复合材料学报 第17卷 第4期 11月 2000年
ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA Vol. 17 No. 4 November 2000

文章编号: 1000-3851(2000)04-0110-04

# 湿热环境对损伤分层复合材料夹层板屈曲性能的影响

李向阳, 蒋 莉, 张志民
(北京航空航天大学 固体力学所, 北京 100083)

**摘 要**: 建立了一个分析含面板内分层损伤的复合材料夹层板屈曲性能的二维弹性基础模型, 采用 Rayleigh-Ritz 法研究了任意的湿热环境对分层的复合材料夹层板屈曲性能的影响。考虑了材料依赖于温度变化的弹性及热、湿性质。

**关键词**: 湿热效应; 分层; 屈曲; 复合材料夹层板
**中图分类号**: TB330.1 **文献标识码**: A

## HYGROTHERMAL EFFECT ON BUCKLING OF COMPOSITE SANDWICH WITH DELAMINATION

LI Xiang-yang, JIANG Li, ZHANG Zhi-min
(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract**: A two-dimensional elastic foundation to analyze the buckling of composite sandwich plates containing delamination between two faceplate laminates is established. By employing Rayleigh-Ritz method, this paper studies the hygrothermal effect on buckling character of composite sandwich plates containing delamination between two faceplate laminates. The elastic coefficients and the hygrothermal coefficients of the composite faceplate laminate are dependent on temperature.

**Key words**: hygrothermal effect; delamination; buckling; composite sandwich

复合材料夹层结构既有很好的吸音、隔热、耐疲劳等特性, 又有较高的抗弯刚度质量比和比较好的可设计性。为此, 在航空航天、民用建筑、桥梁运输等重要的承力结构件上, 获得了越来越广泛的应用。但是其在使用中受到冲击后, 容易在表层面板铺层之间形成局部分层, 其中邻近于面芯界面的分层对于夹层结构性能影响最为显著, 带损伤结构的压缩剩余强度仅为无损伤结构压缩强度的 40%。夹层结构受到一定面内压缩载荷时, 这种分层会产生屈曲和扩展, 从而会导致夹层板丧失承载能力而出现灾难性的破坏。而且这类复合材料结构在使用时经常处于恶劣环境中, 例如温度的急剧变化、潮湿的外部空间等均会引起变形、内部应力、材料性能变化、损伤、开裂和破坏等复杂的湿热效应, 使得分层结构更易发生屈曲和分层扩展, 使所设计的夹层结构承载能力下降。因此, 湿热环境对含分层损伤复合材料夹层板屈曲性能的影响已成为结构分析和设计工作者十分关注的问题。

## 1 问题描述

考虑一个含有椭圆形面板内分层的均衡对称复合材料夹层板, 椭圆分层位于夹层板上表层面板内部, 椭圆主轴方向任意, 我们称分层区域上面的部分为分层子板, 其余部分为基板。虽然整个夹层板关于中面对称, 但分层子板和基板并不对称。假设: (1) 分层子板的长半轴 $a$ 和短半轴 $b$ 同夹层板平面尺寸相比很小, 但同分层子板厚度 $t$ 相比很大。(2) 当芯层尺寸较厚时, 认为只发生局部屈曲。(3) 忽略分层子板局部屈曲变形所引起的基板整体弯曲变形。夹层板可以承受面内拉伸、压缩和剪切载荷; 另外还可

**收稿日期**: 2000-02-22; **收修改稿日期**: 2000-04-05
**基金项目**: 航空基础科学基金资助项目[98B51027]
**作者介绍**: 李向阳(1974), 男, 硕士研究生, 研究方向: 复合材料力学; 张志民(1934), 男, 教授, 研究方向: 复合材料力学。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

