第 16 卷 第 3 期 复 合 材 料 学 报 Vol 16 No. 3
1999 年 8 月 ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA August 1999

疲劳加载下纤维复合材料的剩余强度

顾 怡 姚卫星*
(南京航空航天大学 民航学院, 南京 210016) (* 南京航空航天大学 航空工程系, 南京 210016)

摘 要 回顾了纤维复合材料在疲劳加载下的剩余强度的描述方法和试验结果, 并按照纤维复合材料中疲劳损伤发展的行为, 提出了一个描述纤维复合材料的剩余强度的模型, 该模型考虑了疲劳损伤在纤维复合材料中产生和扩展的特征, 试验结果与理论描述吻合较好。

关键词 剩余强度, 疲劳, 纤维复合材料, 疲劳损伤
中图分类号 TB330.1, O346.2

疲劳加载下纤维复合材料的剩余强度是复合材料的重要性能之一, 它常常是复合材料疲劳寿命预测的基础。复合材料在疲劳加载过程中由于各种各样损伤的出现而使其强度退化, 这种退化综合地反映了材料中的损伤程度。K. L. Reifsnider 等人[1]指出: 纤维复合材料多向层合板在疲劳过程的开始阶段, 基体中迅速产生大量裂纹, 之后裂纹达到饱和, 出现纤维随机断裂, 在疲劳寿命的后期将出现层间开裂和大量的纤维断裂, 继而导致复合材料的破坏。相应于这种典型的损伤发展过程, 纤维复合材料的强度和刚度也会呈现相应的变化。本文由此提出了一个描述纤维复合材料剩余强度的模型, 发表在文献上的大量的试验数据被用于验证本文提出的模型, 比较结果表明本文提出的模型具有较好的预测能力。

1 剩余强度模型

剩余强度不仅与载荷的循环数 n 有关, 而且还与加载的应力水平有关, 即:

$$R(n) = f(n, S_{max}, R) \tag{1}$$

式中的 $R(n)$ 为 n 次疲劳加载后复合材料的剩余强度, S_{max} 为疲劳载荷的最大值, R 为疲劳载荷的应力比。$R = \frac{S_{min}}{S_{max}}$, 它必定满足下列二个边界条件:

$$R(0) = \sigma_{ult} \tag{2a}$$

$$R(N) = \sigma_{max} \tag{2b}$$

式中 σ_{ult} 为材料的静拉伸强度。本文将先对已有的主要的剩余强度模型作一简要的回顾, 然后提出一个新模型。

1.1 剩余强度模型的回顾

L. J. Broutman 等人[2]在玻璃纤维复合材料(GFRP)疲劳试验的基础上提出了一个剩余强度的线性衰减模型:

收修改稿, 初稿日期: 1998-05-26, 1997-11-20。航空基础科学基金(98B52011)资助项目

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.n

$$R(n) = R(0) - [R(0) - S_{max}]\left(\frac{n}{N}\right) \tag{3}$$

式中的 $R(0)$ 是静拉伸强度, 即 σ_{ult}, N 是相应于这一疲劳载荷的疲劳寿命, 这一模型假定剩余强度 $R(n)$ 随循环数 n 线性衰减。

J. N. Yang[3]假定纤维复合材料强度的退化率与当时的剩余强度成正比, 由此导出的模型为:

$$R^{\alpha}(n) = R^{\alpha}(0) - [R^{\alpha}(0) - S_{max}^{\alpha}]\left(\frac{n}{N}\right) \tag{4}$$

式中的 α 为一常数。Z Hashin[4]在此基础上假定: 按经验, 剩余强度的初始退化率 $\left.\frac{dR(n)}{dn}\right|_{n=0} = 0$, 并作了一般化处理, 由此给出的模型为:

$$\Psi[R(n)] = \Psi[R(0)] - \{\Psi[R(0)] - \Psi(S_{max})\}\left(\frac{\log n}{\log N}\right) \tag{5}$$

这一模型认为, 一般地疲劳寿命数据都是用对数描述的, 所以模型中采用了对数寿命。由于式中的函数 Ψ 必须通过大量的剩余强度试验才能确定, 故(5)式难以实际应用。

T. Hahn[5]根据试验结果给出的剩余强度模型为:

$$R^{c}(n) = R(0) - \beta^{c} K S^{b} n \tag{6}$$

式中的 c, β, K, b 均为试验待定常数。(6)式能自动满足条件(2a), 但不能自动满足条件(2b)。

P. C. Chou 等人[6~7]在强度-寿命等效秩假设的基础上给出的剩余强度模型为:

$$R^{\alpha}(n) = R^{\alpha}(0) - [R^{\alpha}(0) - S_{max}^{\alpha}]^{1-\alpha} n^{i\alpha_1} \tag{7}$$

