C}(\eta_{11}, \eta_{12}, \eta_{22}, \eta_{66}) \tag{7}$$

考虑一种简单的情况，即层板由相同的单层板组成，则

$$[\bar{Q}]_k = [T]_k^{-1}[Q][[T]_k^{-1}]^{\mathrm{T}},$$

$$[\bar{\eta}]_k = [T]_k^{-1}[\eta][[T]_k^{-1}]^{\mathrm{T}}. \tag{8}$$

2　弹性矩阵的识别

将弹性矩阵分解为各个弹性参数的组合

$$[Q] = [Q_1] + [Q_2] + [Q_3] + [Q_4] \tag{9}$$

其中：

$$[Q_1] = [Q_{11}][I_1];\ [Q_2] = [Q_{12}][I_2];$$

$$[Q_3] = [Q_{22}][I_3];\ [Q_4] = [Q_{66}][I_4];$$

$$[I_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};\ [I_2] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$[I_3]=\begin{bmatrix}0&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{bmatrix};\ [I_4]=\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&1\end{bmatrix}.$$

则式(8)中的第 1 式可以表示为

$$[\bar{Q}]_k=[T]_k^{-1}\left(\sum_{i=1}^{4}[Q_i]\right)[[T]_k^{-1}]^{\mathrm{T}} \tag{10}$$

定义分量单元刚度系数矩阵 F_i^e, $i=1,2,3,4$, 得到由弹性常数表示的单元刚度矩阵

$$[K_e]=[F_1^e]Q_{11}+[F_2^e]Q_{12}+[F_3^e]Q_{22}+[F_4^e]Q_{66} \tag{11}$$

其中,

$$[F_i^e]=\frac{1}{3}\sum_{k=1}^{n}(z_k^3-z_{k-1}^3)\cdot\iint_{\Omega}[B]^{\mathrm{T}}([T]_k^{-1}[I_i][[T]_k^{-1}]^{\mathrm{T}})[B]\mathrm{d}S \tag{12}$$

将上式总装成为总体刚度矩阵代入式(4), 考虑系统的自由振动, 略去阻尼矩阵, 得

$$[M]\{\ddot{q}\}+([F_1]Q_{11}+[F_2]Q_{12}+[F_3]Q_{22}+[F_4]Q_{66})\{q\}=0 \tag{13}$$

式中, F_i, $i=1,2,3,4$, 表示分量总体刚度系数矩阵, 由分量单元刚度系数矩阵 F_i^e 组集而成。令

$$\{q\}=\{\phi\}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} \tag{14}$$

其中$\{\phi\}$为层板的固有振型, 将式(14)代入式(13), 得

$$([F_1]Q_{11}+[F_2]Q_{12}+[F_3]Q_{22}+[F_4]Q_{66})\{\phi\}=\omega^2[M]\{\phi\} \tag{15}$$

设层板的第 i 阶固有振型为$\{\phi_i\}$, 固有频率为 ω, 利用固有振型的正交性可得

$$\{\phi_i\}^{\mathrm{T}}([F_1]Q_{11}+[F_2]Q_{12}+[F_3]Q_{22}+[F_4]Q_{66})\{\phi_i\}=\omega^2\{\phi_i\}^{\mathrm{T}}[M]\{\phi_i\} \tag{16}$$

令

$$\begin{cases}a_{ij}=\{\phi_i\}^{\mathrm{T}}[F_j]\{\phi_i\}\\ b_i=\omega^2\{\phi_i\}^{\mathrm{T}}[M]\{\phi_i\}\end{cases} \tag{17}$$

设测定了一组层板振动的固有振型和固有频率, 则可得关于弹性参数的一个代数方程

$$[a_{ij}]_{m\times4}\{Q_{11}\quad Q_{12}\quad Q_{22}\quad Q_{66}\}^{\mathrm{T}}=[b_i]_{m\times1} \tag{18}$$

方程中共有 4 个未知数, 因此, 只要 $m\geq4$ 便可以解出 4 个未知的弹性参数。

3　粘性系数矩阵的识别

等效阻尼系数的求解方法与弹性常数的求解方法大致相同。将阻尼矩阵表示为等效阻尼系数的函数

$$[C]=[F_1]\eta_{11}+[F_2]\eta_{12}+[F_3]\eta_{22}+[F_4]\eta_{66} \tag{19}$$

层板的应变能和最大动能可表示为

$$\begin{cases}V=\frac{1}{2}\{q\}^{\mathrm{T}}[K]\{q\}\\ T=\frac{1}{2}\omega^2\{q\}^{\mathrm{T}}[M]\{q\}\end{cases} \tag{20}$$