以承受由于湿热应力的存在而导致的湿、热载荷, 如图 1所示。在这些载荷作用下, 分层子板可能发生屈曲。

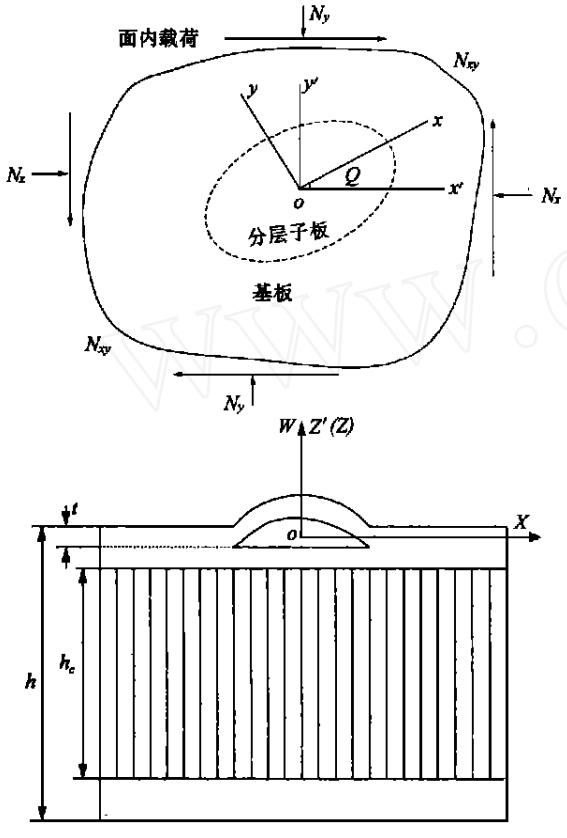


图 1 受载的夹层板面板内分层示意图

Fig. 1 Diagram of delamination within the faceplate of loaded sandwich plates

我们建立一个分析夹层板二维面板内分层屈曲性能的弹性基础模型。当分层发生在层板表面附近时, 则将与分层子板相连的树脂层模拟成Winkler弹性基础, 地基系数 $k_m = E_m/h_m$, $E_m$, $h_m$ 分别为树脂层的横向弹性模量和厚度。当分层位于面芯界面附近, 且芯材刚度较小时, 则将与芯子贴近的薄层面板和芯子一块模拟成Winkler 弹性地基, 地基系数 $k_c' = c \cdot k_c$, $k_c = E_c/h_c$, $E_c$, $h_c$ 分别为芯子的横向弹性模量和厚度, $c$ 为折算系数。从而使本文转化为有部分弹性基础支持的上表层面板在面内载荷作用下的屈曲变形问题。

为了便于数学分析, 我们围绕并远离分层边界, 在上表层面板中选取一个与分层子板外形完全相似的有部分弹性支持的椭圆形子板(简称椭圆子板)作为我们的研究对象, 如图 2 所示, $a'$为椭圆子板的长半轴。根据椭圆子板在其边界与基板的位移连续条件, 可以得到椭圆子板的位移边界条件: $u = u_0^p$, $v = v_0^p$, $w = w_{,x} = w_{,y} = 0$。式中: $u, v, w$ 为椭圆子板位移分量, $u_0^p$, $v_0^p$ 为基板位移分量。

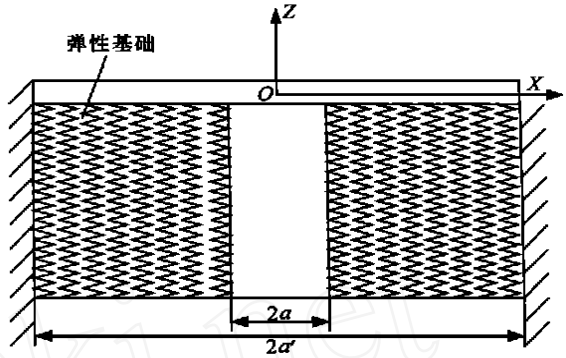


图 2 椭圆子板及弹性基础

Fig. 2 Elliptical sublaminate and elastic foundation

## 2 夹层板表层面板本构方程

由复合材料单层板应力、应变、温度、湿度间的一般关系式

$$\bar{\sigma} = \bar{Q}(T, M)[\epsilon - \alpha(T)\Delta T - \beta(T)C] \quad (1)$$

式中: $\bar{Q}(T, M)$ 为层合板刚度矩阵, $\alpha(T)$ 为热膨胀系数, $\beta(T)$ 为湿膨胀系数, $\Delta T$ 为使用温度与固化温度之差, $C$ 为吸湿浓度。沿层合板厚度方向积分, 可得层合板内力、应变、温度、湿度间的一般关系式[2]

