复合材料学报 第17卷 第1期 2月 2000年
ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA Vol 17 No. 1 February 2000

文章编号: 1000-3851(2000)01-0051-05

短纤维增强金属基复合材料弹性模量和屈服强度不对称性的解释

江中浩 连建设 董尚利 扬德庄

(吉林工业大学 材料科学与工程学院, 长春 130025) (* 哈尔滨工业大学 材料科学与工程学院, 哈尔滨 150001)

摘 要: 运用文献[1]中的变形模型和应力计算结果, 推导出了存在热残留应力时的拉伸和压缩弹性模量和屈服强度表达式, 表达式与试验吻合很好。分析表明, 纤维根区域的压缩残留应力造成弹性模量的不对称性, 基体拉伸残留应力和纤维的压缩残留应力造成屈服强度的不对称性。

关键词: 金属基复合材料; 热残留应力; 弹性模量; 屈服强度

中图分类号: TB330.1 **文献标识码**: A

INTERPRETATION FOR ASYMMETRIES IN ELASTIC MODULUS AND YIELD STRENGTH OF SHORT FIBER REINFORCED METAL MATRIX COMPOSITES

JIANG Zhong-hao LIAN Jian-she DONG Shang-li YANG De-zhuang

(School of Materials Science and Engineering, Jilin University of Technology, Changchun 130025, China)

(* School of Materials Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: By using the deformation model proposed in paper [1] and the calculated results of the stresses, the expressions of tensile and compressive elastic moduli and yield strengths in the absence of thermal residual stresses were derived, which exhibit good agreement with the experimental results. It was shown that the asymmetry in the elastic modulus results from the compressive residual stress in the fiber root and the asymmetry in the yield strength results from the tensile residual stress in the matrix and compressive residual stress in the fiber.

Key words: metal matrix composites; thermal residual stresses; elastic modulus; yield strength

热残留应力对短纤维增强金属基复合材料性能最重要的影响是它导致弹性模量和屈服强度的不对称性。各国学者通过对热残留应力的模拟计算和实验测定, 对这种不对称性进行了解释, 并在此基础上给出了一些弹性模量和屈服强度与材料参数的定量关系[2~10]。Arsenualt 和 Taya[2] 以及 Withers 等人[3]基于 Eshelby 等效夹杂方法, 给出了压缩与拉伸屈服强度差表达式, 认为屈服强度的不对称性是由基体拉伸残留应力或应变造成的。Levy 和 Papazian[6]利用有限元数值计算发现, 较高的表面剪切应力造成的基体局部塑性变形是导致较低压缩弹性模量的主要原因。Shi 和 Arsenualt[7]的有限元数值分析表明弹性模量的不对称是基体不对称塑性流变造成的。Shen 等人[9]通过有限元数值计算得出, 由于压缩载荷作用下基体和纤维静水压应力增加, 使基体易于塑性变形, 因此其压缩弹性模量低于拉伸弹性模量。可以注意到, 上述研究对弹性模量和屈服强度不对称性的解释并不完全一致, 尚不能同时对弹性模量和屈服强度的不对称性进行解释, 定量的弹性模量和屈服强度表达式还相当有限。因此, 本文作者运用文献[1]提出的变形模型和应力计算结果, 推导存在残留应力时的弹性模量和屈服强度

收稿日期: 1998-07-28; **收修改稿日期**: 1998-12-14
基金项目: 本文为国家杰出青年基金资助项目(59625012)
作者介绍: 江中浩, (1956), 男, 博士, 教授, 主要从事双相及复合材料力学理论及模型研究

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

理论表达式, 对弹性模量和屈服强度的不对称现象进行解释。

1 分 析

1.1 弹性模量

由混合律和文献[1]中给出的基体和纤维轴向应力表达式, 复合材料应力可表达成

$$\sigma_c = (1-f)\overline{\sigma_m} + f\overline{\sigma_f} = \int_0^l (1-f)\sigma_m + f\sigma_f]\mathrm{d}z \tag{1}$$