式中的 i 为试验待定常数, α 为静强度双参数 Weibull 分布的形状参数, α_1 为疲劳寿命双参数 Weibull 分布的形状参数。

A. Charewicz 等人[8]提出的剩余强度模型能自动满足条件(2a)和(2b):

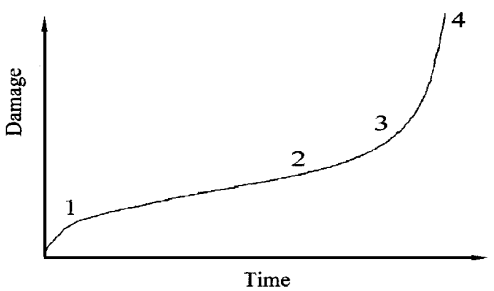
$$R(n) = S_{max} + [R(0) - S_{max}]f\left(\frac{n}{N}\right) \tag{8}$$

式中的函数 f $(1 \leq f \leq 1)$ 由试验来确定, A. Charewicz 给出了一些试验数据, 但未给出 f 的表达式。

J. Schaff 等人[9]认为剩余强度按幂指数规律变化,

$$R(n) = R(0) - [R(0) - S_{max}]\left(\frac{n}{N}\right)^{\nu} \tag{9}$$

式中的指数 ν 通过剩余强度试验确定。



1. 基体微裂纹饱和 CDS (Characteristic Damage State)
2. 纤维随机断裂结束 Random fibre breakage
3. 此刻前后纤维断裂加快, 出现分层 Regular fibre breakage and delamination
4. 最终断裂 Final fracture

图 1　疲劳寿命中损伤发展的模型[1]

Fig. 1　The model of damage evolution in FRP under cyclic loading

1.2　一个新的模型

从上述的简要回顾可以看到, 这些模型在数学上有很多相似之处: ①它们能满足剩余强度的基本边界条件(2)式; ②它们大都具有"突然死亡(Sudden Death)"的特点。但是这些模型与纤维复合材料中损伤的发展有一点差别。纤维复合材料强度的损失是其内部损伤的宏观反映, 所以剩余强度的变化应与材料中损伤的发展相一致。图 1 给出了 K. L. Reifsnider 等人[1]给出的纤维复合材料中损伤发展的过程, 从中可以看到损伤的发展是先快、后平缓、最后失稳扩展。

本文认为对于多向纤维增强树脂复合材料(GFRP 和 CFRP)层合板, 图 1 反映了损伤发

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.n

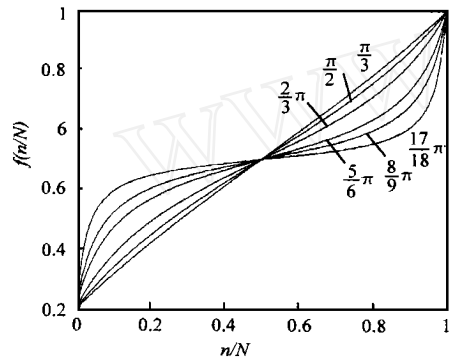
展的一般规律, 与此相应可采用下式从宏观和唯象的角度来描述剩余强度:

$$R(n) = R(0) - [R(0) - S_{max}]f(n/N) \tag{10a}$$

$$f(x) = \frac{\sin\beta x \cos(\beta - \alpha)}{\sin\beta \cos(\beta x - \alpha)} \tag{10b}$$

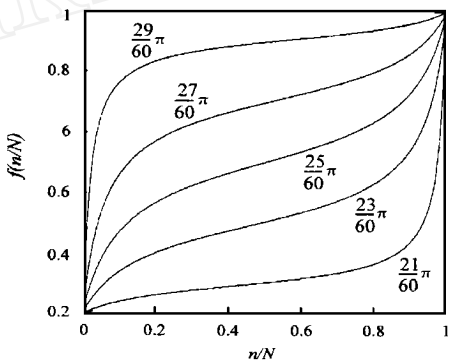
式中的 α 和 β 是两个待定常数, $\pi - \beta < \alpha < \pi/2$ 可通过对试验结果的拟合确定。图 2 给出了不同 α 和 β 时 f 的变化。(10) 式给出的 $R(n)$ 具有下述特点: ①能满足剩余强度的基本边界条件 (2) 式; ②具有"突然死亡"的特点; ③剩余强度的变化与损伤的变化趋势相一致。

从图 2 可以看到这一模型包含了线性退化模型、幂退化模型等, 具有很强的拟合能力。



(a) 不同 β 值($\alpha = 0.5\beta$)

(a) for different β ($\alpha = 0.5\beta$)



(b) 不同 α 值($\beta = 5\pi/6$)

(b) for different α ($\beta = 5\pi/6$)