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon^0 \\ k \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N^T \\ M^T \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N^H \\ M^H \end{Bmatrix} \quad (2)$$

式中: $\{N^T\}$ 为热内力, $\{M^T\}$ 为热内力矩, $\{N^H\}$ 为湿内力, $\{M^H\}$ 为湿内力矩。

## 3 位移函数的选取

选取的多项式位移函数表达式必须满足下面的条件: (1) 满足椭圆子板的边界条件; (2) 它们是线性独立的、连续的和完备的。为此, 所选取的位移函数

$$u = u_0^p + Z(x, y) \cdot t^2/a' \cdot \sum_{m=1,3}^{N} \cdot \sum_{n=0,1}^{m} a_{m,n} \cdot (x/a')^{m-n} \cdot (y/b')^n$$

$$v = v_0^p + Z(x, y) \cdot t^2/b' \cdot \sum_{m=1,3}^{N} \cdot \sum_{n=0,1}^{m} b_{m,n} \cdot (x/a')^{m-n} \cdot (y/b')^n$$

$$w = Z^2(x, y) \cdot E(x, y) \cdot t \cdot \sum_{m=0,2}^{M} \cdot \sum_{n=0,1}^{m} c_{m,n} \cdot (x/a')^{m-n} \cdot (y/b')^n \quad (3)$$

其中, $Z(x, y) = 1 - (x/a')^2 - (y/b')^2$, $a_{m,n}$, $b_{m,n}$, $c_{m,n}$ 分别为待定位移函数系数, 通过大量的计算分析, 级

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

数的收敛性较好，当选取 $M = 6$，$N = 7$ 时已具有足够的精确性；$E(x, y) = \exp\left(-\frac{\mu}{2}[(x/a)^2 + (y/b)^2]\right)$ $(0 \le \mu \le 1)$，$\mu$ 可以被用来描述本文模型中椭圆子板屈曲变形呈草帽形的衰减特点。

本文选取的位移函数的变形特点，主要体现在：(a) 20 项完备的 $u, v$ 函数多项式能得到精确的后屈曲面内应变计算结果；(b) 函数 $E(x, y)$ 更精确地描述本模型的变形特点。

## 4　夹层板的稳定性分析

在不考虑体力作用的情况下，椭圆子板的总位能可表示为

$$\Pi = \frac{1}{2}\iint \begin{Bmatrix} \epsilon^0 \\ \kappa \end{Bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon^0 \\ \kappa \end{Bmatrix} \mathrm{d}A - \iint \begin{Bmatrix} \epsilon^0 \\ \kappa \end{Bmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \left( \begin{Bmatrix} N^{\mathrm{T}} \\ M^{\mathrm{T}} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N^{\mathrm{H}} \\ M^{\mathrm{H}} \end{Bmatrix} \right) \mathrm{d}A + \frac{1}{2}\iint_1 k_c \cdot w^2 \mathrm{d}A_1 \quad (4)$$

式中，第一项为椭圆子板的应变能，第二项为椭圆子板中湿热应力所做的功，第三项为弹性基础储存的变形能。$S$ 为椭圆子板总面积，$S_1$ 为椭圆子板中弹性基础支持的环形面积。

利用冯·卡门板的非线性理论，将式(3)代入总位能表达式(4)，$\Pi$ 显然为待定系数 $(a_{m,n}, b_{m,n}, c_{m,n})$ 的函数。椭圆子板屈曲时，总位能满足驻值条件

$$\frac{\partial \Pi}{\partial a_{i,j}} = 0, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial b_{i,j}} = 0, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial c_{i,j}} = 0 \quad (5)$$

对于给定的含分层损伤复合材料夹层板结构，每一组给定的外载荷 $(\hat{N}, \Delta\hat{T}, \hat{C})$，由非线性方程组(5)得到相应的待定系数的代数方程组，通过寻找子板载荷-应变曲线上的突变点或由如下的条件方程即可判定获得屈曲载荷

$$\left| \frac{\partial^2 \Pi}{\partial m_i \partial m_k} \right|_{(m_i = 0)} = 0 \quad (6)$$

式中 $m_i$ 代表系数 $(a_{m,n}, b_{m,n}, c_{m,n})$。当椭圆子板不为对称层板时，在到达屈曲载荷之前，就已经出现横向位移，这种情况由完备的载荷-应变历史可以确定椭圆子板的屈曲载荷。