从文献[1]中的应力分布计算结果可知, 拉伸时, 外加拉伸应力与纤维根区域的压缩残留应力相互抵消, 根应力始终小于 σ_{my}, 纤维根区域始终处于弹性状态。而压缩时, 外加压缩应力与纤维根区域的压缩残留应力叠加, 根应力迅速超过 σ_{my}, 纤维根区域较早地进入塑性状态。所以, 采用与文献[11]相同的处理, 将两种情况下的 σ_m 和 σ_f (式(4)和式(5)及式(10)和式(11)[11]) 代入式(1), 并取 $z=0$ 和 $l_e=0$, 即可得到两种情况下的 σ_c 表达式。同时注意到, 拉伸和压缩时, $\epsilon_m = \epsilon_m^R + \Delta\epsilon + \epsilon_c^T$, $\epsilon_m = \epsilon_m^R + \Delta\epsilon + \epsilon_c^C$ 和 $\rho \approx 4f$, 所以, 复合材料拉伸和压缩弹性模量可表达成

$$E_c^T = \frac{\partial\sigma_c^T}{\partial\epsilon_c^T} = (1-f)E_m + fE_f\left(\frac{4fs^2E_m + 2E_m}{E_f + 4fs^2E_m + E_m}\right) \tag{2}$$

$$E_c^C = \frac{\partial\sigma_c^C}{\partial\epsilon_c^C} = (1-f)E_m + fE_f\left(\frac{4fs^2E_m}{E_f + 4fs^2E_m}\right) \tag{3}$$

上述两式表明, E_c^T 与无热残留应力时的弹性模量[11]相同, 即热残留应力不影响拉伸弹性模量, 但影响压缩弹性模量。应该指出, 若 σ_{my} 较高, 或 $|\Delta T|$ 较小, 压缩时纤维根区域有可能仍处于弹性状态。在这种情况下, 压缩弹性模量将与拉伸弹性模量相同。图 1 中显示了计算的 E_c^T/E_m 和 E_c^C/E_m 随 f 和 s 的变化。可见, E_c^T 和 E_c^C 有类似的变化。在 s 较低时, E_c^C 稍小于 E_c^T。随 s 的增大, 二者之间的差别变小。这表明, 只有当 s 较低时, 复合材料的弹性模量才表现出不对称性。