定义 Rayleigh 商

$$J=\frac{V}{T}=J_1+J_2+J_3+J_4$$

其中:

$$J_1=Q_{11}\frac{\{q\}^{\mathrm{T}}[F_1]\{q\}}{\omega^2\{q\}^{\mathrm{T}}[M]\{q\}};\ J_2=Q_{12}\frac{\{q\}^{\mathrm{T}}[F_2]\{q\}}{\omega^2\{q\}^{\mathrm{T}}[M]\{q\}};$$

$$J_3=Q_{22}\frac{\{q\}^{\mathrm{T}}[F_3]\{q\}}{\omega^2\{q\}^{\mathrm{T}}[M]\{q\}};\ J_4=Q_{66}\frac{\{q\}^{\mathrm{T}}[F_4]\{q\}}{\omega^2\{q\}^{\mathrm{T}}[M]\{q\}}.$$

按文献[19]的方法定义损耗因子

$$\vartheta^{-1}=\frac{\eta_{11}}{Q_{11}}J_1+\frac{\eta_{12}}{Q_{12}}J_2+\frac{\eta_{22}}{Q_{22}}J_3+\frac{\eta_{66}}{Q_{66}}J_4=\frac{\{q\}^{\mathrm{T}}([F_1]\eta_{11}+[F_2]\eta_{12}+[F_3]\eta_{22}+[F_4]\eta_{66})\{q\}}{\omega^2\{q\}^{\mathrm{T}}[M]\{q\}}=\frac{\{q\}^{\mathrm{T}}[C]\{q\}}{\omega^2\{q\}^{\mathrm{T}}[M]\{q\}} \tag{21}$$

由层板自由振动的特征方程可以解出系统的固有频率和固有振型, 进而得出系统振动的模态刚度矩阵$[K_r]$、模态质量矩阵$[M_r]$和模态阻尼矩阵$[C_r]$, 下标 r 表示第 r 阶模态, $[K_r]$、$[M_r]$为对角矩阵。由于纤维增强复合材料层板属于弱阻尼材料, 在低阶模态的情况下, 模态阻尼矩阵$[C_r]$的对角元绝对占优, 非对角元对系统振动的影响非常小, 可以将模态阻尼矩阵$[C_r]$近似作为对角阵处理。设$[K_r]$、$[M_r]$和$[C_r]$第 r 个对角元素分别为 k_r、m_r 和 c_r, 根据式(19)可以写出模态阻尼矩阵$[C_r]$的对角元素

$$c_r=[a_{rj}]_{1\times4}\{\eta_{11}\quad\eta_{12}\quad\eta_{22}\quad\eta_{66}\}^{\mathrm{T}} \tag{22}$$

设激振频率为系统振动的第 r 阶固有频率, 则层板的振动主要由该阶固有振型构成。设根据动态试验测得的层板振动的第 r 阶损耗因子为 ϑ_r^{-1}, 根据式(21), 得损耗因子与模态刚度和模态阻尼的关系:

$$\vartheta_r^{-1}=\frac{c_r}{\omega_r^2m_r}=\frac{c_r}{k_r} \tag{23}$$

考虑到式(22)中 c_r 与黏性系数的关系, 得到关于黏性系数的代数方程:

$$[a_{rj}]_{m\times4}\{\eta_{11}\quad\eta_{12}\quad\eta_{22}\quad\eta_{66}\}^{\mathrm{T}}=\{k_r\vartheta_r^{-1}\}_{m\times1} \tag{24}$$

采用与前面相似的方法可以求得层板的黏性系数矩阵。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

以上讨论的是由1种单层板铺层的情况。若层板由2种或2种以上不同材料的单层板构成，仍然可以用上述方法进行识别。以包含 n 种不同材料的正交各向异性单层板组成的层板为例，总共包含 $2n$ 个未知的弹性系数和阻尼系数。只要能够测得 $2n$ 组以上的模态就能将这些系数全部识别出来。这 $2n$ 组以上的模态可以由同一块试验件测得，也可以由不同尺寸的试验件测得。在固定频带范围内，只要有足够多不同尺寸或不同铺层形式的试验件，总可以测得 $2n$ 组以上的模态数据。