## 5　结果与讨论

为了验证本文模型及分析方法的可靠性，本文采用文献[6]中关于夹层板面板内分层屈曲载荷的实验结果进行了比较，计算中所需的试件结构数据、材料性能数据见文献[6]，比较结果见表 1。

表 1　计算与实验的比较

Table 1　Comparison of calculation with experiment

| 试样 | $N_{xc}$/N·mm$^{-1}$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 试验值 | 文献[6] | 文献[7] | 本文 | 本文误差 |
| A | 951.8 | 991.4 | 1071.2 | 874.6 | 8.11 |
| B | 903.5 | 759.2 | 821.4 | 813.4 | 10.0 |
| C | 444.1 | 360.4 | 460.4 | 418.7 | 5.72 |

从上表可以看出，除了不可否认的实验误差和本文模型的假设所造成的误差外，本文的分析还是得到了比较精确的分层屈曲载荷。

进一步，本文将分析温度梯度对几种由不同铺层面板组成的均衡对称复合材料夹层板的面板内分层的屈曲性能的影响。面板铺层材料为 T300/976 碳/环氧单向复合材料，其弹性常数为：$E_{11} = 134.45$GPa，$E_{22} = 9.10$GPa，$G_{12} = 6.96$GPa，$\mu_{12} = 0.30$，铺层厚度 0.125mm。湿、热膨胀系数：$\alpha_x = 0.9 \times 10^{-6}$(/℃)，$\alpha_y = 32.4 \times 10^{-6}$(/℃)，$\beta_x = 0.20$，$\beta_y = 0.50$。芯层材料为芳纶纸蜂窝，其厚度方向杨氏模量 $E_c = 0.02$GPa、芯子厚度 $h_c = 20$mm。具体的外部湿热环境见文献[8]。夹层板面板铺设形式如表 2。

表 2　不同面板铺层的分层情况

Table 2　Delamination of different laminated faceplates

| 试件 | 均衡夹层板面板铺层 | 分层形状 ($a/b$, $b$= 50mm) | 分层方向 ($\theta_0$) | 分层位置 (层) |
|---|---|---|---|---|
| 图 3、图 5 | $[(0_2 90_2 0_2 90_2)_S H(\mathrm{sym})]$ | 1 | 0° | 2 |
| 图 4、图 6 | $[(0_2 90_2 0_2 90_2)_S H(\mathrm{sym})]$ | 0.75 | 0° | 4 |

图 3、图 4 给出了试件在不同湿热环境下的载荷-中心挠度曲线。可以看出，湿热环境影响着分层子板的屈曲载荷和后屈曲变形，将降低分层子板的屈曲载荷和增大中心挠度。温度梯度的影响比均匀温度时的影响严重，当温度梯度较大时，在施加机械载荷前，该分层结构即已发生热屈曲变形，如图 3 所示。另外由于该算例 $\Delta T$ 取的值为负值，则同时加有均匀湿度时反而缓和了温度梯度的影响。

图 5、图 6 给出了试件在不同温度梯度下的载荷-中心应变曲线。可以发现，温度梯度越大，屈曲载荷降低得越多，当温度梯度大到一定程度，机械载荷为零时，中心应变值就为正值，如图 5 所示。可见，此时分层子板已发生屈曲。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