图 2 不同 α 和 β 时, 函数 f 的变化 Fig. 2 Function f for different α and β

2 模型的验证

剩余强度的试验是一项极其费钱、费时的工作。目前已有一些试验结果可供引用。本文将引用玻璃纤维增强复合材料(GFRP)和碳纤维增强复合材料(CFRP)的试验结果验证本文提出的模型。限于篇幅, 本文对所引用的实验数据获得的条件不加陈述, 而只引用其结果。

2.1 玻璃纤维增强复合材料(GFRP)

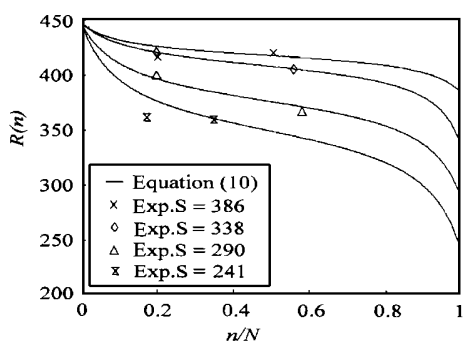


图 3 GFRP 剩余强度的试验结果与理论预测值的比较[2]

Fig. 3 The comparison of residual strength between experimental data and prediction results (GFRP)[2]

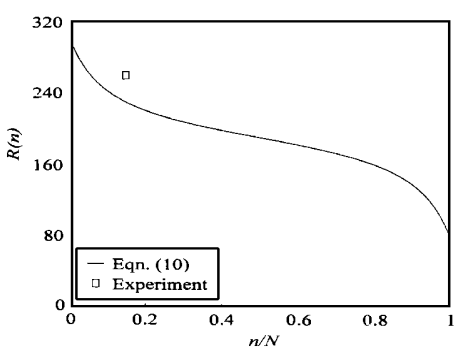


图 4 GFRP 剩余强度的试验结果与理论预测值的比较[10]

Fig. 4 The comparison of residual strength between experimental data and prediction results (GFRP)[10]

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.n

图 3 和图 4 是玻璃纤维增强复合材料的剩余强度试验结果与(10)式预测值的比较, 其中取参数 $\beta = 5\pi/6$, $\alpha = 0.5\beta$。本文还以试验结果和理论预测的平方误差为目标函数对参数 α 和 β 作了优化分析, α 和 β 的上述取法, 接近最优。

2.2　碳纤维增强复合材料(CFRP)

图 5～图 8 是碳纤维增强复合材料的剩余强度试验结果与(10)式预测值的比较, 其中参数 β 和 α 的取法与 GFRP 时的取法相同。

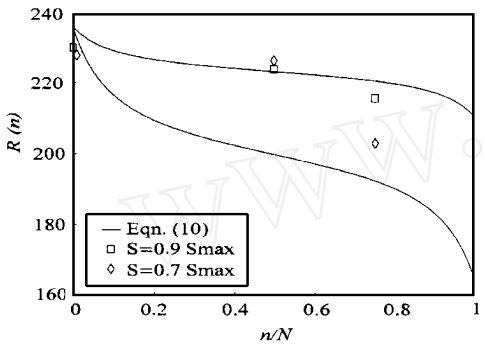


图 5 CFRP 剩余强度的试验结果与理论预测值的比较[11]

Fig. 5　The comparison of residual strength between experimental data and prediction results (CFRP)[11]

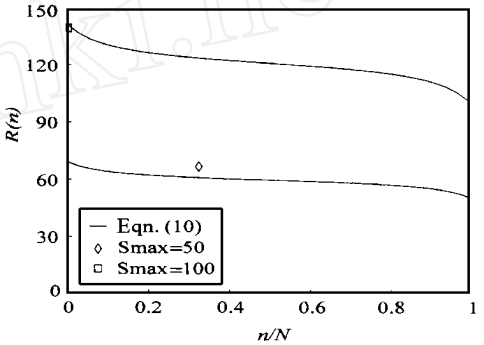


图 6 CFRP 剩余强度的试验结果与理论预测值的比较[12]

Fig. 6　The comparison of residual strength between experimental data and prediction results (CFRP)[12]

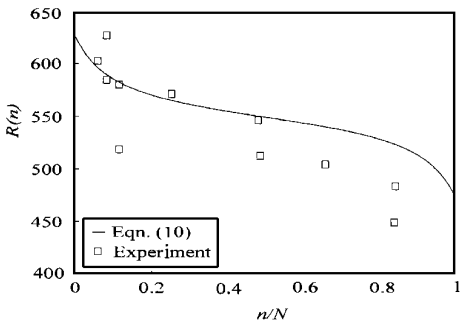


图 7 CFRP 剩余强度的试验结果与理论预测值的比较[13]