4　数值算例

考虑表1[19]中3种铺层形式的炭纤层板。

表1　层板的铺层形式和几何特征

Table 1　Characteristic of the laminates

Laminate	Ply angle	Size/ mm
I	6 layers, 0°plies	126×108×0.92
II	0/90/0/0/90/0°	178×176×0.95
III	+45/-45/-45/0/+45/+45/-45°	230×230×1.07

由任意测定的一种铺层形式的一组振型向量和固有频率可以反求出层板的弹性常数为 Q_{11} = 84.84 GPa，Q_{22} = 6.48 GPa，Q_{12} = 1.62 GPa，Q_{66} = 3.36 GPa。

根据已经求得的层板的弹性常数和试验测定的损耗因子，计算等效阻尼系数如下：

η_{11} = 161.2 MPa·s，η_{22} = 65.3 MPa·s，

η_{66} = 40.0 MPa·s，η_{12} = 15.9 MPa·s.

根据识别出的等效阻尼参数可以进一步计算任意其他铺层形式层板的模态损耗因子，表2是一组计算数据与试验数据[19]的比较（$\vartheta = 1/\vartheta^{-1}$）。

通过上面的数据比较可以发现，根据本文中提出的方法识别的复合材料弹性常数计算的层板振动固有频率与试验值吻合得很好。弹性常数决定层板的固有频率，因此，此方法预报的弹性常数精度很高。根据识别出的等效阻尼系数计算的一般铺层形式层板的模态损耗因子，除少数误差较大外，与试验得到的前几阶模态损耗因子也比较吻合，能够满足工程精度要求。

一般来说，在实际计算过程中，沿纤维主轴方向的3个弹性常数 Q_{11}、Q_{22}、Q_{66} 和等效阻尼常数 η_{11}、η_{22}、η_{66} 的识别精度很好，而 Q_{12} 和 η_{12} 对系统动态特征的敏感度较低。获得 Q_{12} 和 η_{12} 比较好的办法是通过多组试验数据反算出一组 Q_{12} 和 η_{12} 的值，将这些值进行加权平均，以尽量减少误差。

从理论上说，模态阶次对识别结果没有影响。但实际计算过程中，应选择对识别参数最敏感的几阶模态进行参数识别。例如，Q_{66} 和 η_{66} 对层板的扭转模态贡献较大，要准确地识别出 Q_{66} 和 η_{66}，应选择包含有层板扭转模态的一组模态数据。由于试验条件所限，层板高阶模态不太容易测准，因此应尽量选用试验结果可靠的较低阶模态进行识别。若一次试验所测得的模态数不足以使方程定解，可选取

表2　试验数据与计算数据比较

Table 2　Predicted and experimental values of ω and ϑ for laminates

Laminate	Mode	Experimental ω Hz	Predicted ω Hz	Error/ %	Experimental ϑ	Predicted ϑ	Error/ %
I	1	113	111.91	0.96	84	85.20	1.42
	2	176	176.00	0.00	100	100.27	0.27
	3	288	287.88	0.04	76	90.50	19.07
	4	468	463.26	1.01	515	509.39	1.09
II	1	53	49.42	6.75	90	86.01	4.43
	2	131	133.00	1.53	340	298.55	12.19
	3	167	167.98	0.004	146	159.75	9.42
	4	200	202.70	1.35	620	480.92	22.43
III	1	55	54.27	1.33	90	90.35	0.39
	2	81	86.08	6.27	600	413.90	31.02
	3	102	116.00	13.70	300	300.60	0.20
	4	173	181.54	4.94	270	274.38	1.62

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

其他不同尺寸或不同铺层形式的试件进行多次试验，直至获得满足定解条件所需要的测试模态数。

5 结 论

构造了一种纤维增强复合材料动态性能参数的试验方法，通过算例分析与试验数据比较验证了此方法的有效性。所提出的纤维增强复合材料层板的等效阻尼本构关系的假设具有明确的物理意义，可以在一定程度上解释纤维增强复合材料的阻尼特性。

本文中提出的方法简单、直观，利用此方法进行复合材料动态性能参数的识别能够有效地减少试验前期准备工作，降低试验成本，为快速、准确地评价复合材料动态性能提供了有效可靠的手段。

参考文献：

[1] Nie Shihua, Basaran C. A micromechanical model for effective elastic properties of particulate composites with imperfect interfacial bonds [J]. International Journal of Solids and Structures, 2005, 42(14): 4179 - 4191.