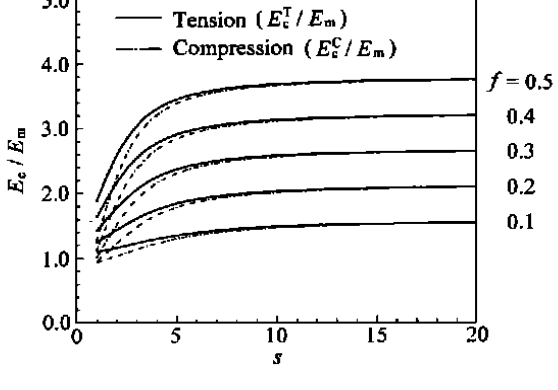

图 1 E_c^T/E_m 和 E_c^C/E_m 随 f 和 s 的变化关系

Fig. 1 Variations of E_c^T/E_m and E_c^C/E_m with f and s

1.2 屈服强度

首先确定拉伸和压缩情况下复合材料的屈服应变, 即复合材料全面屈服时(整个基体进入塑性状态)时对应的应变。文献[1]中的计算结果表明, 拉伸和压缩情况下基体的塑性行为是不同的。拉伸时, 塑性变形总是首先在纤维周围靠近纤维根的区域发生。压缩时, 塑性变形倾向在纤维根区域发生。在这种情况下, 可以认为当两个区域应力的平均值达到 σ_{my} 时, 复合材料全面屈服。由基体应力表达式(文献[1]中的式(4))和根应力表达式 $[E_m(\epsilon_m - \epsilon)' + E_m\epsilon_c]$, 两个区域应力的平均值可以写成: $[2E_m\epsilon_c + E_m\overline{\epsilon_m^R} + E_m(\epsilon_m - \epsilon)']/2$。通过计算可知, 拉伸时, $E_m \cdot (\epsilon_m - \epsilon)' \ll 2E_m\epsilon_c^T + E_m\overline{\epsilon_m^R}$; 压缩时, $E_m\overline{\epsilon_m^R} + E_m(\epsilon_m - \epsilon)' \ll 2E_m\epsilon_c^T$。因而, 拉伸和压缩屈服应变可以写成: $\epsilon_y^T = \sigma_{my}/E_m - \overline{\epsilon_m^R}/2$ 和 $\epsilon_y^C = -\sigma_{my}/E_m$, 其中 $\overline{\epsilon_m^R}$ 是基体残留应变 ϵ_m^R 沿纤维长度的平均值。由于 ϵ_m^R 沿轴向的分布梯度很小, 故可在文献[1]中的式(18)或式(19)中取 $z=0$ 和 $l_e=0$, 从而得到

$$\overline{\epsilon_m^R} = -\frac{f\rho s^2E_f\Delta\epsilon}{f\rho s^2E_f + (1-f)(E_f + \rho s^2E_m)} \tag{4}$$

将文献[1]中的式(10)和式(11)及 ϵ_y^T、ϵ_y^C 和 $\overline{\epsilon_m^R}$ 代入式(1), 复合材料拉伸和压缩屈服强度为

$$\sigma_{cy}^T = \sigma_{my} + \frac{8f^2s^2(E_f - E_m)}{3(E_f + 4fs^2E_m)}\sigma_{my} + \frac{f^2s^2E_fE_m}{3(E_f + 4fs^2E_m)} \cdot \frac{32f^2s^2E_f + 16(1-f)(E_f + 4fs^2E_m)}{4f^2s^2E_f + (1-f)(E_f + 4fs^2E_m)} \cdot \Delta\epsilon \tag{5}$$

$$\sigma_{cy}^C = -\sigma_{my} - \frac{8f^2s^2(E_f - E_m)}{3(E_f + 4fs^2E_m)}\sigma_{my} - \frac{f^2s^2E_fE_m}{3(E_f + 4fs^2E_m)} \cdot \frac{(1-f)(E_f + 4fs^2E_m)}{4f^2s^2E_f + (1-f)(E_f + 4fs^2E_m)} \cdot \Delta\epsilon \tag{6}$$

式(5)和式(6)中前两项为无残留应力时的屈服强度, 最后一项为残留应力对屈服强度的贡献, 它正比于热应变 $\Delta\epsilon$。进一步, 由式(5)和式(6), 可得到压缩与拉伸屈服强度差 $\Delta\sigma_{cy}$ 表达式

$$\Delta\sigma_{cy} = |\sigma_{cy}^C| - |\sigma_{cy}^T| = \frac{f^2s^2E_fE_m}{3(E_f + 4fs^2E_m)} \cdot \frac{32f^2s^2E_f + 15(1-f)(E_f + 4fs^2E_m)}{4f^2s^2E_f + (1-f)(E_f + 4fs^2E_m)} \cdot |\Delta\epsilon| \tag{7}$$

该式表明, $\Delta\sigma_{cy}$ 正比于 $|\Delta\epsilon|$ (或 $|\Delta T|$), 与 σ_{my} 无关。Arsenault 和 Taya[2] 及 Withers 等人[3] 利用 Eshelby 方法也得出了同样的结论。图 2 显示了由式(7)计算的 $\sigma_{cy}^T/\sigma_{my}$ 和 $\sigma_{cy}^C/\sigma_{my}$ 与 f 和 s 的变化关系。温度变化