Fig. 7　The comparison of residual strength between experimental data and prediction results (CFRP)[13]

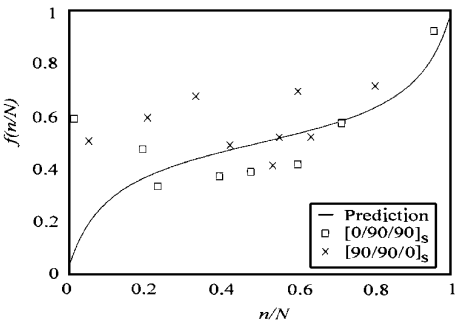


图 8 CFRP 剩余强度的试验结果与理论预测值的比较[8]

Fig. 8　The comparison of residual strength between experimental data and prediction results (CFRP)[8]

2.3　讨论

从上面的比较结果看, 本文提出的模型很好地描述了剩余强度的变化。以往由于疲劳寿命前期的剩余强度试验做得很少, 所以一般认为在疲劳加载的前期剩余强度的衰减应该几乎为零, 但纤维增强复合材料的疲劳损伤机制和已有的少量疲劳试验[11]结果表明, 如果载荷超过疲劳极限, 即使一次载荷循环后剩余强度也会小于静强度。所以本文的模型具有较好的理论和试验基础。

由于复合材料的力学性能具有很大的分散性, 所以剩余强度的描述最好应该是用概率描述, 但目前由于试验数据太少, 即使提出一个概率分析模型也难以进行检验, 因此本文未做这方面的工作。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.n

3 结 论

本文根据纤维增强复合材料的疲劳损伤的发展过程,给出了一个描述纤维增强复合材料的疲劳剩余强度的模型,这一模型从宏观和唯象的角度描述了损伤的发展。试验结果和模型的预测结果吻合较好,表明本模型的预测能力较高。

参 考 文 献

1 Talreja R. Fatigue of composite materials. Technomic Publishing Co, Inc, 1987. 181p

2 Broutman L J, Sahu S. A new theory to predict cumulative fatigue damage in fibre-glass reinforced plastics. Composite Materials: Testing and Design (2nd Conference), ASTM STP497, 1972. 170～188

3 Yang J N, Jones D L. Load sequence on the fatigue of unnotched composite materials. Fatigue of Fibrous Composite Materials, ASTM STP 723, 1981. 213～232

4 Hashin Z. Cumulative damage theory for composite materials: residual life and residual strength methods. *Composites Science and Technology*, 1985, 23: 1～19

5 Hahn T. Fatigue behaviour and life prediction of composite laminates, AFML-TR-78-43, 1978

6 Chou P C, Croman R. Residual strength in fatigue based on the strength-life equal rank assumption. *Journal of Composite Materials*, 1978, 12: 177～194

7 Chou P C, Croman R. Degradation and sudden-death models of fatigue of graphite/epoxy composites. In: Composite Materials: Testing and Design (Fifth Conference), ASTM STP 674, 1979. 431～454

8 Charewicz A, Daniel IM. Damage mechanisms and accumulation in graphite/epoxy laminates. In: Composite Materials: Fatigue and Fracture (Hahn H T, Ed), ASTM STP 907, 1986. 274～297

9 Schaff J R, Davidson B D. Life prediction methodology for composite structures. Part I—Constant amplitude and two-stress level fatigue. *Journal of Composite Materials*, 1997, 31: 128～157

10 Donaldson S L, Kim R Y. Life prediction of glass/vinylester and glass/polyerster composites under fatigue loading, Proceedings of ICCM-10, 1995. I577～I584

11 Yang J N, Liu M D. Residual strength degradation model and theory of periodic proof tests for graphite/epoxy laminates. AFML-TR-76-225, Wright-Patterson AFB, 1976

12 Ryder J T, Walker E K. Ascertainment of the effect of compressive loading on the fatigue lifetime of graphite epoxy laminates for structural application. AFML-TR-76-241, Wright-Patterson AFB, 1976

13 Tai N H, Ma C C M, Wu S H. Fatigue behaviour of carbon fibre/PEEK laminate composites. *Composites*, 1995, 26(8): 551～559

RESIDUAL STRENGTH OF FIBRE-REINFORCED-PLASTICS UNDER FATIGUE LOADING

Gu Yi

(Civil Aviation College, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016)

Yao Weixing

(Department of Aircraft Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016)

Abstract The state of the art in residual strength of fibre-reinforced-plastics (FRP) is reviewed. A new residual strength model based on the damage development in the FRP under fatigue loading is presented, which can macromechanically and phenomenologically describe the characteristics of fatigue damage. Also clearly shown is the good agreement between the experiment data from some quoted literature and the prediction results of this paper.

Key words residual strength, fatigue, fibre-reinforced-plastics, fatigue damage

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.n