[2] Zhong W, Lin T H, Lin S R. An elastic-plastic micromechanical analysis of a cross-ply composite [J]. Composites Science and Technology, 1998, 58(3/4): 527 - 531.

[3] Cherkaoui M, Sabar H, Berveiller M. Elastic behavior of composites with coated inclusions: Micromechanical approach and applications [J]. Computational Materials Science, 1996, 56(7): 877 - 882.

[4] Chandra R, Singh S P, Gupta K. Damping studies in fiber-reinforced composites: A review [J]. Composite Structures, 1999, 46(1): 41 - 51.

[5] Gibson R F, Hwang S J, Kwak H. Micromechanical modeling of damping in composites including interphase effects [C] // Proceedings of the 36th International SAMPE Symposium. Covina: Society for the Advancement of Material and Process Engineering, 1991: 592 - 606.

[6] Nelson D J, Hancock J W. Interfacial slip and damping in fiber-reinforced composites [J]. Journal of Materials Science, 1978, 13(11): 2429 2440.

[7] Kenny J M, Marchetti M. Elasto-plastic behavior of thermoplastic composite laminates under cyclic loading [J]. Composite Structures, 1995, 32(1/4): 375 - 382.

[8] Curtis D C, Moore D R, Slater B, Zahlan N. Fatigue testing of multi-angle laminates of CF/PEEK [J]. Composites, 1988, 19(6): 446 - 452.

[9] Cinquin J, Chabert B, Chauchard J, Morel E, Trotignon J P. Characterization of a thermoplastic (polyamide 66) reinforced with unidirectional glass fibres: Matrix additives and fibres surface treatment influence on the mechanical and viscoelastic properties [J]. Composites, 1990, 21(2): 141 - 147.

[10] Dong S, Gauvin R. Application of dynamic mechanical analysis for the study of interfacial region in carbon fiber/epoxy composites materials [J]. Composites, 1993, 14(5): 414 - 420.

[11] Vantomme J. A parametric study of material damping in fiber-reinforced plastics [J]. Composites, 1995, 26(2): 147 - 153.

[12] 李明俊，刘桂武，徐泳文. 粘接层对各向异性层合阻尼结构内耗特性的影响 [J]. 复合材料学报, 2005, 22(4): 96 - 99.
Li Mingjun, Liu Guiwu, Xu Yongwen. Influence of bonding layer on the internal friction characteristics of anisotropic laminated damped structures [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2005, 22(4): 96 - 99.

[13] Adams R D, Bacon D G C. Effect fiber-orientation and laminate geometry on properties of CFRP [J]. Journal of Composites Material, 1973, 7: 402 - 428.

[14] Ni R G, Lin D N, Adams R D. The dynamic properties of carbon-glass fiber sandwich laminated composites: Theoretical, experimental and economic considerations [J]. Composites, 1984, 15(4): 297 - 304.

[15] Crane R M, Gillespe J R. Analytical model for prediction of the damping loss factor of composite materials [J]. Polym Composites, 1992, 13(3): 179 - 190.

[16] Nayfeh S A. Damping of flexural vibration in the plane of lamination of elastic viscoelastic sandwich beams [J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 276(3/5): 689 - 711.

[17] Saravanos D A, Hopkins D A. Effects of delaminations on the damped dynamic characteristics of composite laminates: Analysis and experiments [J]. Journal of Sound and Vibration, 1996, 192(5): 977 - 993.

[18] 万志敏，马六成，谭惠丰，杜星文，危银涛，杨挺青. 粘弹性复合材料的有效三维阻尼矩阵预报与能耗计算 [J]. 复合材料学报, 2001, 18(2): 118 - 123.
Wan Zhimin, Ma Liucheng, Tan Huifeng, Du Xingwen, Wei Yintao, Yang Tingqing. Prediction of 3-D damp matrix and energy dissipation of viscoelastic fiber composites [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2001, 18(2): 118 - 123.

[19] Talbot J P, Woodhouse J. The vibration damping of laminated plates [J]. Composites Part A, 1997, 28A: 1007 - 1012.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net