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

表 1 SiCw/Al-Li T6 复合材料计算和试验屈服强度的比较

Table 1 Comparison between calculated and experimental yield strength of composite SiCw/Al-Li T6

f/%	s	Modulus of elasticity/GPa				Yield stress/MPa				Difference in yield stress/MPa	
		Tension		Compression		Tension		Compression			
		Test	Calculation	Test	Calculation	Test	Calculation	Test	Calculation	Test	Calculation
12	4	111	106	111	101	420	401	483	460	63	59
17	4	116	123	116	117	448	422	539	513	91	90
21	4	127	137	127	131	472	444	573	558	101	114
基体Al-Li合金				E_m= 78.2 GPa		E_f= 480 GPa		σ_{my}= 380 MPa			

T6 时效处理温度是 190℃

表 2 SiCw/Al T6 复合材料计算和试验屈服强度比较

Table 2 Comparison between calculated and experimental yield strength of composite SiCw/Al T6

Materials	f/%	s	Modulus of elasticity/MPa		Yield stress/MPa		Reference
			Test	Calculation	Test	Calculation	
SiCw/Al 6061 T6	20	4	120	130	447	427	[5]
SiCw/Al 6061 T6	20	4	122	130	443	427	
Al 6061 T6		E_m= 74 GPa	E_f= 483 GPa		σ_{my}= 357 MPa		
SiCw/Al 2124 T6	20	4	128	124	497	507	[29]
Al 2124 T6		E_m= 69 GPa	E_f= 483 GPa		σ_{my}= 400 MPa		
SiCw/Al 6061 T6	10	2	81	80	312	282	[30]
SiCw/Al 6061 T6	20	2	102	99	328	295	
SiCw/Al 6061 T6	30	2	114	123	356	326	
Al 6061 T6		E_m= 68.8 GPa	E_f= 450 GPa		σ_{my}= 280 MPa		

T6 时效处理温度是 170℃

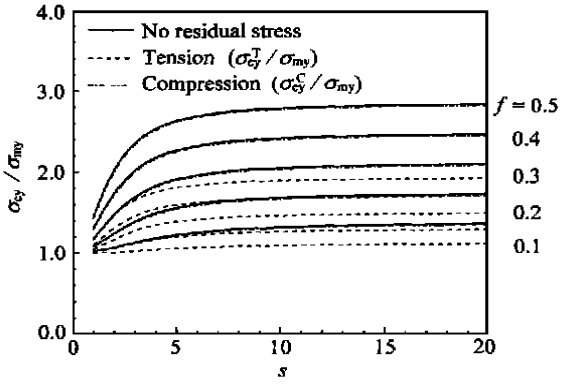

图 2 $\sigma_{cy}^T/\sigma_{my}$和 $\sigma_{cy}^C/\sigma_{my}$随 f 和 s 的变化关系

Fig. 2 Variations of $\sigma_{cy}^T/\sigma_{my}$ and $\sigma_{cy}^C/\sigma_{my}$ with f and s