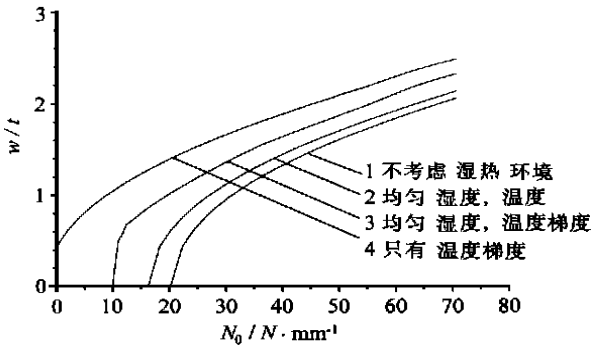


图 3 大温度梯度对子板屈曲特性的影响

Fig. 3 Effect of high temperature gradient on buckling character of sublaminate

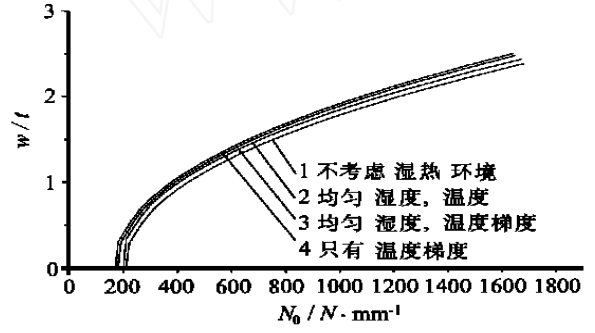


图 4 湿热环境对子板后屈曲特性的影响

Fig. 4 Hygrothermal effect on postbuckling character of sublaminate

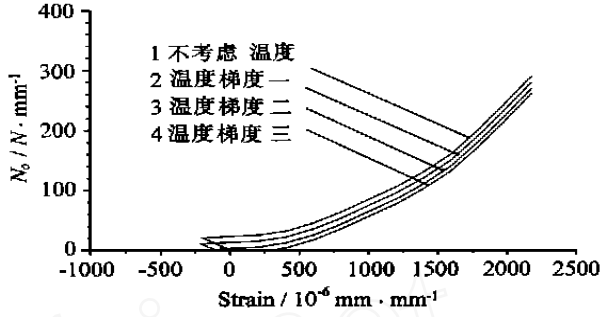


图 5 大温度梯度对子板中心应变值的影响

Fig. 5 Effect of high temperature gradient on central strain of sublaminate

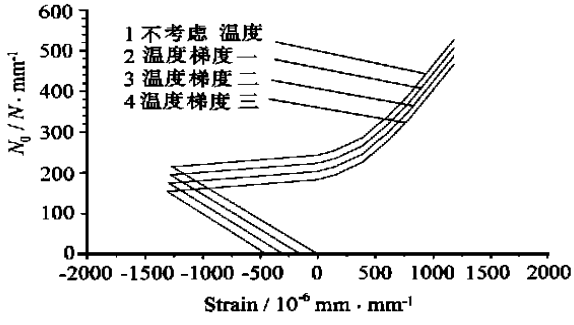


图 6 不同温度梯度下载荷-中心应变关系曲线

Fig. 6 Relationship between load and central strain for different temperature gradients

## 6 结 论

如上所述, 可以得到如下结论:

(1) 湿热环境对含面板内分层夹层板的局部屈曲影响较大, 特别是温度及湿度变化很大的情况下, 必须考虑湿热环境的影响。

(2) 湿热环境对局部屈曲影响的大小依赖于分层子板与基板之间匹配的程度, 跟下面几种因素有关: 面板的材料性能和铺层方式; 湿度和温度的分布情况等。

(3) 沿厚度方向的温度梯度一般来说将比较严重地减小含面板内分层夹层板的屈曲载荷。

**参考文献:**

[1] Chai H, Babcock C D. Two-dimensional modelling of composite failure in delaminated laminates [J]. *J Composite Materials*, 1985, 19: 67—98.

[2] 张志民. 复合材料结构力学[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1993. 467—469.

[3] 徐永锋. 含分层损伤复合材料夹层板的压缩剩余强度研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 1996.

[4] 徐永锋, 张志民, 王俊奎. 复合材料夹层板面芯二维分层屈曲研究[J]. 复合材料学报, 1997, 14(4): 101—107.

[5] Peck S O, Springer G S. The behavior of delamination in composite plates-analytical and experimental results [J]. *J Composite Materials*, 1991, 25: 907—929.

[6] Kassapoglous C, Abbott R. A Correlation Parameter for Predicting the Compressive Strength of Composite Sandwich Panels after Low Speed Impact[A]. AIAA Paper 88-2294, in AIAA/ASME/ASCE/AHS 29th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference[C]. 1988.

[7] 程小全. 复合材料层合板与蜂窝夹芯板低速冲击后压缩性能研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 1998.

[8] 李向阳. 湿热环境对含分层损伤复合材料夹层板剩余强度的影响[硕士学位论文][D]. 北京: 北京航空航天大学, 2000.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net