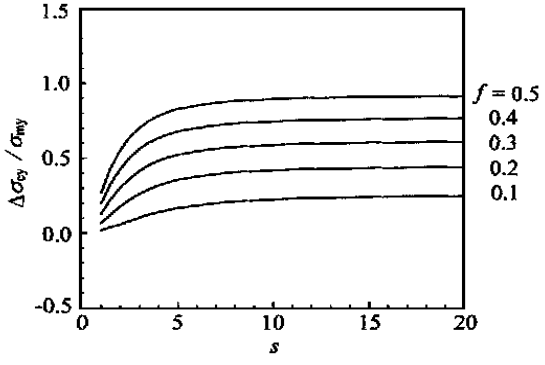

图 3 $\Delta\sigma_{cy}/\sigma_{my}$随 f 和 s 的变化关系

Fig. 3 Variation of $\Delta\sigma_{cy}/\sigma_{my}$ with f and s

为 $|\Delta T|$= 200℃。为了比较, 图 2 还给出了无残留应力($\Delta\epsilon$= 0℃)时的曲线。如图所示, 在整个 f 和 s 范围内, σ_{cy}^T明显小于 σ_{cy}, σ_{cy}^C稍微小于 σ_{cy}, σ_{cy}^C明显高于 σ_{cy}^T。Dutta 等人[8]利用有限元数值计算也得到了同样的关系。这表明, 复合材料的屈服强度具有明显的不对称性。图 3 显示了计算的 $\Delta\sigma_{cy}/\sigma_{my}$与 f 和 s 的变化关系。如图所示, 随 f 和 s 的增加, $\Delta\sigma_{cy}/\sigma_{my}$增加; 当 s 较大时, $\Delta\sigma_{cy}/\sigma_{my}$不再明显增加。

2 与实验及其他理论的比较

表 1 给出了弹性模量和屈服强度的计算结果与本文 SiC 晶须增强 Al-Li 基复合材料(SiCw/Al-Li T6)的试验结果的比较(实验方法见文献[11])。可

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

以看出, 计算的拉伸和压缩屈服强度 σ_{cy}^{T} 和 σ_{cy}^{C} 稍微低于试验的屈服强度 $\sigma_{0.2}^{T}$ 和 $\sigma_{0.2}^{C}$。这个差别主要是由于屈服强度的定义与实验的(0.2%残留变形)屈服强度不同所致, 后者包括了从屈服点到0.2%塑性应变阶段应力增量对屈服强度的贡献。计算的屈服强度差 $\Delta\sigma_{cy}$ 与试验的屈服强度差 $\Delta\sigma_{0.2}$ 吻合很好。表2给出几种 SiCw/Al T6 复合材料[12~14]计算屈服强度与试验值的比较结果。可以看出, 与 SiCw/Al-Li T6 复合材料相似, 除 SiC/Al2124 T6 复合材料外, σ_{cy}^{T} 也稍低于 $\sigma_{0.2}^{T}$。上述比较表明, 本文中得到的弹性模量和屈服强度表达式与试验结果吻合很好。

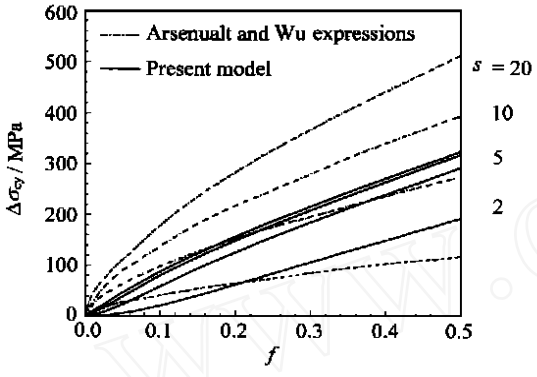

图4 式(7)和Arsenault和Wu的表达式计算的 $\Delta\sigma_{cy}$ 随 f 和 s 的变化关系

Fig. 4 Variation of $\Delta\sigma_{cy}$ with f and s calculated by eq. (7) and the expression of Arsenault and Wu

Arsenault 和 Wu[4]在 Arsenault 和 Taya 的屈服强度差表达式[2]基础上, 通过与试验数据的比较, 提出了一个屈服强度差的经验表达式: $Kf^{2/3}\ln(s)\cdot(E_f/E_m)^{1/2}\Delta\alpha\Delta T$, 式中 K 是待定常数。图4给出了该表达式和式(7)计算的 $\Delta\sigma_{cy}$ 随 f 和 s 的变化曲线。计算使用 SiCw/Al T6 复合材料的材料数据, 温度变化为 $|\Delta T|=200°C$, 从他们的实验, 取 $K=28\times10^{3}$ MPa。可以看出, 式(7)预测的 $\Delta\sigma_{cy}$ 随 f 和 s 的变化关系与 Arsenault 和 Wu 的预测结果从趋势上看是一致的。当 $s\leq10$, $f\leq0.4$ 时, 二者吻合较好; 当 f 和 s 超出这个范围时, Arsenault 和 Wu 的表达式预测值高于式(7)的预测值, 并高于该复合材料屈服强度。后者显然不是合理的结果。

3 弹性模量和屈服强度不对称的解释

利用推导出的拉伸和压缩弹性模量和屈服强度表达式及应力计算结果, 可以对弹性模量和屈服强度不对称现象进行全面的解释。图5给出了拉伸和压缩载荷下, 基体、纤维和复合材料应力应变曲线示意图。虽然在拉伸和压缩载荷下, 基体应力分布和塑

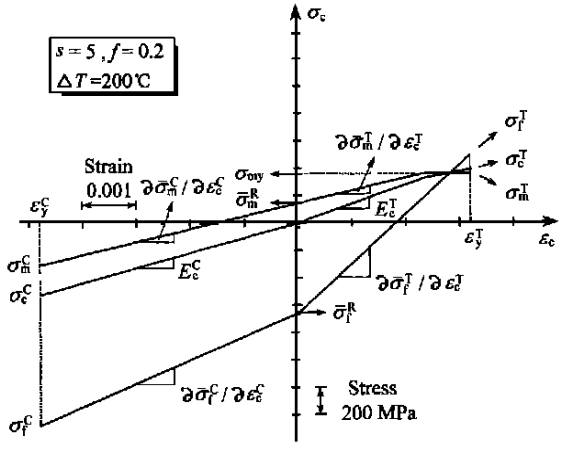

图5 拉伸和压缩载荷下, 基体、纤维和复合材料应力应变曲线示意图

Fig. 5 Schematic stress-strain curves for the matrix, fibers and composites under tensile and compressive loading

性变形的发展明显不同, 但两种情况下基体的有效模量($\partial\bar{\sigma}_m^T/\partial\varepsilon_c^T$ 和 $\partial\bar{\sigma}_m^C/\partial\varepsilon_c^C$)均为 E_m。拉伸与压缩弹性模量的差别在于拉伸与压缩时纤维有效模量($\partial\bar{\sigma}_f^T/\partial\varepsilon_c^T$ 与 $\partial\bar{\sigma}_f^C/\partial\varepsilon_c^C$)的差别。由于压缩时纤维根区域较早地进入塑性状态, 尽管根应力的绝对值可能很大, 但对复合材料弹性模量没有贡献。因此, 弹性模量的不对称性是纤维根区域的压缩残留应力造成的塑性变形引起的。由于根应力对纤维轴向应力的贡献较小, 且随长径比的增加而变小, 所以弹性模量的不对称性相对较小, 并只在纤维长径比较小时才有可能发生。这很好解释了为什么 s 较大时观察不到弹性模量的不对称性[15]。在以前的一些有限元数值研究中[6~9], 研究者认为复合材料弹性模量的不对称性是基体塑性变形的不对称引起的。但这些研究没有将基体塑性变形的不对称性与纤维有效模量或纤维的贡献相联系。

复合材料全面屈服时, 拉伸时基体的轴向应力稍高于压缩时的基体轴向应力。所以屈服强度不对称性是由于纤维轴向应力的不同。这种差别首先是由于拉伸屈服应变小于压缩屈服应变。较大的压缩屈服应变可导致较大的纤维轴向应力, 反之亦然。其次, 由于纤维的压缩残留应力, 拉伸时纤维轴向应力有一个从压缩到拉伸的转变, 而压缩时纤维轴向应力(绝对值)连续增加。在样同的应变下, 压缩时的纤维轴向应力大于拉伸时的纤维轴向应力。因此, 屈服强度的不对称性归因于基体中的拉伸残留应力和纤维中的压缩残留应力。上述解释不同与以前的研究

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

者[2~4]基于 Eshelby 方法给出的解释。这些研究认为屈服强度的不对称性是基体拉伸残留应力或应变引起的。从目前的分析可以看出, 纤维压缩残留应力是导致屈服强度不对称性的主要因素, 其贡献要大于基体拉伸残留应力的贡献。目前的分析还表明, 在存在残留应力情况下, 控制短纤维增强金属基复合材料变形和性能的主要机制仍然是基体到纤维的应力传递, 残留应力通过影响应力传递进而影响弹性模量和屈服强度。

4 结 论

基于文献[1]中提出的变形模型和应力计算结果, 推导出了存在热残留应力情况下的拉伸和压缩弹性模量和屈服强度表达式, 表达式预测结果与试验结果吻合很好。

残留应力不影响拉伸弹性模量, 但降低压缩弹性模量; 残留应力不明显影响压缩屈服强度, 但明显降低拉伸屈服强度。纤维根区域的压缩残留应力造成弹性模量的不对称性, 基体拉伸残留应力和纤维的压缩残留应力造成屈服强度的不对称性。残留应力主要通过影响应力传递或纤维应力进而影响复合材料的弹性模量和屈服强度。

参 考 文 献

[1] 连建设, 江中浩, 杨德庄, 等. 短纤维增强金属基复合材料的热残留应力及在拉伸和压缩载荷下的应力分布[J]. 复合材料学报, 2000, 17(1): 46.

[2] Arsenault R J, Taya M. Thermal residual stress in metal matrix composites [J]. *Acta metall*, 1987, 35: 651.

[3] Withers P J, Stobbs W M, Pedersen O B. The application of the Eshelby method of internal stress determination to short fiber metal matrix composites [J]. *Acta metall*, 1989, 37: 3061.

[4] Arsenault R J, Wu S B. The strength difference and Bauschinger effects in SiC-Al composites [J]. *Mater Sci Engng*, 1987, A96: 77.

[5] Povirk G L, Needleman A, Nutt S R. An analysis of residual stress and deformation and damage mechanisms in Al-SiC composites [J]. *Mater Sci Engng*, 1991, A132: 31.

[6] Levy A, Papaziam J M. Elastic plastic finite element analysis of short-fiber-reinforced SiC/Al composites: effects of thermal treatment [J]. *Acta metall mater*, 1991, 39: 2255.

[7] Shi N, Wilner B, Arsenault R J. A FEM study of the plastic deformation process of whisker reinforced SiC/Al composites [J]. *Acta metall mater*, 1992, 40: 2841.

[8] Dutta I, Sims J D, Seigenhaler D M. An analytical study of residual stress effects on uni-axial deformation [J]. *Acta metall mater*, 1993, 41: 885.

[9] Shen Y L, Finot M, Needleman M, *et al*. Effective elastic response of two-phase composites [J]. *Acta metall mater*, 1994, 42: 77.

[10] Daymond M R, Withers P J. Examination of tensile/compressive loading asymmetries in aluminum based metal matrix composites using finite element method [J]. *Mater Sci Tech*, 1995, 11: 228.

[11] 江中浩, 连建设, 董尚利, 等. 短纤维增强金属基复合材料应力分布的弹性模量和屈服强度[J]. 复合材料学报, 1999, 16(4): 101.

[12] Nardone V C, Prewo K M. On the strength of short-fiber composites with variables fiber length and orientation [J]. *Scripta metall*, 1986, 20: 43.

[13] Levy A, Papazian J M. Tensile properties of short fiber-reinforced SiC/Al composites: Part II finite element analysis [J]. *Metall Trans A*, 1990, 21: 411.

[14] McDanels D L. Analysis of stress-strain, fracture and ductility behavior of aluminum matrix composites containing discontinious silicon carbide reinforcement [J]. *Metall Trans*, 1985, 16A: 1105.

[15] Prangnell P B, Downes T, Stobbs W M, *et al*. The deformation of discontiniously initial reinforced MMCs-II: the initial yield behavior [J]. *Acta metall mater*, 1994, 42: 3425.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net